

517
Ф 312

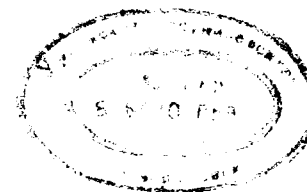
АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Н. А. ФУКС

МЕХАНИКА АЭРОЗОЛЕЙ

—◆—

318786



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА · 1955

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР
член-корреспондент АН СССР
Б. В. ДЕРЯГИН

ПРЕДИСЛОВИЕ

Аэродисперсные системы, или аэрозоли, состоящие из взвешенных в газообразной среде твердых или жидких частиц, играют весьма большую роль в природе и жизни человека. Достаточно вспомнить, что круговорот воды в природе идет путем объемной конденсации водяного пара с образованием облаков и их последующего дождевания, что облака, помимо этого, значительно смягчают климат, защищая поверхность земли как от чрезмерного нагревания солнечными лучами, так и от охлаждения путем лучеиспускания. Большое значение имеют также процессы отрыва, переноса и отложения твердых частиц под действием ветров. Действуя в течение многих веков, этот «воздушный транспортер» создал грандиозные лессовые отложения (например, в бассейне р. Хуанхэ). Переносимые ветром пески пустынь ведут непрерывное наступление на культурные орошаемые земли, и как только человек прекращал борьбу с этим страшным врагом, целые города оказывались погребенными под толстым слоем песка. Огромный вред приносит и эрозия рыхлой пахотной земли ветрами. Именно поэтому лесозащитные полосы наряду с борьбой против иссушающих ветров важны также для защиты полей, садов и каналов от засыпания их песком и от уноса почвы ветрами. Точно так же борьба со снежными заносами ведется посредством снегозащитных щитов и заборов.

При перекрестном опылении многих растений (злаков и многих деревьев) пыльца распространяется ветром в виде аэрозоля. Аналогично происходит распространение значительной части семян и спор. Многие взвешенные в воздухе микроорганизмы сохраняют в присутствии коллоидальных субстратов свою жизнеспособность в течение длительного времени. «Воздушная микрофлора» представлена поэтому большим числом разнообразных грибов и бактерий, с чем приходится считаться в медицине и в бродильной промышленности. Целый ряд заразных заболеваний (грипп, коклюш, легочная чума, туберкулез), несомненно, передаются через воздух.

Содержащие свободную или связанную кремниевую кислоту пыли, образующиеся при бурении кремнистых горных пород и механической обработке силикатов, губительно действуют на легкие. Вызываемый этими пылями силикоз является одним из самых опасных и распространенных профессиональных заболеваний. Огромную опасность представляют радиоактивные аэрозоли, образующиеся при взрыве атомных бомб и в атомной промышленности. С другой стороны, некоторые медицинские препараты оказываются особенно эффективными в форме аэрозолей (ингаляции).

Громадное значение получили аэрозоли и в технике. Известный человеку с незапамятных времен процесс отшелушивания зерна заключается в переводе смеси зерна и мякины в аэрозольное состояние и их воздушной сепарации. Жидкое топливо, как правило, переводится перед

сжиганием в туман посредством механического распыления; применение твердого топлива в виде пыли также получило массовое распространение. В распыленном состоянии сжигаются и некоторые виды минерального сырья (колчеданы). Серьезное значение приобрела также распылительная сушка вязких жидкостей и суспензий. В последнее время большое внимание привлекает к себе применение «флуидизированных», т. е. взвешенных в газовом потоке, катализаторов. Средства борьбы с вредителями сельского хозяйства и малярийными комарами применяются почти исключительно в форме аэрозолей, получаемых распылением пылевидных или жидких препаратов. В военной технике большую роль играют маскирующие дымы и туманы.

Не меньшее значение, чем перевод вещества в аэрозольное состояние, имеет в технике обратная проблема — осаждение аэрозолей, образующихся в целом ряде производственных процессов помимо желания человека. К ним относятся дым и летучая зола, выделяющиеся при сжигании топлива (особенно пылевидного), при выплавке различных металлов, в производстве сажи; туманы, образующиеся в производстве серной кислоты и при электролизе; пыли, возникающие при измельчении различных твердых материалов (например, цемента) и т. д. Осаждение аэрозолей имеет двойную цель: они могут содержать ценные вещества (например, металлургические дымы) и могут оказывать вредное действие на людей и на окружающую природу (сернокислотный туман), вызывать коррозию, загрязнять окружающую местность. В борьбе с промышленными аэрозолями создан целый ряд эффективных методов и аппаратов для осаждения аэрозолей и весьма совершенных дымовых фильтров для индивидуальной защиты. Большое значение имеет также проблема рассеяния туманов, сметающих посадку самолетов, на аэродромах. Серьезную задачу представляет борьба с взрывами пылей в каменно-угольных шахтах, на мельницах, сахарных заводах и т. п. При этом взрывная волна переводит лежащую пыль в аэрозольное состояние. Весьма актуален также вопрос о борьбе с обледенением самолетов, телеграфных проводов и т. д., вызываемым переохлажденными туманами и дождями.

Большую роль играют аэрозоли и в науке, особенно в экспериментальной физике. Путем исследования движения капелек в вертикальном электрическом поле были впервые точно определены заряд электрона и число Авогадро, а также доказана квантовая природа фотоэффекта. Явление образования тумана при конденсации пересыщенного пара на газовых ионах послужило основанием для создания одного из важнейших современных физических приборов — камер Вильсона. В экспериментальной гидродинамике при изучении распределения скоростей газа в модельных опытах широко используется метод дымовых струй.

Почти во всех перечисленных выше явлениях, процессах и методах исследования особенно важную роль играет движение частиц аэрозоля под действием различных внешних сил и молекулярных толчков. Для выпадения дождя или снега необходимо, чтобы облачные элементы соприкоснулись и скоагулировали, а образовавшиеся капли были настолько велики, чтобы они успели достичь земли, не испарившись. Содержание и распространение частиц разного размера в атмосфере определяется, помимо скорости их поступления в атмосферу, скоростью их падения, с одной стороны, и величиной атмосферного турбулентного обмена, — с другой. Для важного процесса осаждения аэрозолей во всех случаях необходимо, чтобы движущиеся частицы достигли какой-нибудь макроскопической поверхности («стенки») и прилипли к ней. Другой важ-

нейший процесс, протекающий в аэрозолях — коагуляция, происходит в результате соприкосновения частиц друг с другом под действием теплового (броуновского) движения или различных внешних воздействий. Относительным движением частиц и газовой среды объясняется поглощение звуковых волн аэрозолями. Плотность сгорания распыленного топлива определяется, помимо скорости горения, траекториями горящих частиц и т. д.

Изучение движения частиц аэрозоля, их осаждения и коагуляции составляет предмет весьма важного раздела учения об аэродисперсных системах, который можно назвать механикой аэрозолей¹. Сюда же целесообразно отнести тесно примыкающий к проблемам осаждения и коагуляции вопрос о явлениях, происходящих при соприкосновении аэрозольных частиц друг с другом и с макроскопическими телами, а также весьма важный, но чрезвычайно мало изученный вопрос об обратных процессах — отрыве частиц от стенок и переходе порошкообразных тел в аэрозольное состояние.

Надо заметить, что в весьма бедной книжной и монографической литературе по аэродисперсным системам механике аэрозолей, несмотря на ее большое практическое значение, уделяется сравнительно мало внимания. Соответствующие же журнальные статьи разбросаны по периодическим изданиям, посвященным самым разнообразным отраслям науки и техники, и обычно носят узко прикладной характер; лишь в редких случаях они содержат данные, представляющие интерес и для теории. К сожалению, большинство экспериментальных работ по аэрозолям проводилось с весьма полидисперсными системами, причем распределение размеров частиц либо вовсе не изучалось, либо определялось весьма грубо. Обычно такие работы трудно использовать для проверки теоретических выводов и для нахождения новых закономерностей.

Основная задача этой книги — собрать и критически рассмотреть весь относящийся к механике аэрозолей теоретический и экспериментальный материал. Некоторые разделы механики аэрозолей, например, теория прямолинейного равномерного движения частиц различной величины, теория тепловой коагуляции аэрозолей, исследованы очень полно (что отразилось и на объеме соответствующих глав книги). С другой стороны, такие важные вопросы, как движение, осаждение и коагуляция аэрозолей в турбулентном потоке, отрыв и дезагрегация частиц, являющиеся своего рода «белыми пятнами» в механике аэрозолей, и соответствующие главы в этой книге могут вызвать у читателя чувство неудовлетворенности.

Многие теоретические проблемы механики аэрозолей представляют большие математические трудности; нередко их решение может быть получено лишь в виде сложных, плохо сходящихся рядов, практическое использование которых требует непомерной вычислительной работы. Поэтому в некоторых случаях, особенно в проблемах диффузии из потока, имело смысл отказаться от строгого решения и принять известные упрощающие задачи предположения с тем, чтобы получить хотя бы грубое представление о рассматриваемом явлении.

Во всех разделах книги автор стремился привести все более или менее надежные экспериментальные данные по разбираемому вопросу, однако, учитывая характер книги, включение в нее описания техники измерений и экспериментальных подробностей было бы нецелесообразно. С другой стороны, в книге помещено довольно много таблиц и

¹ Этот термин применяется в литературе впервые.

графиков, которые могут пригодиться лицам, сталкивающимся в своей работе с различными вопросами механики аэрозолей.

Следует подчеркнуть большую роль советской науки в исследовании аэродисперсных систем и, в частности, механики аэрозолей. В этой области следует отметить классические работы Н. Жуковского и С. Чаплыгина по теории снежных заносов, работы М. Аганина, С. Горбачева, Б. Дерягина и П. Прохорова по явлению отражения при столкновениях между водяными каплями, теоретические и экспериментальные исследования И. Петрянова, Л. Радужкевича, Н. Туницкого, Н. Шипкина, И. Артемова и Н. Фукса по коагуляции аэрозолей, работы С. Сыркина и П. Коузова по моделированию циклонов, исследования А. Колмогорова и М. Леонтовича по теории броуновского движения и диффузии частиц, теоретические работы Л. Левина по осаждению аэрозолей из потока и др.

Автор считает своим приятным долгом поблагодарить академика М. Дубинина, членов-корреспондентов АН СССР Б. Дерягина и И. Петрянова за внимание к этой книге, Л. Левина, Г. Натансона и П. Прохорова за просмотр рукописи и ряд ценных указаний.

Глава I

КЛАССИФИКАЦИЯ АЭРОЗОЛЕЙ. РАЗМЕР И ФОРМА ЧАСТИЦ В АЭРОЗОЛЯХ

§ 1. Классификация аэрозолей

Аэрозолями, или аэродисперсными системами, называются дисперсные системы с газообразной средой и с твердой или жидкой дисперсной фазой. До настоящего времени не существует единой общепринятой классификации аэрозолей и единой системы обозначений различных типов аэрозолей; в этом отношении в литературе наблюдается полный произвол. Нам представляется, что рациональная классификация аэродисперсных систем должна основываться на различии, существующем, с одной стороны, между дисперсионными и конденсационными аэрозолями, а с другой, — между системами с твердой и жидкой дисперсными фазами. Вместе с тем обозначения отдельных типов аэрозолей должны по возможности совпадать с теми названиями, которые даются им на обычном нетехническом языке (дорожная пыль, природный туман, печной дым и т. д.).

Дисперсионные аэрозоли образуются при диспергировании (измельчении, распылении) твердых и жидких тел и при переходе порошкообразных тел во взвешенное состояние под действием воздушных потоков, сотрясений и т. д. Конденсационные аэрозоли образуются при объемной конденсации пересыщенных паров и в результате газовых реакций, ведущих к образованию нелетучих продуктов, например сажи. Различие между этими двумя классами аэродисперсных систем, помимо их происхождения, заключается в том, что дисперсионные аэрозоли в большинстве случаев значительно грубее, чем конденсационные, обладают большей полидисперсностью и, в случае твердой дисперсной фазы, обычно состоят из индивидуальных или слабо агрегированных частиц совершенно неправильной формы («обломков»). В конденсационных же аэрозолях твердые частицы весьма часто представляют собой рыхлые агрегаты из очень большого числа первичных частиц, имеющих правильную кристаллическую или шарообразную форму.

Различие между аэрозолями с жидкой и твердой дисперсной фазой проявляется в том, что в первых частицы имеют правильную шарообразную форму, а при коагуляции сливаются друг с другом и, таким обра-

зом, снова дают шарообразную индивидуальную частицу. Твердые же частицы могут обладать самой разнообразной формой, а при коагуляции образуют более или менее рыхлые агрегаты также самой различной формы, кажущаяся плотность которых может быть во много раз меньше плотности вещества, из которого они состоят.

На основании сказанного в этой книге приняты следующие обозначения различных типов аэрозолей.

Туманами будем называть, независимо от их дисперсности, как конденсационные, так и дисперсионные аэрозоли с жидкими частицами; на русском языке они обозначаются одним и тем же словом (природный, т. е. конденсационный туман, туман, образующийся при распылении падающей воды, и т. д.). В данном случае различие между конденсационными и дисперсионными системами не очень велико.

Пылями будем называть дисперсионные аэрозоли с твердыми частицами также независимо от их дисперсности. Существующее мнение, что пылями следует называть лишь грубодисперсные системы, неправильно: путем искусственной или имеющей место в атмосфере естественной сепарации могут образоваться пыли с высокой степенью дисперсности.

Наконец, дымами назовем конденсационные аэрозоли с твердой дисперсной фазой. Сюда же можно отнести и системы конденсационного происхождения, содержащие и твердые и жидкие частицы, важнейшими представителями которых являются дымы, образующиеся при неполном сгорании топлива; далее, дымы из гигроскопических веществ (например, хлористого аммония), частицы которых могут быть твердыми, полужидкими или жидкими в зависимости от влажности среды, дымы из органических легко переохлаждающихся веществ, в которых идет постепенное превращение жидких частиц в кристаллические, и т. д. Заметим, что разграничение дымов и конденсационных туманов, а следовательно, и строгое соблюдение предлагаемой терминологии иногда довольно затруднительно, однако такое разграничение все же лучше, чем принятое английскими авторами объединение этих двух типов аэрозолей в один (smoke).

Далее, на практике нередко приходится иметь дело с аэрозолями, содержащими частицы как дисперсионного, так и конденсационного происхождения. Так, в топочном дыме всегда содержится большее или меньшее количество механически унесенной с колосников золы; так называемые «атмосферные ядра конденсации» частью состоят из высохших брызг морской воды, частью из капелек серной кислоты, образовавшейся при окислении сернистого ангидрида топочных газов. В воздухе промышленных центров в большом числе содержатся агрегаты из сажи, золы, продуктов сухой перегонки угля и атмосферной влаги, с размерами от десятых долей микрона до десятых долей миллиметра. Такие аэрозоли невозможно отнести к какому-нибудь типу ни по одной из существующих классификаций и для них предложено особое название «smog» (smoke — дым + fog — туман).

Все указанные выше типы аэрозолей могут обладать самой различной дисперсностью, оказывающей огромное влияние почти на все свойства дисперсных систем, поэтому целесообразно разбить аэрозоли на высокодисперсные и грубодисперсные (см. стр. 11).

Слово «облако» в теории аэрозолей некоторые иностранные [1] и советские [2] авторы применяют для обозначения всех конденсационных аэрозолей с диаметром частиц больше 10^{-6} см. На русском языке это слово имеет совершенно другой смысл: облаком называется свободная, имеющая определенный размер и форму аэродисперсная система любого типа (дождевое облако, облако пыли, облачко ружейного дыма и т. д.). В этом смысле это слово и будет применяться в этой книге.

§ 2. Размер частиц в аэрозолях

Рассмотрим вопрос о нижней границе размеров частиц аэрозолей. Следует учесть, что определение размера очень мелких частиц ($\sim 10^{-7}$ см) возможно лишь двумя способами:

1) путем измерения подвижности частиц в электрическом поле (см. § 27) при помощи электрометра;

2) путем измерения коэффициента диффузии частиц, также обычно производимого электрометрическими методами. Таким образом, в обоих случаях могут быть измерены только заряженные частицы.

Как показал опыт, в газах имеется два рода заряженных частиц, получивших название малых (газовых, легких) ионов и больших (тяжелых, медленных) ионов. Подвижности первых — порядка единицы, вторых — порядка $10^{-3} - 10^{-4}$ см² в⁻¹ сек⁻¹. В настоящее время установлено, что газовые ионы являются молекулярными агрегатами, образованными заряженной центральной молекулой (собственно ионом) и присоединенной к ней электростатическими и молекулярными силами оболочки из нейтральных молекул газа.

Тяжелые ионы, в отличие от легких, образуются только в газах, содержащих взвешенные твердые или жидкие частицы, т. е. представляют собой заряженную часть высокодисперсных аэрозолей. Обнаружено также существование «средних» ионов, т. е. частиц с подвижностями $10^{-3} - 10^{-1}$ см² в⁻¹ сек⁻¹, а в продуктах сгорания светильного газа и в натриевом пламени содержатся даже частицы с подвижностью 0,2 см² в⁻¹ сек⁻¹ [3, 4]. Такой же подвижностью обладают газовые ионы в парах некоторых органических веществ [4], например, амилowego спирта. Таким образом, по подвижности нельзя отличить газовые ионы от заряженных частиц аэрозолей и для этого можно воспользоваться различным поведением тех и других при коагуляции. При коагуляции (рекомбинации) газовых ионов образующийся нейтральный молекулярный комплекс мгновенно распадается, т. е. ионы уничтожаются. При коагуляции же частиц аэрозоля, существование которых не связано с наличием заряда, образуются более крупные частицы. Действительно, подвижность упоми-

нутых выше ионов, образующихся в пламени, падает в несколько сот раз за время порядка 1 сек. [3, 4]. Так как вероятность наличия многократных зарядов на частицах быстро падает с уменьшением их размера (см. стр. 113), можно принять, что эти ионы обладают одним элементарным зарядом. В этом случае подвижность $0,2 \text{ см}^2 \text{ в}^{-1} \text{ сек}^{-1}$ отвечает радиусу $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ (см. стр. 38). Ввиду того что содержание заряженных частиц в аэрозоле также быстро убывает с уменьшением размера частиц, вполне вероятно, что существуют еще более мелкие частицы, но мы не можем их обнаружить, вернее измерить¹. Любопытно, что такая же минимальная величина частиц аэрозолей получена и при электронно-микроскопических исследованиях, так как она примерно соответствует пределу разрешающей способности электронного микроскопа. Однако обилие частиц с радиусом $r = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ (например, в дымах иодистого серебра [5]) заставляет думать, что в них содержатся еще меньшие частицы. Заметим, что ультрамикроскопия позволяет обнаружить лишь значительно более грубые частицы аэрозолей.

Так обстоит дело с экспериментальной стороной вопроса. Теоретически же вполне возможно, что вещества с очень прочной кристаллической решеткой могут давать аэрозоли с частицами размером в 2—3 молекулярных диаметра. Правда, благодаря огромной скорости диффузии таких частиц они чрезвычайно быстро оседают на более крупных частицах (см. § 49), на стенках и т. д.

Переходя к вопросу о верхнем пределе размеров частиц в аэродисперсных системах, заметим, что в системах с неподвижной средой частицы с радиусом уже в несколько сот микронов оседают так быстро, что с трудом могут быть обнаружены во взвешенном состоянии. С другой стороны, в сильных восходящих или турбулентных воздушных потоках, например, при дождевании грозных облаков, пневматическом подъеме сыпучих материалов, флюидизации катализаторов, во время песчаных и снежных бурь и т. д., во взвешенном состоянии находятся частицы размером в несколько миллиметров. Ввиду актуальности упомянутых проблем в механике аэрозолей следует рассматривать и такие частицы.

Таким образом, объектами учения об аэрозолях являются системы, лежащие в огромном интервале дисперсности — от 10^{-7} до 10^{-1} см . Неудивительно, что переход от нижнего предела к верхнему сопровождается не только количественными изменениями почти во всех физических свойствах аэрозолей, но и изменением характера законов, выражающих эти изменения. Особенно наглядно это видно на примере закона сопротивления газообразной среды движению частиц. Для очень мелких частиц ($r < 10^{-6} \text{ см}$) сопротивление пропорционально скорости и квадрату радиуса частиц. В интервале $10^{-6} — 10^{-4} \text{ см}$ происходит постепенный переход к закону Стокса; сопротивление остается пропорциональным скорости,

¹ Частицы порядка 10^{-7} см могут быть, вероятно, обнаружены в счетчиках ядер конденсации, но размер их остается при этом неизвестным.

но квадратичная зависимость от радиуса сменяется на линейную. При дальнейшем увеличении радиуса снова наступают отклонения от закона Стокса; при не очень малых скоростях пропорциональность сопротивления и скорости нарушается, и при достаточно больших скоростях и размерах частиц сопротивление становится в первом приближении пропорциональным квадрату радиуса и квадрату скорости (см. стр. 42).

Изменения в характере законов, управляющих некоторыми важнейшими свойствами аэрозолей, показаны на рис. 1: здесь во всех случаях переходная область лежит, грубо говоря, в интервале от $0,5 — 1 \cdot 10^{-6}$ до 10^{-4} см . Это неудивительно для свойств, объединенных на рисунке в группы 1 и 2, так как эти свойства связаны с отношением радиуса частиц к длине свободного пути газовых молекул, составляющей в воздухе при атмосферном давлении около 10^{-5} см , или к средней длине волны видимого света ($\lambda = 0,55 \cdot 10^{-4} \text{ см}$). Для остальных свойств это совпадение носит случайный характер. Указанный факт позволяет установить естественную классификацию аэрозолей по дисперсности.

Группа высокодисперсных аэрозолей с радиусом частиц ниже примерно $0,5 — 1 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ характеризуется тем, что сопротивление движению, скорость испарения и охлаждения частиц пропорциональны r^2 , рассеяние света частицами пропорционально r^6 , константа коагуляции зависит от r . Частицы невидимы в обыкновенный микроскоп и лишь в особо благоприятных условиях могут быть обнаружены путем ультрамикроскопии. Давление пара дисперсной фазы в этих аэрозолях заметно превышает нормальное давление пара вещества, следовательно, в них может иметь место быстрое «ссыедани» более мелких частиц более крупными. Наконец, броуновское движение частиц значительно преобладает над оседанием под действием тяжести.

В грубодисперсных аэрозолях с радиусом частиц выше 10^{-4} см можно определить при помощи микроскопа как размер, так и форму частиц; константа коагуляции не зависит от r ; оседание значительно преобладает над броуновским движением, и все поимено-

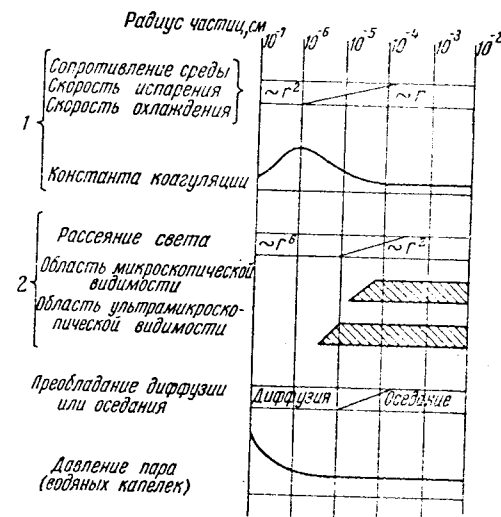


Рис. 1. Дисперсность и основные свойства аэрозолей.

важные выше закономерности сменяются на другие, указанные на рис. 1.

Наконец, системы с радиусом частиц от $0,5-1 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-4} см целесообразно выделить в особую группу аэрозолей со средней дисперсностью и с переходными свойствами. Надо заметить, что эта группа играет в исследовании аэрозолей очень большую роль, так как указанный размер частиц особенно удобен для ультрамикроскопии — одного из основных методов изучения аэрозолей. Кроме того, при образовании конденсационных аэрозолей из веществ с малой упругостью пара на практике обычно получают системы именно этой группы.

§ 3. Распределение размеров частиц в аэрозолях

Большинство природных и искусственно получаемых аэрозолей обладает довольно значительной полидисперсностью¹. Ввиду упомянутой выше сильной зависимости физических свойств аэрозолей от их дисперсности «средний» размер частиц в большинстве случаев недостаточен для характеристики аэродисперсных систем; необходимо найти распределение размеров частиц. До изобретения электронного микроскопа для этого служил обыкновенный микроскоп, позволяющий измерять частицы лишь в грубодисперсных аэрозолях ($r > 3-5 \cdot 10^{-5}$ см) или в соответствующей фракции более высокодисперсных аэрозолей. В тонкой же фракции последних определялось лишь общее число частиц без измерения их величины, либо этой фракцией вообще пренебрегали. В настоящее время распределение размеров может быть найдено в аэрозолях с радиусами частиц больше $1-2 \cdot 10^{-7}$ см.

Распределение размеров может быть выражено несколькими способами. Можно задать долю df числа частиц, радиусы которых лежат в пределах $(r, r + dr)$:

$$df = f(r) dr \quad (3.1)$$

при условии

$$\int_0^{\infty} f(r) dr = 1. \quad (3.2)$$

Кривая, выражаемая функцией $f(r)$, называется кривой плотности распределения или дифференциальной кривой распределения размеров частиц (рис. 2) или, точнее, кривой счетного распределения в отличие ее от кривой весового распределения, определяющей весовую долю dg частиц с радиусом $(r, r + dr)$:

$$dg = g(r) dr \quad (3.3)$$

¹ Сравнительно монодисперсны аэрозоли, получаемые в генераторе Ламера [6] и образованные цветочной пылью и спорами некоторых растений: радиус частиц в пыли клевера лежит в пределах $24,8-26,9 \mu$ [7].

при

$$\int_0^{\infty} g(r) dr = 1. \quad (3.4)$$

Заметим, что площадь, ограниченная дифференциальной кривой распределения, осью абсцисс и двумя вертикалями в точках r_1 и r_2 , выражает долю (счетную или весовую) частиц, радиусы которых заключены между r_1 и r_2 .

По смыслу функции $g(r)$ можно написать:

$$g(r) = \beta m_r f(r),$$

где m_r — масса частицы с радиусом r ;

β — фактор пропорциональности, легко определяемый путем интегрирования:

$$\int_0^{\infty} g(r) dr = 1 = \beta \int_0^{\infty} m_r f(r) dr = \beta \bar{m},$$

где \bar{m} — средняя (арифметическая) масса частиц аэрозоля.

Таким образом, функции $f(r)$ и $g(r)$ связаны простым уравнением

$$g(r) = \frac{m_r}{\bar{m}} f(r). \quad (3.5)$$

Так как $\bar{m} = \bar{\gamma} \bar{v}$, где γ — плотность, а \bar{v} — средний объем частиц, то при постоянном γ , т. е. в случае однородного состава аэрозоля и отсутствия в нем агрегатов, весовое распределение $g(r)$ тождественно с объемным распределением $v(r) = \frac{\bar{v}}{\bar{v}} f(r)$. При разнородном составе аэрозоля (например, атмосферной пыли) или в агрегированных аэрозолях, частицы которых обладают различной кажущейся плотностью (см. стр. 28), из микроскопических измерений можно практически получить лишь объемное распределение, которое в данном случае может значительно отличаться от весового.

Функции счетного и весового распределений размеров частиц наиболее употребительны. Однако, как будет показано ниже, в некоторых случаях нужно пользоваться другими функциями распределения с общей формулой $f_v(r) = r^v f(r) / r^v$, где v — положительное или отрицательное целое число. Особенно важно квадратичное распределение ($v = 2$).

В некоторых аэрозольных проблемах целесообразно выражать распределение в функции не радиуса, а массы (или объема) частиц. Функция распределения масс частиц указывает, какая счетная $f'(m)dm$ или весовая $g'(m)dm$ доля частиц обладает массой, лежащей в пределах $(m, m + dm)$. В случае шарообразных частиц функции $f(r)$ и $f'(m)$ (а также $g(r)$ и $g'(m)$) связаны формулой $4\pi\gamma r^2 f'(m) = f(r)$.

Дифференциальные кривые распределения обладают большой наглядностью, однако при обработке результатов измерений частиц аэрозо-

лей и решении некоторых технических вопросов удобнее применять интегральные («кумулятивные») кривые распределения, показывающие, какая доля частиц (по счету или по весу) обладает радиусом больше или меньше данной величины r . Соответствующие функции распределения получаются для счетного распределения путем интегрирования функции $f(r)$ от r до ∞ в первом случае (а) и от 0 до r во втором случае (б)

$$F_a(r) = \int_r^{\infty} f(r) dr, \quad F_b(r) = \int_0^r f(r) dr \quad (3.6)$$

и аналогично для весового распределения

$$G_a(r) = \int_r^{\infty} g(r) dr, \quad G_b(r) = \int_0^r g(r) dr. \quad (3.7)$$

В технике при исследовании различных промышленных пылей особенно часто пользуются функцией $G_a(r)$. Определяемую ею интегральную кривую весового распределения называют «характеристической кривой» данной пыли, а также «кривой остатков», так как она определяется по весу пыли, оставшейся на данном сите или при данной скорости воздуха в воздушном сепараторе. Кривую $G_b(r)$ называют «кривой проходов». Заметим, что

$$F_a(r) + F_b(r) = G_a(r) + G_b(r) = 1. \quad (3.8)$$

Поясним сказанное на примере распределения размеров капелек в одном слоистом облаке [8], определенного посредством микроскопа. Заметим, что в отличие от систем с жидкой средой, для которых можно при помощи седиментометрии получить непосредственно непрерывные кривые распределения, в аэрозолях из опыта обычно определяют долю частиц, радиусы которых лежат в конечных интервалах, т. е. вместо непрерывных кривых получают ломаные графики «гистограммы».

В рассматриваемом случае при промере 100 капелек были получены результаты, представленные в табл. 1.

Таблица 1
Распределение размеров капелек в слоистом облаке

Интервалы радиусов капелек, μ	2,5—4	4—5,5	5,5—7	7—8,5	8,5—10	10—11,5
Число капелек	4	6	15	24	24	12

Интервалы радиусов капелек, μ	11,5—13	13—14,5	14,5—16	16—17,5	17,5—19
Число капелек	4	4	4	1	2

По этим данным была построена изображенная на рис. 2 гистограмма. Ее можно использовать непосредственно для вычисления различных средних величин (см. стр. 23), но в большинстве случаев желательнее превратить гистограмму в непрерывную кривую, сглаживая при этом некоторые неправильности, обусловленные недостаточным числом измерений (например, физически маловероятный подъем у правого края гистограммы).

Такое сглаживание экспериментально найденных результатов оправдывается тем обстоятельством, что число измеренных частиц по необхо-

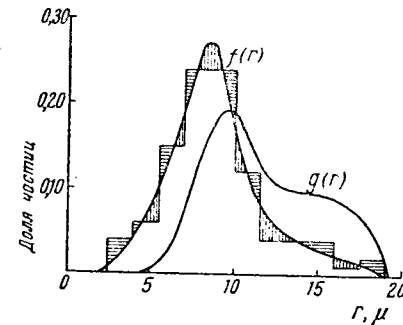


Рис. 2. Дифференциальные кривые распределения размеров частиц.

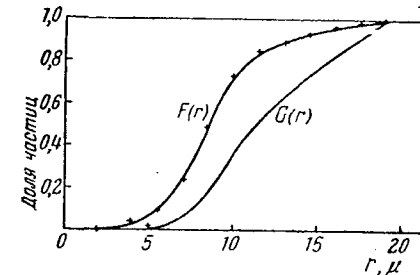


Рис. 3. Интегральные кривые распределения размеров частиц.

димости ограничено, и поэтому статистические флуктуации довольно заметны. Непосредственно сглаживать гистограмму неудобно. Лучше начать с построения по экспериментальным точкам (отмеченным крестиками на рис. 3) плавной интегральной кривой $F_b(r)$. При этом сравнительно легко исправить случайные ошибки измерений и флуктуации числа частиц каждой фракции. По интегральной кривой посредством известных приемов графического дифференцирования строятся затем дифференциальная кривая $f(r)$ (см. рис. 2).

Чтобы перейти к кривым весового распределения, можно было бы начать с построения «весовой гистограммы» непосредственно из опытных данных, однако в этом случае упомянутые выше флуктуации скажутся особенно сильно. Поэтому лучше исходить из полученной сглаживанием опытных данных кривой $f(r)$. Разбив ось r на достаточно узкие интервалы Δr , вычисляют соответствующие им средние значения массы частиц $m_r = \frac{4}{3} \pi \bar{r}^3$, затем, пользуясь кривой $f(r)$, определяют массу $m_r f(r) \Delta r$ дисперсной фазы в каждом интервале и среднюю массу \bar{m} , откуда по формуле (3.5) находят искомую функцию весового распределения. Таким образом была построена кривая $g(r)$ на рис. 2. По ней в свою очередь находят интегральную кривую $G_b(r)$ (см. рис. 3).

При ситовом, или седиментационном, анализе пыли функция $G(r)$ определяется непосредственно из опыта. Обратный переход от нее к счетному распределению выполняется по той же схеме. Аналогично производится построение кривых квадратичного и других распределений размеров.

Выбор того или иного способа выражения для распределения размеров частиц в аэрозолях зависит от того, какие свойства последних нужно характеризовать. Так, например, при вычислении скорости тепловой коагуляции аэрозолей необходимо знать счетное распределение размеров частиц $f(r)$ (стр. 268). Скорость испарения грубодисперсного аэрозоля в каждый момент времени определяется линейным распределением размеров частиц $r f(r)$, так как скорость испарения частиц пропорциональна их радиусу. Оптическая плотность грубодисперсных туманов определяется квадратичным распределением размеров $r^2 f(r)$, так как отражение и рассеяние света большими каплями пропорциональны квадрату их радиуса. Этим же распределением определяется плотность осаждения аэрозолей под действием силы тяжести или инерционных сил.

В указанных выше примерах мы имели дело с дифференциальными кривыми распределения. Интегральные кривые находят себе применение прежде всего при расчете полноты отделения дисперсной фазы аэрозолей от газовой среды в различных служащих для этой цели аппаратах и при выражении распределения размеров посредством эмпирических уравнений (см. стр. 18). Заметим еще, что для характеристики промышленных порошкообразных материалов, например, инсектицидных дустов, обычно указывается весовой процент фракции, остающейся на сите определенного номера и проходящей через сито другого номера, т. е. дается величина функции $G(r)$ при двух определенных значениях r .

Необходимо сказать несколько слов о часто встречающихся в литературе кривых распределения (рис. 4), пересекающих ось ординат на конечном расстоянии от начала координат. Кривые такого типа, дающие совершенно ложное представление об истинном характере распределения размеров частиц, получаются благодаря конечной величине интервалов, на которые разбиваются размеры частиц при их измерении. Действительно, пусть кривые на рис. 5 представляют действительное распределение размеров. При достаточно узких интервалах ($\Delta r = 0,1 \mu$), например, при измерении частиц при помощи электронного микроскопа, получилась бы гистограмма, представленная на рис. 5, а. При ее «выглаживании» мы пришли бы к кривой, очень близкой к кривой действительного распределения. Однако при измерении частиц посредством обыкновенного микроскопа мы могли бы в лучшем случае взять $\Delta r = 0,2 \mu$ и при этом получили бы гистограмму, изображенную на рис. 5, б и кривую типа А на рис. 4. Наконец, при интервалах $\Delta r = 0,5 \mu$, принятых в обычных гигиенических работах, получилась бы гистограмма, изображенная на рис. 5, в, и кривая типа В на рис. 4.

Обычно такая маскировка истинного распределения имеет место, если значительная часть кривой распределения лежит в той области величины частиц, где прамеменный метод определения размеров уже непригоден вследствие малости частиц; другой случай — очень большая степень полидисперсности аэрозоля, когда интервал размеров частиц растянут на несколько порядков величины. Действительно, предположим, что радиусы частиц некоторого аэрозоля лежат в пределах $0,1-200 \mu$ и вся длина графика вдоль оси абсцисс равна 100 мм . Тогда на часть кривой распределения, соответствующую пределам $0,1-1 \mu$, придется интервал лишь в $0,5 \text{ мм}$, и правильно изобразить распределение на таком графике невозможно.

Казалось бы, что в таких случаях можно воспользоваться логарифмическим масштабом по оси абсцисс. Действительно, при этом неравноправное положение очень мелких частиц устраняется, так как каждому порядку величины на графике

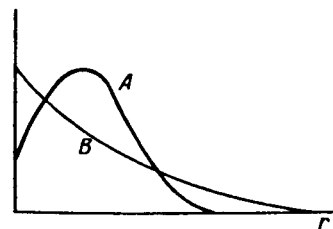
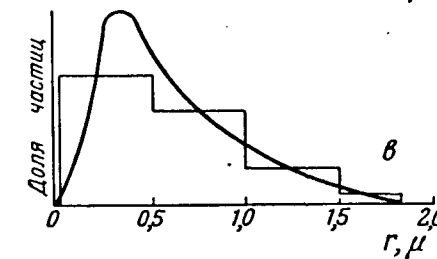
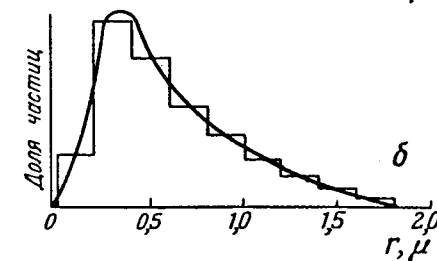
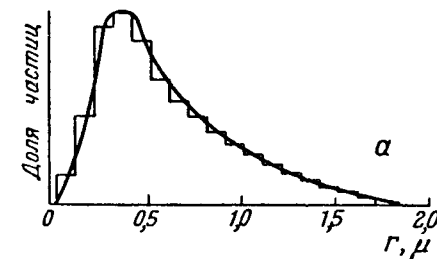


Рис. 4. Ложные кривые распределения.

Рис. 5. Происхождение ложных кривых распределения.

отводится равное пространство. Однако здесь возникает новое затруднение. Если, приняв логарифмический масштаб для радиусов, провести кривую распределения, просто откладывая по оси ординат значения функции $f(r)$, то площадь, ограниченная этой кривой, осью абсцисс и вертикалями в точках r_1 и r_2 , будет равна

$$\int_{r_1}^{r_2} f(r) d \lg r = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} f(r) dr,$$

т. е. эта площадь уже не будет пропорциональной доле частиц с радиусами от r_1 до r_2 , и кривая потеряет свою наглядность. Чтобы сохранить указанное значение этой площади, необходимо вместо $f(r)$ откладывать по оси ординат $rf(r)$, но для очень полидисперсных аэрозолей кривая $rf(r)$ в области малых r практически совпадает с осью абсцисс. Таким образом, мы снова приходим к невозможности наглядного изображения распределения размеров посредством кривой. В последнее время в исследованиях аэрозолей наблюдается тенденция к отказу от рассмотренных выше способов наглядного изображения распределения размеров и к замене их такими системами координат, в которых распределение выражалось бы прямой линией. Этот вопрос тесно связан с другим, к рассмотрению которого мы сейчас перейдем.

Пользоваться кривыми распределения для характеристики промышленных аэрозолей и при разрешении различных теоретических и прикладных аэрозольных проблем весьма неудобно. Целесообразно представить эти кривые посредством формулы с минимальным числом коэффициентов, величина которых характеризовала бы данное распределение. При этом, конечно, желательно, чтобы такая формула была применима к возможно большему числу аэродисперсных систем, т. е. чтобы при переходе от одной системы к другой менялись бы только значения коэффициентов. При достаточно большом числе коэффициентов можно было бы представить все встречающиеся на практике распределения одной единственной формулой. Однако подбор коэффициентов требовал бы каждый раз большой работы, и, кроме того, этим коэффициентам трудно было бы приписать какой-либо физический смысл; поэтому многокоэффициентные формулы не получили практического применения. Как правило, берутся формулы только с двумя коэффициентами, причем это число коэффициентов является уже минимальным: один коэффициент характеризует средний размер частиц, другой — степень полидисперсности аэрозоля.

При большой сложности и недостаточной изученности процессов образования как конденсационных, так и дисперсионных аэрозолей теоретического вывода формул распределения еще не существует (за одним исключением; см. ниже), но имеется ряд эмпирических формул, применимых, главным образом, к аэрозольям, полученным механическим распылением твердых и жидких тел. Наиболее известны из них:

1) формула Роллера [9], имеющая в указанных выше обозначениях вид¹

$$G_b(r) = ar^{1/2} \exp(-s/r) \quad (3.9)$$

и применяемая к большому числу промышленных порошкообразных материалов с самой разнообразной дисперсностью.

¹ При $r \rightarrow \infty$ $G_b(r)$ в этой формуле также $\rightarrow \infty$. Поэтому здесь приходится обрывать интегральную кривую распределения при таком r_1 , чтобы $G_b(r_1) = 1$.

2) Формула Разина — Раммлера [10]

$$G_a(r) = \exp(-ar^s), \quad (3.10)$$

применимая к сравнительно грубодисперсным пылям и туманам, полученным механическим распылением.

Более совершенная формула для таких туманов предложена Нуклямой и Танасавой [11]

$$f(r) = ar^2 \exp(-br^s), \quad (3.11)$$

где a и b — не независимы, а являются определенными функциями s и среднего размера капель. Эти функции вычислены и приведены авторами в виде таблиц.

Формулу (3.9) можно представить в виде

$$\lg[G_b(r)/r^{1/2}] = \lg a - 0,434 s/r. \quad (3.12)$$

Если отложить по оси абсцисс $1/r$, а по оси ординат $\lg(G_b/r^{1/2})$, то в случае применимости этой формулы экспериментальные точки должны лечь на одну прямую, по которой легко определить a и s .

Аналогично из формулы (3.10) получаем

$$\lg G_a(r) = -0,434 ar^s. \quad (3.13)$$

В этом случае приходится подбирать такое значение s , при котором экспериментальные точки ложатся на прямую при выборе в качестве координат r^s и $\lg G_a$. Аналогично производится обработка экспериментальных данных по формуле (3.11), которой придется форма

$$\lg[f(r)/r^2] = \lg a - 0,434 br^s. \quad (3.14)$$

Приведение формул к такому виду, при котором распределение размеров выражается прямой линией, чрезвычайно облегчает задачу подбора коэффициентов в этих формулах и выглаживания экспериментальных данных.

В очень немногих аэрозольях, например, в образованных спорами растений [12], кривые распределения имеют симметричную форму, близкую к форме кривой Гаусса, соответствующей «нормальному» распределению:

$$f(r) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \exp[-(r - \bar{r})^2/2\beta^2], \quad (3.15)$$

где \bar{r} — средний радиус частиц;

$\beta^2 = (r - \bar{r})^2$ — среднее квадратичное отклонение (дисперсия) величины радиуса от \bar{r} .

Введем вспомогательную переменную

$$\xi = (r - \bar{r})/\beta\sqrt{2}. \quad (3.16)$$

Доля частиц с радиусом $\ll r_1$ равна

$$\int_0^{r_1} f(r) dr = \frac{1}{\beta V \sqrt{2\pi}} \int_0^{r_1} e^{-(r-\bar{r})^2/2\beta^2} dr = \frac{1}{V\pi} \int_{-\frac{\bar{r}}{\beta\sqrt{2}}}^{\frac{r_1-\bar{r}}{\beta\sqrt{2}}} e^{-\xi^2} d\xi. \quad (3.17)$$

Так как по смыслу функции $f(r)$ она отлична от 0 только при $r \geq 0$, то в интеграле можно взять нижним пределом $-\infty$.

$$\int_0^{r_1} f(r) dr = \frac{1}{V\pi} \int_{-\infty}^{\frac{r_1-\bar{r}}{\beta\sqrt{2}}} e^{-\xi^2} d\xi = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{Erf} \left(\frac{r_1-\bar{r}}{\beta\sqrt{2}} \right) \right] = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{Erf} \xi_1), \quad (3.18)$$

где

$$\operatorname{Erf} \xi_1 = \frac{2}{V\pi} \int_0^{\xi_1} e^{-\xi^2} d\xi \quad (\text{функция Крампа}), \quad (3.19)$$

а ξ_1 — значение ξ , соответствующее r_1 .

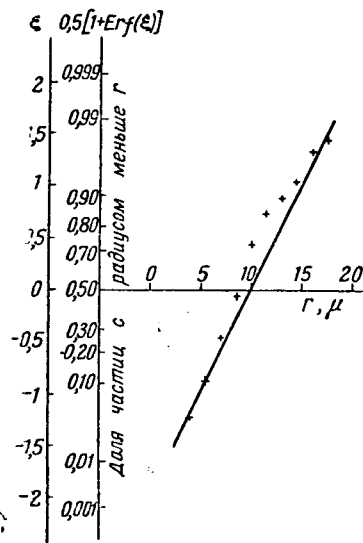


Рис. 6. Кривые распределения в вероятностной сетке.

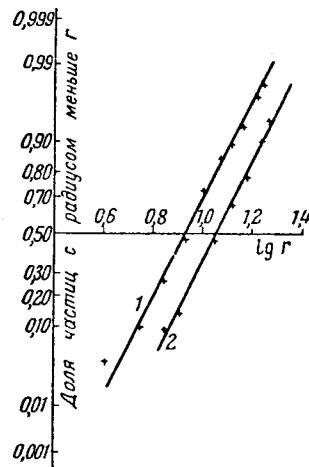


Рис. 7. Кривые распределения в вероятностно-логарифмической сетке.

Отложим ξ в произвольном масштабе по оси ординат (рис. 6) и поставим на ней соответствующие значения $0,5 [1 + \operatorname{Erf}(\xi)]$, т. е. долю частиц в рассматриваемом нормальном распределении, для которых $r < \bar{r} + \beta\sqrt{2} \xi$. По оси абсцисс отложим, как и раньше, r . Если в этой «вероятностной» системе координат построить интегральную кривую $F_b(r)$,

выражающую долю частиц с радиусом, меньше r , то в случае нормального распределения размеров, согласно уравнению (3.16), должна получиться прямая линия, пересекающая ось абсцисс в точке $r = \bar{r}$. Тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс равен $1/\beta\sqrt{2}$.

Данные табл. 1 для водяного тумана не дают в вероятностной сетке прямолинейного графика, как видно из рис. 6, на котором распределение размеров капелек в этом тумане нанесено крестиками, ввиду несимметричности дифференциальной кривой распределения этого тумана (см. рис. 2). Следует заметить, что в подавляющем большинстве конденсационных и дисперсионных аэрозолей кривые распределения имеют такую несимметричную форму с более крутым наклоном в сторону малых r . Повидимому, это связано с уже упомянутой неравноправностью мелких частиц при выборе линейного размера частиц в качестве абсциссы в кривых распределения. Если взять за абсциссу логарифм радиуса, то кривые распределения принимают более симметричную форму и нередко приближаются к кривой Гаусса. В этом случае распределение может быть выражено формулой (логарифмически-нормального распределения)

$$f(r) dr = \frac{1}{\lg \beta_g V \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\lg r - \lg r_g)^2}{2(\lg \beta_g)^2} \right] d \lg r. \quad (3.20)$$

Здесь $\lg r_g = \overline{\lg r}$, следовательно, r_g — среднее геометрическое радиусов частиц. $(\lg \beta_g)^2 = \overline{(\lg r - \lg r_g)^2}$, т. е. представляет собой среднее квадратичное отклонение логарифма радиусов. В иностранной литературе β_g обычно называется «стандартным геометрическим отклонением». Как видно из рис. 7, взятый нами в качестве примера туман (слоистое облако) дает в вероятностно-логарифмической сетке прямолинейный график¹. Логарифмически-нормальное распределение размеров капелек в природных облаках установлено Л. Левиним на обширном материале, собранном им на Эльбрусе [13]. В последнее время это распределение найдено и в других аэрозолях дисперсионного и конденсационного происхождения: в каменной [14] и урановой [15] пыли, образующейся при механическом дроблении, в туманах, полученных дисковым распылителем [16], в аэрозолях NH_4Cl и H_2SO_4 , образовавшихся путем смещения газообразных компонентов [17], и т. д. В отличие от других упомянутых выше распределений логарифмически-нормальное распределение имеет, несомненно, и теоретическое значение [18]. В частности, как показал А. Колмогоров [19], исходя из простых гипотез о характере процесса дробления твердых частиц, можно доказать, что распределение размеров частиц асимптотически стремится по мере хода измельчения к логарифмически-нормальному [20]. Было бы весьма интересно выяснить, при каких условиях это распределение получается в конденсационных процессах.

¹ При проведении прямых через экспериментальные точки в вероятностных сетках необходимо иметь в виду, что точки, лежащие далеко от оси, имеют малый статистический вес, так как отвечают небольшому числу частиц.

Заметим еще, что в случае логарифмически-нормального счетного распределения размеров [формула (3.20)] весовое и другие производные распределения будут также логарифмически-нормальными с той же величиной β_g , т. е. все производные распределения выразятся параллельными прямыми [21].

В самом деле, для распределения, соответствующего ν -ой степени радиуса, получим выражение (a — нормирующий множитель, содержащий только постоянные величины)

$$\begin{aligned} a \exp(2,302 \nu \lg r) \frac{1}{\lg \beta_g \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\lg r - \lg r_g)^2}{2 \lg^2 \beta_g} \right\} = \\ = \frac{a}{\lg \beta_g \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\lg r - \lg r_g)^2 - 2,302 \nu \lg r - 2 \lg^2 \beta_g}{2 \lg^2 \beta_g} \right\} = \\ = \frac{1}{\lg \beta_g \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\lg r - (\lg r_g + 2,302 \nu \lg^2 \beta_g)]^2}{2 \lg^2 \beta_g} \right\}. \end{aligned}$$

Весовое распределение размеров капелек в тумане со счетным распределением, представленным прямой 1 на рис. 7, выражается параллельной прямой 2.

Для всех рассмотренных в этом параграфе формул распределения характерно то, что точки, лежащие близ одного или обоих краев графика, более или менее отклоняются от прямой линии. Однако это не имеет большого практического значения для характеристики аэрозолей, так как в интегральных кривых распределения краевым точкам отвечает небольшая доля частиц. Некоторые авторы [9] склонны считать предложенные ими формулы правильными на всем протяжении, а отклонения объясняют ошибками опыта, преждевременным оседанием частиц и т. д. С этим нельзя согласиться: как уже говорилось, этим формулам [за исключением (3.20)] нельзя приписать какого-либо теоретического значения. Они являются более или менее удачными, чисто эмпирическими приближениями к действительному распределению. Далее, из того факта, что каждая из этих формул была с успехом применена к тем или иным группам аэрозолей, следует, что ни одна из них не имеет общего значения. Тем не менее, практическая ценность этих формул несомненна, так как они позволяют определить все свойства аэрозолей, зависящие от их дисперсности, посредством двух параметров, сравнивать аэрозоли друг с другом и т. д. Труд, затраченный на подбор подходящей формулы и определение величины коэффициентов, обычно значительно меньше труда, необходимого для измерения достаточно большого числа частиц. Поэтому для дальнейшего развития учения об аэрозолях, особенно для теории образования аэрозолей, было бы весьма желательно, чтобы указанная обработка результатов измерений была проведена на возможно большем числе аэродисперсных систем.

Знание распределения размеров частиц имеет чрезвычайно большое значение при исследовании аэрозолей, так как почти все свойства их в очень сильной степени зависят от их дисперсности. Экспериментальное

исследование аэрозолей следовало бы поэтому проводить на изодисперсных системах, но так как получение их является еще неразрешенной полностью задачей, то приходится работать с полидисперсными аэрозолями. В этом случае более или менее надежные выводы из результатов опытов можно сделать, только зная распределение размеров частиц.

§ 4. «Средние» размеры частиц аэрозолей

Для полной характеристики аэрозолей необходимо знание распределения размеров частиц. Однако на практике нередко приходится ограничиваться указанием «среднего» размера во всех тех случаях, когда исследование распределения размеров частиц почему-либо не было произведено, а вместо этого измерялось какое-нибудь свойство аэрозоля, зависящее от его дисперсности, например, коэффициент диффузии, расширение линий в рентгенограмме, снятой с осажженных частиц, диаметр дифракционной короны и т. д. Очень часто измерение дисперсности аэрозолей производится по счетно-весовому методу, т. е. измеряются весовая концентрация (масса дисперсной фазы в единице объема) и счетная концентрация (число частиц в единице объема)¹ аэрозоля; отсюда находится средняя масса частиц и, если известна их плотность, средний размер частиц.

Необходимо иметь в виду, что определяемые различными методами «средние» размеры частиц могут заметно отличаться друг от друга. Подобно счетному, весовому и т. д. распределению размеров частиц существуют различные средние величины радиусов:

1) арифметический средний радиус

$$r_1 = \bar{r} = \int_0^{\infty} r f(r) dr \approx \sum_{\nu} r_{\nu} N_{\nu} / N, \quad (4.1)$$

где N_{ν} — число частиц в ν -ом интервале;

r_{ν} — середина этого интервала;

N — общее число частиц;

2) средний квадратичный (средний по поверхности) радиус

$$r_2 = \sqrt{\bar{r^2}} = \left[\int_0^{\infty} r^2 f(r) dr \right]^{1/2} \approx \left[\sum_{\nu} r_{\nu}^2 N_{\nu} / N \right]^{1/2}; \quad (4.2)$$

3) средний кубический (средний по объему или средний весовой) радиус

$$r_3 = \sqrt[3]{\bar{r^3}} = \left[\int_0^{\infty} r^3 f(r) dr \right]^{1/3} \approx \left[\sum_{\nu} r_{\nu}^3 N_{\nu} / N \right]^{1/3} \quad (4.3)$$

и т. д.

¹ В советской литературе для обозначения числа частиц в единице объема аэрозолей обычно применяется термин «частичная концентрация». Ввиду его двусмысленности («частичный» как противоположность «полному») мы применили, следуя примеру Г. Ромашова [22], термин «счетная» концентрация.

В этих средних, выведенных из счетного распределения размеров, крупные и мелкие частицы равноправны. Для практики большее значение имеют взвешенные средние, выводимые из весового распределения $g(r)$, например,

$$r_1' = \int_0^{\infty} r g(r) dr \approx \sum_v r_v g_v / G, \quad (4.4)$$

где g_v — вес частиц в v -ом интервале;

G — общий вес частиц.

Кроме того, нередко применяются:

4) средний геометрический радиус r_g , определяемый формулой

$$\lg r_g = \overline{\lg r} = \int_0^{\infty} \lg r \cdot f(r) dr \approx \sum_v N_v \lg r_v / N; \quad (4.5)$$

5) счетный медианный радиус r_m , определяемый из условия $F_a(r_m) = F_b(r_m) = 0,5$. Это означает, что половина частиц имеет радиус $> r_m$, половина $< r_m$;

6) весовой медианный радиус $r_{m'}$, определяемый из аналогичного условия $G_a(r_{m'}) = G_b(r_{m'}) = 0,5$, т. е. масса частиц с радиусом $> r_{m'}$ составляет половину всей массы аэрозоля.

Заметим, что при нормальном распределении $r_m = \bar{r}$, а при логарифмически нормальном $r_m = r_g$.

Для иллюстрации вычислим различные средние размеры частиц в рассмотренном выше тумане. В этом случае целесообразно исходить непосредственно из опытных данных (см. табл. 1), не приглаживая их, и вести вычисление по формулам

$$r_1 = \sum_v r_v N_v / N \quad (4.6)$$

и т. д.

Таким путем находим: $r_1 = 8,9 \mu$; $r_2 = 9,4 \mu$; $r_3 = 9,9 \mu$. По кривым для F_b и G_b рис. 3 находим далее $r_m = 8,5 \mu$; $r_{m'} = 11,1 \mu$; по кривым 1 и 2 рис. 7 мы получили бы значения $r_m = 8,6 \mu$ и $r_{m'} = 11,5 \mu$.

При экспериментальном определении среднего размера частиц получают в зависимости от метода измерения ту или иную среднюю. Так, при счетно-весовом методе определяют, очевидно, r_3 , по методу «коронны» (диаметру дифракционных колец) — r_1 и т. д.

Рациональный выбор средней для характеристики дисперсности аэрозолей, так же как и при выборе кривой распределения, определяется теми свойствами аэрозолей, которые хотят характеризовать. Поэтому для характеристики оптической плотности грубых аэрозолей и скорости их оседания в поле силы тяжести или инерционных сил следует брать средний квадратичный радиус r_2 , для характеристики скорости испарения аэрозолей — r_1 и т. д. В некоторых специальных случаях приходится состав-

лять более сложные средние. Так, удельную поверхность аэрозоля, т. е. величину поверхности, приходящуюся на единицу массы или объема дисперсной фазы, будет характеризовать частица, имеющая такую же удельную поверхность, как весь аэрозоль. Очевидно, что радиус такой частицы r_s определится из уравнения

$$\int_0^{\infty} 4\pi r^2 f(r) dr \Big/ \int_0^{\infty} \frac{4}{3} \pi r^3 f(r) dr = 4\pi r_s^2 \Big/ \frac{4}{3} \pi r_s^3 = 4\pi r_s^2 \Big/ \frac{4}{3} \pi r_s^3 \quad (4.7)$$

или

$$r_s = r_3^3 / r_2^2.$$

В рассматриваемом тумане $r_s = 11,0 \mu$. Эта же величина получится при исследовании вопроса о поглощении света единицей объема вещества в состоянии грубого аэрозоля.

Мы видим, что разные средние в данном случае отличаются друг от друга не очень сильно. Чем монодисперснее аэрозоль, тем меньше, конечно, разница между различными средними. В аэрозолях же с размерами частиц, растянутыми на несколько порядков величины, понятие среднего радиуса вообще теряет всякий физический смысл.

К вопросу о среднем радиусе и распределении размеров в аэрозолях с частицами неправильной формы мы вернемся немного ниже.

§ 5. Форма и строение частиц аэрозолей

Простейшими аэродисперсными системами являются туманы, частицы которых имеют, как правило, шарообразную форму и при коагуляции, сливаясь, образуют вновь шарообразную капельку. Правда, в туманах из очень вязких жидкостей (например, из масла «Аппезон») этот процесс превращения двойника в одну шарообразную каплю может затормозиться, и в таких туманах иногда наблюдаются капельки неправильной формы [23]. Более сложные явления наблюдаются в ртутных туманах. В многочисленных работах, посвященных определению заряда электрона посредством измерения скорости движения частиц аэрозолей в вертикальном электрическом поле (см. стр. 61), было обнаружено следующее явление: в то время, как в масляных туманах частицы имеют нормальную плотность, равную плотности масла, из которого они были получены, частицы ртутных туманов нередко обладают плотностью, значительно меньшей, чем плотность ртути [24—26]. При этом было сделано важное наблюдение: размер частиц с нормальной плотностью уменьшался с течением времени вследствие испарения ртути, частицы же с ненормальной плотностью не испарялись [25]. Нормальные испаряющиеся частицы получают из очень чистой ртути механическим распылением [24] или испарением при не очень высокой температуре, т. е. в условиях, не способствующих окислению ртути. Напротив, в туманах, полученных посредством электрических разрядов [25, 27] или из загрязненной свинцом [28] ртути, частицы, как правило, не испаряются. Отсюда следует, что не испаряющиеся час-

тицы покрыты более или менее толстым слоем окислов, препятствующим испарению ртути. Так как плотность этих окислов значительно меньше плотности металлической ртути, то это обстоятельство само по себе может заметно понизить плотность частиц, но, кроме того, здесь имеет место еще и вторичное явление: покрытые слоем окислов капельки ртути не сливаются при соприкосновении друг с другом, а дают агрегаты подобно твердым частицам. Кажущаяся плотность этих агрегатов, определенная из измерений в вертикальном электрическом поле, иногда в десятки раз меньше плотности ртути. Такие рыхлые агрегаты типичны для аэрозолей с твердыми частицами, и окисленные ртутные туманы по своим свойствам вполне сходны с дымами.

В аэрозолях с твердыми частицами следует различать форму первичных частиц и образованных из них агрегатов. В дымах первичные частицы, образовавшиеся путем непосредственного перехода пар—кристаллы, обычно имеют правильную кристаллическую форму; если же образование дыма идет путем конденсации пара в виде жидких капелек и последующего затвердевания их, частицы дыма могут иметь как кристаллическую форму, так и форму шариков. Первичные дымовые частицы нередко так малы, что даже на электронных микрофотографиях невозможно определить ни их формы, ни размера; иногда же первичные частицы хорошо различимы и под обыкновенным микроскопом. Некоторое представление о разнообразии форм и размеров первичных частиц в дымах дают электронные микрофотографии, приведенные на рис. 8 [29] и 73 (стр. 285). В пылях частицы обычно имеют неправильную форму, свойственную обломкам твердых тел. Впрочем, кристаллическая природа вещества сказывается и здесь: в некоторых пылях даже мельчайшие частицы сохраняют свойственную данному веществу пластинчатую (например, в слюдяной, шиферной и графитовой пыли) или волокнистую (например, в асбестовой и текстильной пыли) форму.

Разнообразные формы аэрозольных частиц целесообразно разбить по сравнительной протяженности частиц в трех измерениях на три класса:

1) изометрические частицы, в которых все три измерения имеют примерно одинаковую величину. Сюда относятся частицы с формой шара или правильного многогранника и более или менее приближающиеся к ним частицы неправильной формы;

2) частицы, имеющие в двух измерениях значительно большую протяженность, чем в третьем, — пластинки, листочки, чешуйки и т. д.;

3) частицы с большой протяженностью в одном измерении — призмы, иглы, волокна и т. д.

Агрегаты в аэрозолях могут образоваться при коагуляции индивидуальных дымовых или пылевых частиц, а также в результате неполной дезагрегации порошкообразных тел при их переходе в состояние аэрозоля (см. § 58).

Число индивидуальных частиц, содержащихся в агрегатах, может колебаться в чрезвычайно широких пределах — от многих миллионов до

двух частей. Скорость тепловой коагуляции аэрозолей при данной весовой концентрации быстро возрастает с уменьшением размера частиц; возрастает при этом и прочность агрегатов, их способность противостоять

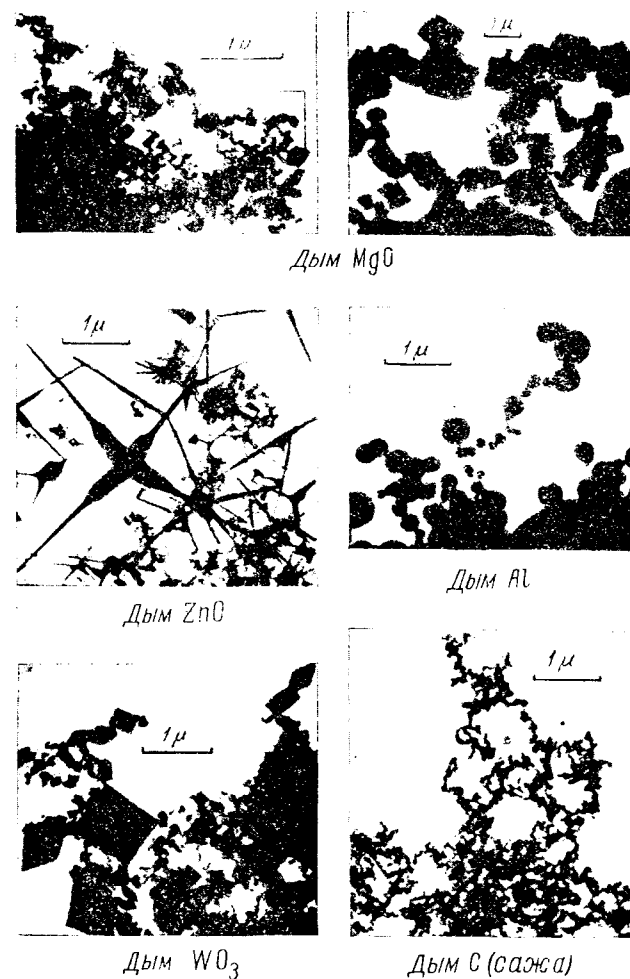


Рис. 8. Электронные микрофотографии частиц аэрозолей.

диспергирующему воздействию турбулентности и т. п. (см. § 58). Поэтому, чем мельче первичные частицы, тем сильнее выражена в аэрозолях агрегация. Системы с высокодисперсными первичными частицами, как правило, состоят из агрегатов и содержат индивидуальные частицы в виде исключения.

При ультрамикроскопии аэрозолей индивидуальные частицы и агрегаты можно распознать по тому признаку, что при одной и той же скорости оседания первые совершают гораздо более интенсивное броуновское движение и менее ярки, чем вторые [27]. Впрочем, отличить эти два типа частиц в ультрамикроскопе при очень малой их величине весьма трудно, и это послужило одной из причин возникновения гипотезы о «субэлектроне» (см. стр. 64).

По своей форме агрегаты принадлежат к одному из двух типов: более или менее изометрическому или линейному (нитевидному). Линейные агрегаты представляют собой цепочки из первичных частиц (см. стр. 285). Очень часто агрегаты состоят из нескольких таких цепочек. Способность давать агрегаты того или другого типа зависит от природы дисперсной фазы и газовой среды [30], от наличия электрического поля и т. д. Подробнее вопрос об образовании линейных агрегатов рассмотрен в VII главе.

Как уже указывалось, кажущаяся плотность агрегатов может быть значительно меньше истинной плотности вещества. Специально поставленное Уайтлоу-Грейем исследование [31] по методу вертикального электрического поля (см. стр. 65) дало следующие значения кажущейся плотности частиц в некоторых дымах (табл. 2):

Таблица 2

Плотность частиц в дымах

Вещество	Плотность		Метод получения дыма
	истинная	кажущаяся	
Au	19,3	0,2 — 8,0	Испарение в вольтовой дуге
Ag	10,5	0,64—4,22	То же
Hg	13,6	0,07—10,8	Нагревание в лодочке
MgO	3,6	0,24—3,48	Сжигание металлического магния
HgCl ₂	5,4	0,62—4,3	Нагревание в лодочке
CdO	6,5	0,17—2,7	Испарение в вольтовой дуге

Учитывая, что отступления от шарообразной формы частиц также приводят к заниженным значениям плотности (стр. 65), надо полагать, что верхние пределы плотности частиц в таблице относятся к индивидуальным частицам. Очень малые значения кажущейся плотности (0,07 для Hg; 0,2 для Au), несомненно, относятся к агрегатам нитевидной формы и являются поэтому сильно заниженными. Фактически отношение кажущейся и истинной плотностей частиц в дымах, повидимому, колеблется в зависимости от характера упаковки первичных частиц примерно в пределах 0,1—0,7, подобно отношению «насыпной» и истинной плотностей различных порошков.

Необходимо упомянуть о высказывавшемся рядом авторов [32, 33] мнении, что малая кажущаяся плотность частиц аэрозолей обусловлена наличием неподвижной газовой оболочки на их поверхности. Для того чтобы объяснить наблюдающиеся отклонения от истинной плотности частиц, этой оболочке приходилось приписывать толщину в несколько десятых долей микрона. Этот ложный взгляд не имеет ни теоретических, ни экспериментальных оснований. В истории развития физики аэрозолей к помощи этой гипотетической оболочки прибегали нередко для объяснения непонятных фактов. К этому вопросу мы еще вернемся ниже.

При решении некоторых вопросов желательно иметь численное выражение для «степени неправильности» частиц. Так как все законы, определяющие свойства аэрозолей, выражаются особенно просто при шарообразной форме частиц, то за «степень неправильности» обычно принимают степень отклонения формы частиц от шарообразной. Проще всего за «коэффициент сферичности» [34] принять отношение поверхности шара с объемом, равным объему данной частицы, к ее поверхности. Для шарообразных частиц коэффициент сферичности κ_s равен 1, при любой другой форме частиц $\kappa_s < 1$. В изометрических частицах κ_s близко к 1: так, для октаэдра κ_s равно 0,846, для куба 0,806, для тетраэдра 0,670. Для частиц, сильно вытянутых в одном или в двух измерениях, для кристаллических скелетов (например снежинок) и т. д. κ_s значительно меньше 1.

Большие трудности представляет задача характеристики дисперсности аэрозолей с нешарообразной формой частиц. Даже для частиц, имеющих форму правильных многогранников, например, тетраэдров, вопрос о том, что считать их величиной, не решается однозначно. Еще больший произвол возможен при определении «размера» вытянутых частиц. Характеризовать же размер частиц посредством двух или трех чисел слишком сложно. Необходимо пользоваться какой-нибудь усредненной величиной, в качестве которой чаще всего пользуются либо «эквивалентным», либо «седиментационным» (стоксовским) радиусом. Эквивалентным радиусом частицы r_e называется радиус шара с объемом, равным объему данной частицы, седиментационным радиусом частицы r_s — радиус шара с той же плотностью и скоростью оседания. Для шарообразных частиц $r_e = r_s$. Вообще же говоря, эти величины различны, причем различие возрастает по мере уменьшения коэффициента сферичности частиц. Вопрос о величине r_e для частиц различной формы и зависимости между r_s и r_e рассмотрен в § 12. Методы определения размеров частиц аэрозолей по скорости их оседания дают, очевидно, величину r_s , воздушные сепараторы разделяют порошкообразные тела на фракции также по величине r_s . При определении размера частиц счетно-весовым методом находят, очевидно, среднюю величину эквивалентного радиуса r_e ; ее можно также определять методом «подвешивания» частиц в вертикальном электрическом поле (стр. 62) и путем измерения частиц посредством оптического или электронного микроскопа.

Определение размеров частиц в трех измерениях под микроскопом в случае грубодисперсных аэрозолей возможно непосредственно путем наведения микроскопа на верхнюю и нижнюю поверхности частицы или посредством предложенного Ю. Ранько [35] стереомикроскопического метода, но для частиц с размерами меньше 2—3 μ эти методы неприменимы. Для изометрических и цилиндрических частиц измерение толщины не нужно, так как она совпадает с шириной частицы. Наибольшие трудности представляет измерение толщины пластинчатых частиц, обычно расположенных на препаратах своими широкими сторонами перпендикулярно к оси микроскопа. В общем, определение эквивалентных радиусов под микроскопом является весьма трудоемкой, а иногда, как мы видели, невыполнимой задачей, и на практике производится очень редко. Обычно ограничиваются определением среднего размера проекции частицы в поле зрения микроскопа, для чего измеряют частицу в двух взаимно-перпендикулярных направлениях [36], предпочтительно в направлениях максимального и минимального протяжений проекции (рис. 9), берут среднее арифметическое и принимают его за величину удвоенного среднего радиуса частицы. Этот «средний» радиус, понятно, может сильно отличаться от r_e .

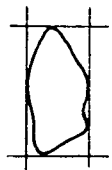


Рис. 9. Определение размеров частиц неправильной формы.

Основной промышленный метод определения размера твердых частиц и фракционирования порошков — ситовой анализ. «Ситовой» радиус, определяемый половиной ширины отверстий в ситах, для шарообразных частиц совпадает с r_s и r_e и близок к ним в случае изометрических частиц. При пластинчатых, чешуйчатых и т. п. частицах ситовой радиус определяется шириной пластинки и поэтому превышает r_s и r_e ; при игольчатых, призматических и т. п. частицах ситовой радиус, определяемый толщиной иглы, меньше r_s и r_e . Потому ситовой и седиментометрический методы анализа порошков с неправильной формой частиц (например, каменноугольной пыли) нередко дают совершенно различные результаты.

Глава II

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ

§ 6. Сопротивление газообразной среды движению очень малых частиц

Механика аэрозолей характеризуется той особенностью, что из трех категорий сил, действующих на частицы — внешних сил (силы тяжести, электростатических сил и т. д.), сопротивления среды¹ и сил взаимодействия между частицами, последние в большинстве случаев значительно меньше остальных и ими можно пренебречь, т. е. считать движения частиц независимыми друг от друга. Таким образом, исследование механики аэрозолей может быть сведено к теоретическому и экспериментальному изучению движения отдельных частиц в сопротивляющейся среде под действием различных внешних сил; в случае необходимости вводится поправка на эффект взаимодействия между частицами. Аналогично обстоит дело и с некоторыми другими свойствами аэрозолей, например, рассеянием света и скоростью испарения, где также можно в первом приближении считать, что каждая частица испаряется или рассеивает свет так, как будто она была одна, а затем внести соответствующую поправку на вторичное рассеяние и т. д. Этот метод исследования применяется в теории аэрозолей весьма широко.

Рассмотрение динамики аэрозолей целесообразно начать с простейшего случая — равномерного движения частиц под действием постоянной силы. Наиболее изучено как теоретически, так и экспериментально движение шарообразных частиц, которое мы и разберем в первую очередь.

Как уже отмечалось (стр. 11), форма уравнений, выражающих некоторые свойства аэрозолей, в том числе и сопротивление газообразной среды движению частиц, зависит от величины отношения радиуса частиц к средней длине свободного пути молекул газа l . При $r \ll l$, т. е. в высокодисперсных аэрозолях, или при соответственно малых давлениях газа движение частиц носит молекулярный характер: оно не нарушает

¹ Силы, действующие на частицу со стороны покоящейся или движущейся среды, мы не будем причислять к «внешним» силам.

максвелловского распределения скоростей молекул среды ни по величине, ни по направлению и не создает в газе никаких течений. Сопротивление газа обусловлено в данном случае тем, что спереди о поверхность движущейся частицы ударяется большее число молекул и с большей скоростью, чем сзади. Величина сопротивления должна быть в этом случае пропорциональна поверхности, т. е. квадрату радиуса частицы. Если масса частицы m значительно больше массы молекул газа m_g , т. е. уже при $r = 0,5 \cdot 10^{-7}$ см, сопротивление среды при рассматриваемом «молекулярном» режиме движения частиц выражается формулой

$$F_M = -\frac{4}{3} \pi \alpha n_g m_g G_g r^2 V, \quad (6.1)$$

где n_g — число газовых молекул в 1 см^3 ;

G_g — их средняя скорость;

V — скорость частицы;

α — коэффициент, величина которого зависит от механизма отражения молекул газа от поверхности частицы (П. Эпштейн [37]).

При зеркальном отражении $\alpha = \alpha_1 = 1$; при диффузном отражении с сохранением абсолютной скорости ударившихся молекул $\alpha = \alpha_2 = 13/9 = 1,442$; при диффузном отражении с принятием газовыми молекулами распределения скоростей, отвечающего температуре поверхности частицы, т. е. при полной аккомодации, $\alpha = \alpha_3 = 1 + \frac{\pi}{8} = 1,393$. Все другие механизмы отражения молекул, принятые некоторыми авторами, несовместимы с принципами статистической механики.

При помощи известного выражения для вязкости газа

$$\eta = 0,3502 n_g m_g G_g l \quad (6.2)$$

можно выразить сопротивление среды следующим образом [38]:

$$F_M = -\frac{4/3 \pi \alpha r^2 \eta V}{0,3502 l} = -\frac{6 \pi \alpha r^2 \eta V}{0,3502 \cdot 4,5 l} = -\frac{6 \pi \eta r^2 V}{(A + Q) l}. \quad (6.3)$$

Здесь величина $0,3502 \cdot 4,5/\alpha$ обозначена по изложенным ниже соображениям через $A + Q$. При трех разобранных механизмах отражения $A + Q$ принимает соответственно значения: $(A + Q)_1 = 1,175$; $(A + Q)_2 = 1,091$; $(A + Q)_3 = 1,131$. Экспериментально наиболее тщательно изучено (Милликеном) движение масляных капелек; при этом для $A + Q$ получено значение 1,154 [39]. Результаты опытов с более крупными капельками (стр. 36) приводят к выводу, что в данном случае имеет место диффузное отражение газовых молекул от поверхности капелек, но с небольшой персистенцией скоростей, т. е. тенденцией к сохранению тангенциальной составляющей скорости молекул. Математически это эквивалентно тому, что определенная часть молекул (в случае масляных капелек — около 10%) отражается зеркально, а остальные — диффузно. В этом предположении теоретическое значение коэффициента $A + Q$ делается

равным 1,125 при сохранении скоростей газовых молекул и 1,164 — при полной аккомодации. Из сравнения с опытным значением $A + Q = 1,154$ следует, что диффузное отражение, повидимому, сопровождается полной аккомодацией молекул.

Об области применимости уравнений (6.1) или (6.3) см. стр. 40.

§ 7. Формула Стокса

В случае $r \gg l$ и при соблюдении некоторых добавочных рассмотренных ниже условий сопротивление среды движению шарообразных частиц выражается известной формулой Стокса:

$$F_M = -6 \pi \eta r V. \quad (7.1)$$

Таким образом, здесь сопротивление пропорционально первой степени радиуса.

В этом случае движение частиц носит гидродинамический характер: оно нарушает изотропность распределения скоростей молекул среды и создает в ней гидродинамическое течение. Сопротивление среды вызвано здесь гидродинамическими силами.

Важнейший случай применения формулы Стокса — оседание частиц аэрозоля под действием силы тяжести. В данном случае действующая на частицу сила равна

$$F = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\gamma - \gamma_g) \approx \frac{4}{3} \pi r^3 g \gamma, \quad (7.2)$$

где g — ускорение силы тяжести;

γ и γ_g — плотности частицы и среды.

Последней ввиду ее малости можно пренебречь. Из (7.1) и (7.2) получаем для стационарной скорости оседания частицы

$$V_s = \frac{2}{9} \frac{r^2 g \gamma}{\eta} = g \tau, \quad (7.3)$$

где $\tau = \frac{2}{9} \frac{r^2 \gamma}{\eta}$ — величина с размерностью времени, играющая, как мы увидим ниже, основную роль в механике аэрозолей.

При выводе формулы Стокса из основных уравнений динамики вязких жидкостей предполагается, что соблюдены следующие условия [40]:

- 1) несжимаемость среды,
- 2) бесконечная протяженность среды,
- 3) бесконечно малая скорость движения,
- 4) постоянство скорости движения,
- 5) твердость частицы,
- 6) отсутствие скольжения на ее поверхности.

Рассмотрим вкратце все эти условия в отдельности.

1) Как известно, сжимаемость среды в гидродинамике начинает сказываться лишь при скоростях течения, сравнимых со скоростью распро-

странения в среде механических импульсов, т. е. со скоростью звука. Таким образом, за исключением таких явлений, как движение аэрозолей, образовавшихся при взрыве и т. п., в механике аэрозолей можно считать газовую среду несжимаемой.

2) Условие бесконечной протяженности среды во всех направлениях никогда не соблюдается на практике: на большем или меньшем расстоянии от частиц аэрозоля всегда имеются те или иные макроскопические тела (например, стенки сосуда), а также другие частицы. Вопрос о влиянии стенок на движение мелких частиц в области применимости формулы Стокса исследован весьма обстоятельно как с теоретической стороны, так и экспериментально — последнее в системах с жидкой средой; при этом получено хорошее совпадение теории с опытом [41]. Влияние стенок сводится к увеличению сопротивления среды на множитель $1 + b \frac{r}{x}$, где x — расстояние центра частицы от стенки, а b — коэффициент, зависящий от формы и расположения стенок. При этом предполагается, что r/x достаточно мало (не более 0,1). Так, при движении частицы параллельно плоской стенке b в первом приближении равно 9/16, при движении перпендикулярно к стенке $b = 9/8$, при движении вдоль оси бесконечно длинного цилиндра $b = 2,1$. Поэтому поправка на влияние стенок достигает заметной величины лишь при расстоянии x порядка 10 r . Однако ввиду сравнительно большой скорости перемещения частиц аэрозоля за счет броуновского движения, конвекции и седиментации они не могут оставаться более или менее продолжительное время на таком близком расстоянии от стенки, не осаждаясь на ней. Поэтому в механике аэрозолей влиянием стенок на сопротивление среды можно в большинстве случаев пренебречь. Более сложный вопрос о взаимном влиянии частиц аэрозоля на их движение рассмотрен ниже (см. § 13).

3) При выводе формулы Стокса в уравнениях движения вязкой жидкости опускаются инерционные члены, что допустимо лишь при бесконечно малых скоростях движения. Поэтому формула Стокса представляет собой первое приближение. Второе приближение с частичным учетом инерционных сил, полученное Осеевым [42], имеет вид

$$F_M = -6\pi\eta r V \left(1 + \frac{3}{8} \frac{\gamma_g V}{\eta}\right) = -6\pi\eta r V \left(1 + \frac{3}{16} \text{Re}\right), \quad (7.4)$$

где γ_g — плотность среды, а

$$\text{Re} = 2\gamma_g V / \eta \quad (7.5)$$

— относящееся к движению частицы число Рейнольдса. Отсюда видно, что формулой Стокса можно пользоваться только при малых Re . Как будет показано ниже (см. стр. 42), допускаемая при этом ошибка приблизительно пропорциональна Re и составляет при $\text{Re} = 0,1$ около 1,7%.

4) Влияние непостоянства скорости движения частиц на сопротивление рассматривается в III главе.

5) В выводе формулы Стокса предполагается, что частица представляет собой твердое тело. При переходе к капелькам жидкости появляются два новых фактора:

а) капелька может деформироваться под действием сопротивления среды [этот эффект, достигающий заметной величины только в очень крупных каплях, рассматривается ниже (стр. 55)].

б) в движущейся капельке возникает циркуляция жидкости, направленная у поверхности капельки в сторону, обратную ее движению, и, таким образом, уменьшающая трение между капелькой и средой, а следовательно, и сопротивление. Сопротивление среды движению шарообразной частицы выражается в данном случае формулой [43, 44]

$$F_M = -6\pi\eta r V \frac{1 + (2\eta/3\eta_p)}{1 + (\eta/\eta_p)}, \quad (7.6)$$

где η — вязкость среды;

η_p — вязкость жидкости, из которой состоит капелька.

Ввиду того что вязкость газов значительно меньше вязкости жидкостей, поправка к формуле Стокса незначительна. Для водяных туманов в воздухе она составляет 0,7%, для масляных туманов — сотые или тысячные доли процента.

6) При выводе формулы Стокса предполагается, что у поверхности частицы нет скачка скоростей, т. е. прилегающий к этой поверхности бесконечно тонкий слой среды неподвижен по отношению к частице. При наличии такого скачка скоростей или «скольжения» среды по поверхности частицы, сопротивление среды должно, понятно, уменьшиться. Если приписать, что действующие на частицу тангенциальные силы пропорциональны этому скачку скоростей и обозначить фактор пропорциональности, называемый «коэффициентом внешнего трения», через η_e , то сопротивление выразится формулой [45]

$$F_M = -6\pi\eta r V \frac{2\eta + r\eta_e}{3\eta + r\eta_e}. \quad (7.7)$$

Формула Стокса получается отсюда при бесконечно большом η_e .

Обозначая отношение η/η_e , называемое «коэффициентом скольжения», через β , мы получаем для малых значений β/r

$$F_M = -6\pi\eta r V \frac{1 + (2\beta/r)}{1 + (3\beta/r)} \approx -6\pi\eta r V / \left(1 + \frac{\beta}{r}\right). \quad (7.8)$$

Опыт показывает, что в жидкой среде скольжение на поверхности движущихся частиц не имеет места, и рассматриваемая поправка не нужна. Иначе обстоит дело в газообразной среде. Здесь явление скольжения, связанное с малой степенью заполнения пространства материей в газах, играет большую роль.

§ 8. Сопротивление среды в переходной области

Во всех рассматриваемых в кинетической теории газов процессах переноса: теплопроводности (переноса тепловой энергии), вязкости (переноса импульса) и диффузии (переноса материи) имеет место явление скачка

соответствующего параметра (температуры, скорости, концентрации) у поверхности твердого тела, через которую происходит указанный перенос. Величина скачка, грубо говоря, равна произведению градиента этого параметра у поверхности на среднюю длину пути молекул газа l . Поэтому заметной величины вызываемый скачком эффект достигает либо при большой по сравнению с размерами газового пространства величине l , либо при большой величине градиента вблизи поверхности, в частности, у поверхности малых частиц. В последнем случае величина этого градиента для всех процессов переноса пропорциональна y/r , где y — разность температуры, скорости или давления пара частицы и окружающей среды (на бесконечно большом расстоянии от частицы)¹. Таким образом, скачок параметра равен Ayl/r , где A — числовой коэффициент, зависящий от характера отражения газовых молекул от поверхности частицы, и эффективная разность параметров (температуры, скорости или давления пара) уменьшается благодаря скачку с y до $y(1 - \frac{Al}{r})$. Отсюда следует, что изменение скорости процесса переноса вследствие скачка выражается поправочным множителем $1 - A \frac{l}{r} \approx 1/(1 + A \frac{l}{r})$.

Как показывает строгий разбор явления скачка тангенциальной скорости у поверхности частиц (П. Эпштейн [37]), коэффициент скольжения β в уравнении (7.8) равен

$$\beta = 0,7004 \left(\frac{2}{f} - 1 \right) l, \quad (8.1)$$

где f означает долю газовых молекул, отражающихся от поверхности диффузно, а $1 - f$ — зеркально. Для сопротивления среды отсюда получаем выражение

$$F_M = -6\pi\eta rV / \left(1 + A \frac{l}{r} \right), \quad (8.2)$$

где

$$A = \beta/l = 0,7004 \left(\frac{2}{f} - 1 \right), \quad (8.3)$$

а для скорости оседания частиц

$$V_s = \frac{2}{9} \frac{r^2 \gamma g}{\eta} \left(1 + A \frac{l}{r} \right) = \frac{mg}{6\pi\eta r} \left(1 + A \frac{l}{r} \right). \quad (8.4)$$

Так как (7.8) выведено для малых значений $\beta/r = A \frac{l}{r}$, а величина A — порядка единицы, то формула (8.2), предложенная впервые Кенингом [46], верна лишь при малых l/r .

Экспериментально найденное Милликеном [38] для масляных капелек в воздухе значение A равно 0,864, что согласно (8.3) отвечает $f = 0,895$. Таким образом, около 10% молекул отражается от поверхности зеркально, остальные — диффузно.

¹ В частности, градиент тангенциальной скорости у поверхности движущейся частицы при малых Re равен $\frac{3}{2} V \sin \theta/r$, где θ — угол между радиусом-вектором в данной точке поверхности и направлением движения, а V — скорость частицы.

Точнее, эти 10% характеризуют степень персистентности тангенциальной скорости молекул при отражении (см. стр. 32). Коэффициент скольжения воздуха на поверхности масла был также определен на вискозиметре Куэтта¹, покрытом слоем масла [47]. Было получено очень близкое значение $A = 0,870$. Для капелек масла, ртути и водных растворов $BaHgJ_4$ в различных газах рядом авторов были получены значения A , лежащие в пределах 0,820—0,900 (см. [48]), что отвечает сравнительно небольшим изменениям в характере отражения молекул: от 8 до 12% молекул отражаются зеркально. Аналогичные результаты получились и для твердых шарообразных частиц селена. Значительно большие колебания коэффициента скольжения наблюдаются с другими твердыми телами [47]. Так, для стеклянных шариков было найдено $\beta = 0,82 \cdot 10^{-5}$, для точеных латунных цилиндров $0,66 \cdot 10^{-5}$, для покрытых шеллаком цилиндров $0,97 \cdot 10^{-5}$, для них же, но при старении шеллачного слоя $0,68 \cdot 10^{-5}$. Из уравнения (8.3) после подстановки в него $l = 0,94 \cdot 10^{-5}$ см следует, что указанные значения β соответствуют следующим значениям f : 0,92; 1,00; 0,81 и 0,99. Это свидетельствует о том, что на свежееоплавленной и весьма гладкой поверхности аморфного тела отражение носит почти такой же характер, как на поверхности жидкости. Полученная же механической обработкой или постаревшая, растрескавшаяся поверхность настолько шероховата, что на ней отражение молекул вполне диффузно. Практически для жидких капелек и для очень гладких твердых шариков можно принять $A = 0,86$, для шероховатых шариков $A = 0,70$. Согласно (8.3) минимальное возможное значение для $A = 0,70$. Действительно, в тех единичных работах, в которых были найдены меньшие значения A , легко обнаружить методические ошибки.

Мы разобрали вопрос о сопротивлении газообразной среды в двух случаях — при молекулярном ($r \leq l$) и при гидродинамическом ($r \geq l$) режиме движения частиц. Остается рассмотреть вопрос о сопротивлении среды в переходной области при одинаковом порядке величин r и l и о пределах применимости разобранных выше предельных законов. Задача эта оказалась слишком трудной для теоретического разбора; пришлось ограничиться введением эмпирической удовлетворительно согласующейся с опытом формулы [39, 49]

$$F_M = -6\pi\eta rV / \left(1 + A \frac{l}{r} + Q \frac{l}{r} e^{-br/l} \right), \quad (8.5)$$

которая, как легко убедиться, асимптотически переходит в (8.2) при $r \gg l$ и в (6.3) при $r \ll l$. Для масляных капелек в воздухе было найдено [39] $A = 0,864$; $Q = 0,29$; $b = 1,25$. Для капелек водного раствора $BaHgJ_4$ в воздухе [50] $A = 0,879$; $Q = 0,23$; $b = 2,61$. Для стеклянных шариков в

¹ Вискозиметр Куэтта состоит из двух коаксиальных цилиндров, один из которых вращается. Измеряется вращательный момент, передаваемый трением другому цилиндру.

Таблица 3

Подвижность масляных капелек в воздухе при 23° и 760 мм рт. ст.

lg r	lg B	Δ	lg u ¹	lg r	lg B	Δ	lg u ¹
8,3	12,898		1,102	6,9	7,893		4,097
8,4	12,698	200	0,902	5,0	7,737	156	5,941
8,5	12,498	200	0,702	5,1	7,589	148	5,793
8,6	12,298	200	0,502	5,2	7,448	141	5,652
8,7	12,098	200	0,302	5,3	7,313	135	5,517
8,8	11,899	199	0,113	5,4	7,184	129	5,388
8,9	11,700	199	1,904	5,5	7,062	122	5,266
7,0	11,501	199	1,705	5,6	6,944	118	5,148
7,1	11,301	200	1,505	5,7	6,829	115	5,033
7,2	11,102	199	1,306	5,8	6,716	113	6,920
7,3	10,903	199	1,107	5,9	6,605	111	6,809
7,4	10,703	200	2,907	4,0	6,496	109	6,700
7,5	10,504	199	2,708	4,1	6,389	107	6,593
7,6	10,306	198	2,510	4,2	6,283	106	6,487
7,7	10,109	197	2,313	4,3	6,178	105	6,382
7,8	9,913	196	2,117	4,4	6,075	103	6,279
7,9	9,718	195	3,922	4,5	5,972	103	6,176
6,0	9,524	194	3,728	4,6	5,870	102	6,074
6,1	9,331	193	3,535	4,7	5,768	101	7,972
6,2	9,139	192	3,343	4,8	5,667	100	7,871
6,3	8,949	190	3,153	4,9	5,567	101	7,771
6,4	8,762	187	4,966	3,0	5,466	101	7,670
6,5	8,579	183	4,783	3,1	5,365	101	7,569
6,6	8,399	180	4,603	3,2	5,264	101	7,468
6,7	8,224	175	4,428	3,3	5,164	100	7,368
6,8	8,055	169	4,259	3,4	5,064	100	7,268
		162					

¹ u — электрическая подвижность, см. стр. 112.

воздухе¹ $A = 0,77$; $Q = 0,40$; $b = 1,62$. Необходимо иметь в виду, что точность при экспериментальном определении Q и b значительно меньше, чем при определении A .

Подчеркнем, что в уравнениях (8.2), (8.4) и (8.5) l означает не истинную среднюю длину свободного пути газовых молекул, а условное значение этой длины, вычисленное по формуле (6.2) и составляющее для воздуха при 23° и 760 мм рт. ст. $0,942 \cdot 10^{-5}$ см. При последующем уточнении коэффициента в формуле (6.2) в результате усовершенствования теории столкновений между молекулами газа Милликен сохранил это значение l , а

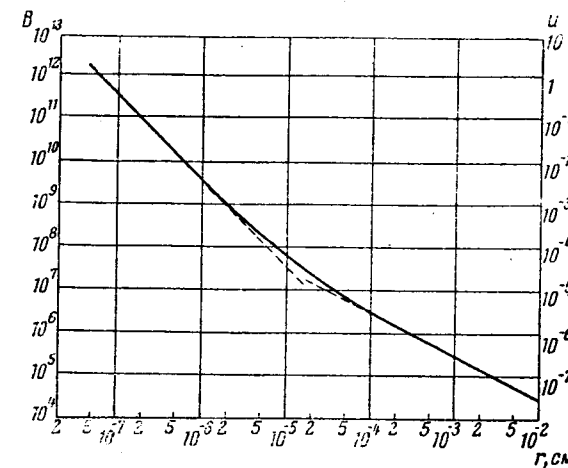


Рис. 10. Зависимость подвижности частиц аэрозоля от их размера.

следовательно, и значения параметров A , Q и b , вносимые в эти уравнения при вычислении сопротивления. Произведенное в 1935—1938 гг. исправление коэффициента вязкости воздуха (в сторону увеличения приблизительно на 0,5%) также не изменило величины этих параметров.

Отношение между скоростью частицы V и действующей на нее силой F называется подвижностью частицы B . Согласно (8.5)

$$B = \left(1 + A \frac{l}{r} + Q \frac{l}{r} e^{-br/l}\right) / 6\pi\eta r. \quad (8.6)$$

В табл. 3 приведены вычисленные по этому уравнению значения $\lg B$ в функции $\lg r$ для масляных капелек в воздухе при 23° и 760 мм рт. ст. Для вязкости воздуха [51] принято значение $18,3 \cdot 10^{-5}$ пуаз. Та же зависи-

¹ В статье Кнудсена и Вебера [49] приведены несколько более высокие значения A и Q , так как в выражении (6.2) для вязкости газа авторы приняли коэффициент 0,310.

мость изображена на рис. 10. Заметим, что при данной величине масштаба кривые для частиц различных веществ практически совпадают.

Как показывают расчеты при помощи формулы (8.6), ошибка при пользовании молекулярно-кинетической формулой (6.3) достигает 1% при $r = 2 \cdot 10^{-7}$ см и 10% при $r = 2 \cdot 10^{-6}$ см. Ошибка при применении формулы Кенингема (8.2) достигает 1% при $r = 1,8 \cdot 10^{-5}$ см и 10% при $r = 5 \cdot 10^{-4}$ см. Наконец, формула Стокса (7.1) дает ошибку в 1% при $r = 8 \cdot 10^{-4}$ см и в 10% при $r = 0,8 \cdot 10^{-4}$ см.

В зависимости от допускаемой степени точности получаем таблицу областей применимости этих формул (табл. 4). Для полноты картины в ней

Таблица 4

Области применимости различных формул для сопротивления среды

Формула	Допускаемая ошибка	
	1%	10%
Стокса (7.1)	$8 \cdot 10^{-4} < r < 15 \cdot 10^{-4}$ см	$0,8 \cdot 10^{-4} < r < 35 \cdot 10^{-4}$ см
Кенингема (8.2)	$1,8 \cdot 10^{-5} < r < 8 \cdot 10^{-4}$,	$5 \cdot 10^{-5} < r < 8 \cdot 10^{-3}$,
Молекулярно-кинетическая (6.3) . . .	$1 \cdot 10^{-7} < r < 2 \cdot 10^{-7}$,	$5 \cdot 10^{-8} < r < 2 \cdot 10^{-6}$,

учтены отклонения от формулы Стокса, вызванные инерционными силами [см. формулу (7.4)], а именно указан верхний предел применимости формулы (7.3) для частиц с плотностью 1, свободно оседающих в воздухе под действием силы тяжести. Учтены также (имеющие величину порядка m_g/m) отклонения от формулы (6.3) для частиц молекулярного размера с плотностью 1 в воздухе.

§ 9. Экспериментальная проверка формулы Стокса и ее точность

Условия для экспериментальной проверки формулы Стокса путем измерения скорости оседания твердых шариков особенно благоприятны в жидкой среде. Применяя жидкости с высокой вязкостью, можно сочетать большой размер шариков с малой скоростью оседания, т. е. достигнуть большой точности измерений при достаточно малых числах Рейнольдса. Единственной трудностью при работе с большими шариками является необходимость введения довольно значительной поправки на влияние стенок. Опыты, проведенные в жидкой среде, показали, что отклонения измеренной скорости оседания шариков от вычисленной по формуле Стокса не превышают ошибок измерений [52]. Отсюда, пользуясь гидродинамическим принципом подобия, можно было бы сделать вывод о применимости формулы Стокса и в газообразных средах, однако необходимо было подтвердить этот вывод и непосредственным опытом.

В газообразной среде такие опыты гораздо труднее, чем в жидкой, так как условие достаточной малости Re может быть выполнено только при применении очень маленьких шариков ($r < 10 \mu$), а для них уже начинают сказываться отклонения, вызванные скольжением. Кроме того, получение строго шарообразных твердых частиц такой величины весьма затруднительно, а в случае жидких капелек трудно точно определить их размер под микроскопом. Поэтому прямыми опытами удалось установить только приблизительную справедливость формулы Стокса для газообразной среды [12]. Степень точности формулы была установлена косвенным путем: определенная Миллиkenом [53] (стр. 62) на основе формулы Стокса (с поправкой на скольжение) величина заряда электрона $4,77 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст.ед. оказалась весьма близкой к величине $4,80 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст.ед., вычисленной из размеров элементарных ячеек в кристаллах, определенных рентгенографическим путем. После того как было выяснено, что причина небольшой (0,6%) разницы между этими числами заключается в неточности использованных значений вязкости воздуха [54], и были произведены новые, более совершенные измерения вязкости, эта разность уменьшилась до 0,1%, причем по единодушному мнению всех работающих в этой области физиков оставшаяся разность объясняется все еще недостаточной точностью измерений вязкости [51]. Таким образом, формула Стокса выражает один из точнейших физических законов как в случае жидкой, так и газообразной среды.

Значение формулы Стокса в теории аэрозолей весьма велико. Хотя, как мы видели выше, интервал дисперсности аэрозолей, в котором формула соблюдается более или менее точно, весьма узок, однако посредством соответствующих поправок или отказа от большой точности ее удается распространить на довольно широкую область (10^{-5} см $< r < 5 \cdot 10^{-3}$ см), охватывающую большую часть имеющих практическое значение аэрозолей. Как видно будет из дальнейшего, на формуле Стокса основана поэтому почти вся механика аэродисперсных систем и, в частности, теория движения и осаждения взвешенных частиц во всевозможных промышленных аппаратах.

§ 10. Сопротивление среды в надстоксовской области

Как указывалось выше, вследствие возрастающего влияния инерционных сил, по мере увеличения числа Re , вычисленное по формуле Стокса сопротивление среды все более отстает от действительного сопротивления, и уже при $Re = 0,5$ отклонение превышает 5%. Формула Осена (7.4) и несколько более точная формула Гольдштейна [55]

$$F_M = -6\pi\eta rV \left(1 + \frac{3}{16} Re - \frac{19}{1280} Re^2 + \dots\right), \quad (10.1)$$

выведенные с частичным учетом инерционных сил, дают несколько лучшее приближение, причем вычисленное сопротивление в этом случае

больше действительного. Однако распространенное мнение, что формула Осеена дает несравненно лучшее приближение, чем формула Стокса, несколько преувеличено. Оно основано главным образом на опытах Шмиделя [56], которые принято считать самыми точными в области малых Re . Между тем, полученные Шмиделем при очень малых Re экспериментальные значения сопротивления несомненно завышены, они заметно превышают даже вычисленные по Осеену значения, что находится в противоречии с данными всех других исследователей. Повидимому, это объясняется ошибками, достигавшими 1—2% при измерении вязкости жидкостей, в которых Шмидель проводил свои опыты. В результате экспериментальные точки приблизились к кривой Осеена и отдалились от кривой Стокса. В более поздних измерениях Меллера [57], которые следует считать более точными, получены следующие результаты: при $Re = 0,1$ формула Стокса дает отклонение — 1,5%, формула Осеена +0,4%, при $Re = 0,2$ отклонения составляют —3% и +0,8%, при $Re = 0,5$ —6,5% и +1,5%. Таким образом, формула Осеена дает примерно в четыре раза лучшее приближение, чем формула Стокса. По формуле (10.1) можно получить еще несколько лучшее приближение, не искупающее, впрочем, ее громоздкости. На практике применение этих формул вообще не имеет особого смысла; проще пользоваться опытными данными, о которых будет речь ниже.

В отличие от областей молекулярного и вязкого режима движения, где сопротивление строго пропорционально скорости частицы, в той области больших значений Re , в которой уже нельзя пренебречь инерционными силами, пропорциональность эта нарушается: сопротивление изменяется пропорционально V^2 , причем s непрерывно возрастает. Поэтому понятие подвижности частицы, как независимой от скорости величины, теряет свой смысл: приходится находить функциональную зависимость сопротивления уже не от одной, а от двух переменных — размера и скорости частицы. Однако, пользуясь гидродинамическим принципом подобия, можно значительно упростить эту сложную проблему: безразмерная величина

$$\psi = F_M / \frac{\gamma_g V^2}{2} \cdot \pi r^2, \quad (10.2)$$

называемая коэффициентом лобового сопротивления шара, должна быть однозначной функцией одной единственной, также безразмерной величины — числа Re .

В частности, в области применимости формулы Стокса, как можно убедиться, эта функция имеет вид

$$\psi = 24 / Re, \quad (10.3)$$

формуле же Осеена соответствует функция

$$\psi = 24 / Re + 4,5. \quad (10.4)$$

Функциональная зависимость между ψ и Re была определена во многих экспериментальных работах [58], в которых измерялась либо скорость оседания твердых шариков в жидкостях, либо сила, действующая на неподвижный шар, находящийся в текущей жидкости или газе. Если отвлечься от влияния стенок, то сила взаимодействия между шаром и средой зависит только от их относительной скорости и имеет одинаковую величину как в случае движущегося в покоящейся среде тела, так и в обратном случае.

Результаты этих исследований представлены в табл. 5. При ее составлении для области $Re < 0,4$ мы воспользовались данными Меллера [57], а для $Re > 0,4$ — данными Девиса [59], полученными усреднением результатов нескольких наиболее надежных работ. Вероятная погрешность в приведенных в табл. 5 значениях ψ составляет около 1% для $Re < 0,5$ и, постепенно возрастая с увеличением Re , достигает 3—4% при $Re = 500$.

Различными авторами было предложено довольно большое число эмпирических формул, связывающих ψ и Re . Наиболее удачной из них по простоте и степени приближения следует считать формулу, предложенную Л. Клячко [60]

$$\psi = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}}, \quad (10.5)$$

дающую в интервале $3 < Re < 400$ отклонения, не превышающие 2% от приведенных в табл. 5 значений.

Для того чтобы рассчитать по табл. 5 скорость оседания частиц с радиусом $> 10^{-3}$ см [для более мелких частиц проще и точнее пользоваться формулой (8.4)], поступают следующим образом. Из (7.5) и (10.2) можно вывести следующее уравнение:

$$Re^2 \psi = \frac{8 F_M \gamma_g}{\pi \eta^2} \quad (10.6)$$

или, приравняв F_M силе тяжести частицы,

$$Re^2 \psi = \frac{32 r^2 \gamma_g g}{3 \eta^2}. \quad (10.7)$$

Зная радиус частицы и все остальные величины, входящие в (10.7), вычисляют $Re^2 \psi$; далее по табл. 5 находят соответствующее значение Re , и, наконец, по (7.5) определяют скорость оседания V_g . Аналогично ведется расчет и при любой другой действующей на частицу внешней силе.

Для обратной задачи нахождения размера частиц по скорости их падения исходят из уравнения

$$Re / \psi = \frac{3 V_g^2}{4 \gamma_g \eta}. \quad (10.8)$$

На рис. 11 приведен полученный таким образом график для скорости оседания шарообразных частиц с плотностью 1, 2 и 4 в воздухе при 20° и 760 мм. Пунктирные кривые вычислены по формуле Стокса.

Таблица 5

Значения коэффициента лобового сопротивления ψ и функций $Re^2\psi$ и ψ/Re для шарообразных тел в области Re 0,01—1000

$\lg Re$	$\lg \psi$	Δ	$\lg Re^2\psi$	$\lg (\psi/Re)$	$\lg Re$	$\lg \psi$	Δ	$\lg Re^2\psi$	$\lg (\psi/Re)$
2,0	3,380		1,380	5,380	0,6	0,928		2,128	0,328
2,1	3,281	99	1,481	5,181	0,7	0,852	76	2,252	0,152
2,2	3,181	100	1,581	4,981	0,8	0,778	74	2,378	1,978
2,3	3,082	99	1,682	4,782	0,9	0,706	72	2,506	1,806
2,4	2,982	100	1,782	4,582	1,0	0,636	70	2,636	1,636
2,5	2,883	99	1,883	4,383	1,1	0,568	68	2,768	1,468
2,6	2,783	100	1,983	4,183	1,2	0,502	66	2,902	1,302
2,7	2,684	99	0,084	3,984	1,3	0,438	64	3,038	1,138
2,8	2,585	99	0,185	3,785	1,4	0,375	63	3,175	2,975
2,9	2,486	99	0,286	3,586	1,5	0,314	61	3,314	2,814
1,0	2,387	98	0,387	3,387	1,6	0,255	59	3,455	2,655
1,1	2,289	98	0,487	3,189	1,7	0,198	57	3,598	2,498
1,2	2,191	98	0,591	2,991	1,8	0,143	55	3,743	2,343
1,3	2,093	98	0,693	2,793	1,9	0,090	53	3,890	2,190
1,4	1,995	97	0,795	2,595	2,0	0,039	51	4,039	2,039
1,5	1,898	96	0,898	2,398	2,1	1,991	48	4,191	3,891
1,6	1,802	95	1,002	2,202	2,2	1,945	46	4,345	3,745
1,7	1,707	94	1,107	2,007	2,3	1,902	43	4,502	3,602
1,8	1,613	92	1,213	1,813	2,4	1,861	41	4,661	3,461
1,9	1,521	91	1,321	1,621	2,5	1,823	38	4,823	3,323
0,0	1,430	89	1,430	1,430	2,6	1,787	36	4,987	3,187
0,1	1,341	87	1,541	1,241	2,7	1,754	33	5,154	3,054
0,2	1,254	85	1,654	1,054	2,8	1,723	31	5,323	4,923
0,3	1,169	83	1,769	0,869	2,9	1,695	28	5,495	4,795
0,4	1,086	80	1,886	0,686	3,0	1,671	24	5,671	4,671
0,5	1,006	78	2,006	0,506	3,1	1,650	21	5,850	4,550

Необходимо подчеркнуть, что приведенные выше формулы и таблицы лишь в сравнительно редких случаях можно непосредственно применять к расчету скорости оседания и других упорядоченных движений

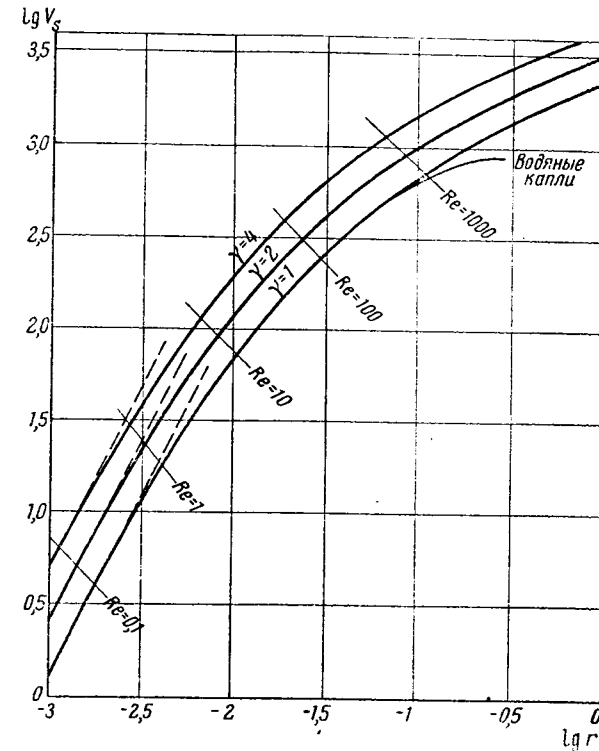


Рис. 11. Скорость оседания частиц аэрозоля в воздухе.

частиц аэрозолей, встречающихся в природе и технике, так как наличие турбулентности и конвекционных токов совершенно меняет характер оседания (см. главу VI).

§ 11. Общий характер движения нешарообразных частиц

До сих пор мы рассматривали движение только шарообразных частиц, так как этот случай наиболее изучен как с теоретической, так и с экспериментальной стороны. Между тем, твердые частицы аэрозолей обычно имеют нешарообразную форму. Теоретически вопрос о сопротивлении среды движению нешарообразных частиц разрешен до сего времени только для эллипсоидов и в том числе для бесконечно тонких эллипсоидов (предельный случай эллипсоида) и цилиндров с беско-

нечно большим отношением длины к поперечнику. Что касается экспериментального изучения этого вопроса, то здесь следует повторить сказанное об опытной проверке формулы Стокса — в жидкой среде это сделать гораздо легче, чем в газообразной. Действительно, почти весь относящийся к этому вопросу экспериментальный материал получен в опытах с жидкой средой. Однако его можно при помощи принципа подобия использовать и в механике аэрозолей.

При движении нешарообразных частиц в сопротивляющейся среде наблюдаются явления, не имеющие места при строго шарообразной форме. При малых скоростях движения, соответствующих чисто вязкому режиму течения, частицы могут ориентироваться любым образом по отношению к направлению своего движения [61, 62] и, в зависимости от своей величины, либо сохраняют первоначально приданную им ориентацию, либо принимают благодаря броуновскому вращению всевозможные ориентации. Этот твердо установленный экспериментальный факт находится в полном согласии с выводами гидродинамики, согласно которым при чисто вязком режиме движения действующий на частицу неправильной формы со стороны среды вращательный момент равен нулю [63].

Характерная особенность движения нешарообразных частиц заключается в том, что направления движения частиц и сопротивления среды не лежат на одной прямой, а образуют некоторый угол ϑ . Исключение составляет движение параллельно оси симметрии частицы. Для частиц, имеющих форму эллипсоидов вращения, угол ϑ при малых Re был вычислен Гансом [63] при помощи формул (12.2) — (12.5) (см. стр. 48). Величина ϑ зависит от угла наклона θ оси вращения эллипсоида к направлению движения и достигает максимума при $\theta = 40^\circ - 45^\circ$ для сплюснутых эллипсоидов и при $\theta = 45^\circ - 55^\circ$ — для вытянутых. Угол ϑ возрастает с увеличением отношения большой и малой оси эллипсоида β ; в случае сплюснутых эллипсоидов максимальное значение ϑ равно $4,6^\circ$ при $\beta = 2$ и $9,4^\circ$ при $\beta = 10$, в случае вытянутых эллипсоидов $3,9^\circ$ при $\beta = 2$ и $10,4^\circ$ при $\beta = 10$.

При достижении некоторого критического значения Re , порядка $0,05 - 0,1$, характер движения частиц начинает меняться. Вытянутые частицы стремятся принять такое положение, при котором сопротивление среды было бы максимальным: для пластинок, иголок и т. д. это будет то положение, в котором их более развитые грани и более длинные ребра расположены перпендикулярно к направлению движения [62, 64]. Частицы в форме правильных многогранников — кубов и тетраэдров стремятся расположиться одной из своих граней также перпендикулярно к этому направлению [61]. Это ориентирующее действие возрастает по мере увеличения Re и при достижении величины Re , равной приблизительно нескольким десяткам, ориентация делается полной. Подвижность частиц, понятно, убывает по мере возрастания степени ориентации. Это явление также вполне согласуется с теорией: при потенциальном режиме течения,

соответствующем большим значениям Re , на движущиеся несферические частицы действует пара сил, стремящаяся повернуть их, как указано выше [65].

По мере возрастания Re угол ϑ увеличивается; траектория свободно оседающих частиц отклоняется от вертикали тем больше, чем крупнее частицы. Это было установлено опытами с частицами каменноугольной золи в отсутствие воздушных течений [66]. Среднее отклонение от вертикали при падении с высоты 100 см составляло $0,45$ см при радиусе частиц $r = 0,04$ мм и $1,4$ см при $r = 0,15$ мм. При достаточно больших Re прямолинейное движение частиц сменяется спиральным или зигзагообразным [61, 66]. Особенно сильно выражено это явление у вытянутых, иглообразных, пластинчатых и т. п. частиц. Так как при упомянутой выше ориентации таких частиц подвижность их в направлении действующей на них внешней силы значительно меньше, чем в перпендикулярном направлении, то при оседании они скользят вбок, «парят» [67], что легко заметить, наблюдая за движением пылинок в солнечных лучах. Степень этого парения, т. е. соотношение между горизонтальной и вертикальной скоростью движения, определяется формой частиц, а также их размером, от которого зависит величина Re , а следовательно, и степень ориентации. При $Re < 0,1$, т. е. для $r < 10 \mu$ при оседании частиц под действием тяжести, это явление не наблюдается, но может иметь место при больших скоростях движения, например, в циклонах, при взрывах и т. д.

В заключение рассмотрим явление ориентации вытянутых частиц в потоке при наличии градиента скорости, перпендикулярного к направлению потока (рис. 12). Если в прямолинейном ламинарном потоке, направленном вдоль оси x , с градиентом Γ , направленным по оси z , находится вытянутый эллипсоид вращения, причем его большая ось расположена в плоскости xz , то непосредственно ясно, что, наряду с поступательным движением эллипсоида, он должен вращаться вокруг своей малой оси, направленной вдоль оси y . Как показывает теория [68, 69], скорость этого вращения равна

$$\frac{d\theta}{dt} = \Gamma \cdot \frac{a^2 \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta}{a^2 + c^2}, \quad (11.1)$$

где a — малая, c — большая полуось эллипсоида, а θ — угол между большой осью и осью x . Так как $c > a$, то скорость вращения минимальна при $\theta = 0$, т. е. при положении большой оси в направлении потока, и максимальна при $\theta = \frac{\pi}{2}$; таким образом, большая ось эллипсоида

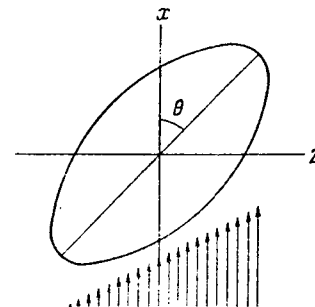


Рис. 12. Ориентация эллипсоида в потоке.

большую часть времени будет иметь направление, близкое к направлению потока. Если же эта ось лежит в плоскости xu , то, очевидно, никакой ориентации не будет. Наконец, в промежуточных случаях, когда большая ось более или менее наклонена к плоскости xu , эллипсоид будет ориентирован тем сильнее, чем больше угол наклона. Такова картина ориентации частиц, вытянутых в одном измерении. Теория явления была подтверждена в модельных опытах, проведенных в вязких жидкостях [70].

Частицы, вытянутые в двух измерениях (пластинки, чешуйки), аналогично ориентируются своей широкой стороной параллельно направлению потока. Так как в ламинарном потоке практически всегда имеется некоторый градиент скорости, то явление ориентации вытянутых частиц в потоке носит почти универсальный характер. Оно хорошо изучено в коллоидных растворах и суспензиях, но в аэрозолях даже не описано, хотя легко может быть обнаружено и количественно исследовано по изменению оптических свойств аэрозоля — интенсивности и поляризации рассеянного аэрозолем света.

Броуновское вращение частиц противодействует ориентирующему действию потока. В результате взаимодействия этих двух факторов получается определенное статистическое распределение направлений осей частиц. Оно может быть вычислено [68], но получающиеся формулы так громоздки, что мы их не приводим.

§ 12. Сопротивление среды движению нешарообразных частиц

Вначале рассмотрим случай чисто вязкого режима движения (малое Re). Как показывает опыт, сопротивление среды и при нешарообразной форме частиц выражается формулой Стокса, но с другими числовыми коэффициентами, зависящими от формы частицы. Теоретическое выражение для этих коэффициентов получено только для эллипсоидальных частиц, причем для эллипсоидов вращения содержащиеся в этом выражении интегралы приводятся к элементарным функциям. Если обозначить через a экваториальную полуось эллипсоида вращения, а через β — отношение большей и меньшей осей, то сопротивление среды [71] выразится формулой

$$F_M = -6\pi\eta Va\kappa', \quad (12.1)$$

причем коэффициент κ' выражается одной из следующих формул: при движении вытянутого эллипсоида вдоль полярной оси:

$$\kappa'_c = \frac{4}{3}(\beta^2 - 1) \left/ \left\{ \frac{2\beta^2 - 1}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}) - \beta \right\} \right.; \quad (12.2)$$

то же — поперек полярной оси:

$$\kappa'_a = \frac{8}{3}(\beta^2 - 1) \left/ \left\{ \frac{2\beta^2 - 3}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}) + \beta \right\} \right.; \quad (12.3)$$

при движении сплюснутого эллипсоида вдоль полярной оси:

$$\kappa'_c = \frac{4}{3}(\beta^2 - 1) \left/ \left\{ \frac{\beta(\beta^2 - 2)}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\beta^2 - 1} + \beta \right\} \right.; \quad (12.4)$$

то же — поперек полярной оси:

$$\kappa'_a = \frac{8}{3}(\beta^2 - 1) \left/ \left\{ \frac{\beta(3\beta^2 - 2)}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\beta^2 - 1} - \beta \right\} \right. \quad (12.5)$$

Вычисленные по этим формулам значения κ' приведены в табл. 6. Если полярная ось частицы составляет угол θ с направлением движения,

Таблица 6
Значение коэффициента формы κ' для эллипсоидальных частиц

Отношение осей β	Вытянутые эллипсоиды при движении			Сплюснутые эллипсоиды при движении		
	вдоль полярной оси	поперек полярной оси	среднее статистическое	вдоль полярной оси	поперек полярной оси	среднее статистическое
2	1,20	1,38	1,32	0,90	0,79	0,82
3	1,40	1,73	1,62	0,88	0,72	0,77
4	1,60	2,06	1,91	0,87	0,68	0,74
6	1,97	2,68	2,44	0,86	0,64	0,72
8	2,31	3,26	2,94	0,85	0,62	0,70
10	2,65	3,81	3,42	0,85	0,61	0,69
20	4,16	6,38	5,64	0,85	0,59	0,68
∞	—	—	—	(Бесконечно тонкая круглая пластинка)		
				$\frac{8}{3}\pi \approx 0,850$	$\frac{16}{9}\pi \approx 0,566$	0,66

то, пользуясь линейностью уравнения (12.1), можно разложить движение частицы на составляющие параллельно и перпендикулярно к полярной оси. Соответствующие составляющие сопротивления среды равны $-6\pi\eta Va\kappa'_c \cos \theta$ и $-6\pi\eta Va\kappa'_a \sin \theta$, а их результирующая в общем случае, как мы видели выше, отклонена от направления движения. Проекция результирующей на направление движения частицы равна:

$$F_M = -6\pi\eta Va(\kappa'_c \cos^2 \theta + \kappa'_a \sin^2 \theta). \quad (12.6)$$

Благодаря броуновскому вращению ориентация частиц непрерывно меняется. Усредняя сопротивление среды по всем направлениям полярной оси, получим для F_M выражение

$$F_M = -6\pi\eta Va \left(\frac{1}{3} \kappa'_c + \frac{2}{3} \kappa'_a \right), \quad (12.7)$$

т. е. сопротивление такое же, как если бы полярная ось $1/3$ времени была ориентирована по движению частицы, а $2/3$ времени —

перпендикулярно к движению. Сообразно с этим были вычислены приведенные в таблице средние статистические значения сопротивления.

Полагая в формулах (12.4) и (12.5) $\beta \rightarrow \infty$, получим следующие выражения для сопротивления среды движению бесконечно тонкой круглой пластинки с радиусом a :

$$F_M = -16 \eta a V \quad (12.8)$$

при положении пластинки перпендикулярно к направлению движения и

$$F_M = -\frac{32}{3} \eta a V \quad (12.9)$$

для параллельного положения. Формула (12.8) с введением в нее осееновской поправки

$$F_M = -16 \eta a V \left(1 + \frac{Re}{2\pi}\right) \quad (12.10)$$

дает очень хорошее совпадение с данными опыта¹ [72].

Аналогично из формул (12.2) и (12.3) получаются следующие выражения для сопротивления среды движению «эллипсоидальной иглы» длиной $2L$:

$$F_M = -\frac{4\pi\eta VL}{\ln 2\beta} \quad (12.11)$$

при движении иглы вдоль своей оси и

$$F_M = -\frac{8\pi\eta VL}{\ln 2\beta} \quad (12.12)$$

при движении иглы поперек своей оси (β — отношение длины иглы к ее толщине).

Заметим, что для цилиндрической иглы с очень большим отношением длины к радиусу (R), движущейся поперек оси, сопротивление среды на единицу длины цилиндра выражается формулой Ламба [73]:

$$F_M = -\frac{4\pi\eta V}{2,002 - \ln Re} \quad \left(Re = \frac{2RV\gamma_g}{\eta}\right), \quad (12.13)$$

хорошо согласующейся с опытами [74] для $Re \ll 0,5$. Таким образом, в этом случае сопротивление уже не пропорционально скорости движения.

В приведенных выше формулах сопротивление отнесено к наименьшему (или наибольшему) диаметру эллипсоидальной частицы. Большее теоретическое значение имеет другой способ выражения зависимости сопротивления среды от формы частицы. Назовем «динамическим коэффициентом формы» частицы κ отношение сопротивления среды движению этой частицы и имеющей тот же объем шарообразной частицы. Радиус ее, называемый «эквивалентным радиусом» r_e , очевидно, равен $a\beta^{1/3}$ в случае вы-

¹ В недавно опубликованной работе Аои [561] точно рассчитано сопротивление среды движению эллипсоидов с различными значениями β при $Re \ll 4$.

тянутого и $a\beta^{-1/3}$ в случае сплюснутого эллипсоида (a — экваториальная полуось). Таким образом,

$$\kappa = \frac{6\pi\eta V a \kappa'}{6\pi\eta V r_e} = \kappa' \beta^{1/3}, \quad (12.14)$$

причем верхний знак относится к вытянутым, а нижний — к сплюснутым эллипсоидам. Если плотности обеих частиц также равны, то коэффициент κ равен отношению скоростей оседания шарообразной и данной частицы под действием силы тяжести. Скорость оседания нешарообразной частицы выразится, таким образом, формулой

$$V_s = \frac{2r_e^2 \gamma_g}{9\eta \kappa}. \quad (12.15)$$

Из определения седиментационного радиуса (см. стр. 29) следует, что

$$V_s = \frac{2r_s^2 \gamma_g}{9\eta} \quad (12.16)$$

и, следовательно,

$$\kappa = r_s^2 / r_e^2, \quad (12.17)$$

т. е. динамический коэффициент формы равен квадрату отношения эквивалентного и седиментационного радиусов.

Значения κ для эллипсоидальных частиц приведены в табл. 7.

Таблица 7
Значения динамического коэффициента формы κ для эллипсоидальных частиц

Отношение осей β	Вытянутые эллипсоиды при движении			Сплюснутые эллипсоиды при движении		
	вдоль полярной оси	поперек полярной оси	среднее статистическое	вдоль полярной оси	поперек полярной оси	среднее статистическое
1,1	0,994	1,005	1,001	—	—	✓
1,3	0,970	1,027	1,008	—	—	—
1,5	0,940	1,044	1,010	1,072	0,958	0,996
2	0,95	1,09	1,05	1,14	0,99	1,04
3	0,97	1,20	1,12	1,26	1,04	1,11
4	1,01	1,30	1,20	1,38	1,08	1,18
6	1,08	1,47	1,34	1,56	1,17	1,30
8	1,15	1,62	1,47	1,71	1,25	1,40
10	1,22	1,76	1,58	1,83	1,32	1,49
20	1,54	2,34	2,08	2,31	1,59	1,83

Частицы правильной эллипсоидальной формы встречаются крайне редко. Поэтому большое значение имеют недавно опубликованные

результаты измерений скорости падения моделей различной формы в вязких жидкостях при малых Re [62, 75]. Опыты эти проводились с эллипсоидами вращения, круглыми цилиндрами, прямоугольными параллелепипедами квадратного сечения и телами, составленными из двух сложенных своими основаниями конусов (табл. 8).

Таблица 8

Динамический коэффициент формы

Отношение высоты к диаметру цилиндра, эллипсоида или отношению осей	Цилиндры ¹		Параллелепипеды с квадратным основанием ¹		Эллипсоиды вращения ¹		Тела, составленные из двух круглых конусов, сложенных основаниями ¹	
	Положение осей		Положение нормали к основанию		Положение длинной оси		Положение оси	
	горизонтальное	вертикальное	горизонтальное	вертикальное	горизонтальное	вертикальное	горизонтальное	вертикальное
0,25	1,09	1,31 (1,34)	1,15	1,39 (1,40)	—	—	—	1,48
0,50	1,04	1,16	1,07	1,18	—	—	—	—
1,00	1,06	1,04 (1,00)	1,08	1,08 (1,04)	—	—	—	1,07
2,00	1,14	1,02	1,16	1,04	—	—	—	—
3,00	1,24	1,04	1,22	1,03	—	—	—	—
4,00	1,32 (1,30)	1,07	1,31 (1,29)	1,09	1,28	1,36	1,27	—

¹ Опыты Хейса [75], в скобках опыты Мак Науна и Малайки [62].

² Опыты Мак Науна и Малайки [62].

Отметим прежде всего довольно удовлетворительное совпадение экспериментальных значений κ для эллипсоидов (1,28 и 1,36) с теоретическими (1,30 и 1,38). Далее из этих данных следует, что значения κ для вытянутых тел различной формы, но с одинаковым отношением осей очень близки друг к другу. Отсюда следует, что при вычислении подвижностей палочкообразных и т. п. частиц можно принимать их за вытянутые эллипсоиды, а пластинчатые частицы — за сплюснутые эллипсоиды; допускаемая при этом ошибка — порядка нескольких процентов.

Величина κ была определена также при помощи моделей для правильных многогранников [61], причем были получены следующие значения κ : 1,06 для октаэдра, 1,07 для куба и 1,18 для тетраэдра. При $Re < 0,05$ величина κ почти не зависит от ориентации многогранников.

Наконец, измерения κ при малых Re были проведены также на моделях агрегатов, склеенных из стеклянных шариков [64]. Агрегаты, имевшие форму цепочек или пластинок, располагались при падении горизонтально. Для цепочек из двух частиц было найдено $\kappa = 1,16$, из трех частиц — 1,31, из четырех частиц — 1,70, из восьми частиц — 2,14; для плоских агрегатов из трех частиц — 1,26; из семи частиц — 1,70, для окта-

эдра из шести частиц — 1,31. Эти цифры ясно показывают, почему определенная по скорости движения кажущаяся плотность частиц особенно мала в случае линейных агрегатов (см. стр. 28). Из изложенного вытекает одно важное следствие. Как показывает табл. 7, при движении эллипсоидальных частиц в направлении их больших осей κ может принимать значения несколько меньше 1. Возможно, что существуют профили, дающие при благоприятной ориентации еще меньшие значения κ . Однако благодаря броуновскому движению или гидродинамическим силам такая ориентация неустойчива. Для крупных частиц, ориентирующихся своими длинными осями перпендикулярно к направлению движения, κ всегда больше 1. Для мелких частиц среднее статистическое значение κ , как показывает таблица, практически также не спускается ниже 1. Поэтому можно высказать общее положение, что частицы, имеющие форму шара, обладают большей подвижностью, чем частицы любой другой формы с тем же объемом. Иначе говоря, седиментационный радиус несферообразных частиц всегда меньше их эквивалентного радиуса [см. формулу (12.17)]. Этим объясняется, почему при определении кажущейся плотности частиц в дымах (см. табл. 2) даже максимальные значения плотности, относящиеся, несомненно, к индивидуальным частицам, заметно меньше истинной плотности.

Вопрос о величине κ при больших числах Re исследован мало. Ниже некоторой критической величины Re κ остается более или менее постоянным, а затем начинает быстро возрастать [61, 62]. Это возрастание, связанное с возникновением вихрей около выступающих ребер, начинается тем раньше, чем острее эти ребра. Поэтому критическая величина Re равна примерно 100 для кубов и октаэдров и 10 для тетраэдров и падающих в горизонтальном положении тонких пластинок.

Таким образом, можно сделать следующие практические выводы. В динамических расчетах при несферообразной форме частиц следует, прежде всего, определить, пользуясь приведенными выше данными, вероятное среднее значение κ , для частиц данной формы. Для больших частиц, ориентирующихся при своем движении в определенном положении, достаточно знать κ , соответствующее этому положению. Для мелких частиц, меняющих свою ориентацию благодаря броуновскому вращению, следует брать среднее статистическое значение κ . Далее в случае мелких частиц применяют формулу Стокса в форме

$$F_M = -6\pi\eta V r_e \kappa, \quad (12.18)$$

а в случае значений Re , при которых формула Стокса уже неприменима, пользуются описанной в § 10 методикой расчета, заменяя ϕ на $\phi\kappa$ и понимая во всех формулах под r эквивалентный радиус r_e . Определенными, как указано, значениями κ можно, повидимому, пользоваться при округленных и имеющих форму куба или октаэдра частицах до $Re = 100$, при частицах с более острыми углами и ребрами до $Re = 10$.

Важное применение теория равномерного движения частиц аэрозолей находит при воздушном фракционировании порошкообразных материалов. Как известно, фракционирование порошков посредством сит применимо лишь для частиц с диаметром $> 60 \mu$, для меньших размеров приходится прибегать либо к отмучиванию, либо к отвеиванию (воздушной сепарации). Схема аппарата (элутиратора), служащего для дисперсионного анализа порошков посредством отвеивания, изображена на рис. 13 [76, 77]. В суженную нижнюю часть аппарата *A* помещается навеска порошка. Воздух, подаваемый через трубку *B*, распыляет порошок и уносит его вверх. Назначение конической части (диффузора) *C* — выравнивание воздушного потока. Насадка *E* служит ловушкой. Скорость воздуха в сепараторе должна быть такой, чтобы течение носило ламинарный характер, т. е. число $Re_l = 2R\bar{U}\gamma_g/\eta$ (\bar{U} — средняя скорость воздуха, R — радиус сепаратора) не превышало критического значения (около 2000).

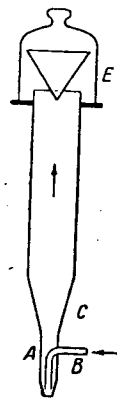


Рис. 13. Элутиратор.

Скорость воздуха в цилиндрической части аппарата соответствует определенному размеру частиц. Если бы эта скорость U была постоянной по всему сечению сепаратора, то из него были бы вынесены все частицы, для которых $V_s < U$, и остались бы все частицы с $V_s > U$. Однако скорость воздуха вблизи оси сепаратора U , больше, чем у стенок. Поэтому частицы с V_s , близкой к U , выносятся только в том случае, если попадают в середину сепаратора, и их удаление происходит довольно медленно. Окончив продувку с данной скоростью и определив процент вынесенного порошка, повторяют операцию при большей скорости воздуха, соответствующей более крупным частицам, и т. д. Результаты фракционирования зависят до известной степени от продолжительности продувки, что было подтверждено опытами Г. Ромашова [76].

Другим фактором, влияющим на кинетику работы сепаратора, является прочность агрегатов из мелких частиц. Для полного распыления агрегатов иногда требуется продолжительное продувание, а в таких порошках, как каолин, полная дезагрегация в воздушном потоке вообще не достигается, и из сепаратора выдуваются не индивидуальные частицы, а небольшие агрегаты.

Далее, как следует из изложенного ранее, воздушный сепаратор фракционирует частицы по величине седиментационного радиуса и в случае, например, пластинчатых частиц результаты ситового и воздушного фракционирования должны заметно различаться. Действительно, микроскопическое исследование номинально одинаковых фракций каменноугольной пыли, полученных обоими методами, показало, что при воздушной сепарации встречаются частицы с размером в 2—3 раза больше, чем в соответствующих ситовых фракциях [78]. Такие частицы, как и следовало ожидать, представляют собой сравнительно тонкие чешуйки угля.

В заключение скажем несколько слов о сопротивлении газообразной среды движению очень крупных капель. Этот вопрос имеет большое значение в теории дождевания облаков. Как показывает опыт, при падении больших капель они заметно деформируются (сплющиваются) (рис. 14) [579], что приводит к увеличению сопротивления.

Последние экспериментальные данные о конечной скорости падения водяных капель в воздухе [79, 80], приведены в табл. 9 и на рис. 11. Из данных таблицы и рисунка следует, что заметное отклонение скорости падения капель от скорости падения равновеликих твердых шариков начинается примерно при $r_e = 0,4$ мм. При $r_e > 2$ мм дальнейшее увеличение скорости падения с размером капель почти прекращается, так как увеличение веса капли компенсируется соответствующим увеличением деформации.

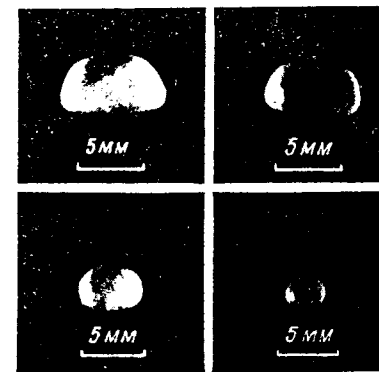


Рис. 14. Форма падающих водяных капель.



Рис. 15. Разрыв падающих капель.

Таблица 9
Конечная скорость падения водяных капель в воздухе при 20° и 760 мм рт. ст.

r_e , см	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05
V_s , см/сек	27	72	117	162	206	247	287	327	367	403

r_e , см	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17
V_s , см/сек	464	517	565	609	649	690	727	757	782	806	826	844

r_e , см	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29
V_s , см/сек	860	872	883	892	898	903	907	909	912	914	916	917

При достижении эквивалентным радиусом капли величины 2,5—3 мм деформация падающей капли делается настолько большой, что капля разрывается. Поэтому более крупные дождевые капли не наблюдаются. Однако в опытах, проведенных в аэродинамической трубе, удалось подвесить в восходящем воздушном потоке капли с радиусом до 4,5—5 мм [81]. При этом большое значение имеет, повидимому, степень турбулентности потока: если провести рукой под взвешенной в потоке каплей, она немедленно разрывается. Такой же эффект производит внезапное небольшое увеличение скорости потока. Механизм разрыва виден из рис. 15, полученного фотографированием взвешенной капли.

§ 13. Оседание облаков

До сих пор нами рассматривалось только движение изолированных частиц аэрозоля. В механике системы частиц необходимо учитывать гидродинамическое взаимодействие между частицами (см. стр. 99). Здесь следует отдельно разобрать два существенно различных случая движения частиц — в свободном, не ограниченном стенками облаке и в аэрозоле, заполняющем ограниченное стенками пространство.

Остановимся сперва на первом случае. Пусть на частицы облака действует какая-нибудь постоянная сила, например, сила тяжести mg . Движущиеся под действием этой силы частицы в некоторой степени увлекают за собой окружающую среду, благодаря чему сопротивление среды движению частиц уменьшается. Теоретический расчет величины этого уменьшения был произведен лишь для системы из двух шарообразных частиц [82, 83]. В этом случае скорость движения обеих частиц под действием силы F равна

$$V = (F/6\pi\eta r) \left[1 + \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \theta) \right] \frac{r}{2p} + \dots, \quad (13.1)$$

где $2p$ — расстояние между центрами частиц;

θ — угол между линией центров частиц и направлением движения.

Отброшенные члены ряда содержат третью и более высокие степени r/p . Сопоставление (13.1) с выражением (34.4) для скорости течения жидкости, обтекающей шар при малых Re , показывает, что добавочная скорость, получаемая каждой частицей, равна просто скорости течения, вызванного другой частицей в точке, занимаемой центром первой частицы¹.

Для системы из многих частиц Бургерс [83] принял, что дополнительные скорости, приобретаемые данной частицей от всех остальных согласно формуле (13.1), складываются. Вычисление результирующей скорости частиц в этом предположении привело для случая сферического

¹ При не очень малых Re симметрия этого эффекта по отношению к обеим частицам нарушается, и для задней частицы эффект гораздо больше, чем для передней (см. начало стр. 294).

облака к следующему результату: частицы и среда движутся с одинаковой скоростью, т. е. среда полностью увлекается дисперсной фазой; облако движется как одно целое, по законам движения жидкого шара в среде, обладающей той же вязкостью. При этом центр облака движется со скоростью

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 n F / 5 \pi \eta R. \quad (13.2)$$

В числителе стоит суммарная сила, действующая на все частицы облака (R — радиус облака, n — число частиц в 1 см³), в знаменателе — сопротивление среды при $V = 1$ согласно формуле (7.6), в которой положено $\eta_p = \eta$. Одновременно с поступательным движением облака в нем возникает циркуляция, сохраняющая форму и размер облака (см. рис. 63, стр. 211).

Согласно выводу Бургерса такой характер движения облака получается при любой концентрации аэрозоля и при любом размере облака, с чем невозможно согласиться. Для того чтобы легче разобраться в этой проблеме, предположим, что частицы облака фиксированы в пространстве, а среда движется мимо них со скоростью U . Примем, что сила, с которой среда действует на каждую частицу, выражается формулой Стокса без всяких поправок. Обычно в аэрозолях эта поправка достаточно мала (см. стр. 60). Тогда полная сила, действующая на облако, равна

$$F_1 = 6\pi\eta U \cdot nv = 6\pi\eta U \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 n, \quad (13.3)$$

где v — объем облака. Эта сила представляет собой лобовое сопротивление облака при его продувании. Если же среда обтекает облако, сопротивление равно

$$F_2 = \phi \pi R^2 \cdot \gamma_g U^2 / 2. \quad (13.4)$$

Если $F_1 \gg F_2$, то облако непродуваемо, и среда полностью обтекает его. В случае свободно движущегося облака это означает, что частицы облака полностью увлекают за собой среду и неподвижны по отношению к ней (случай, рассмотренный Бургерсом). При $F_1 \ll F_2$ облако продувается средой; это означает, что в свободном облаке увлечение среды частицами ничтожно, и скорость частиц по отношению к среде выражается формулой Стокса без поправок. Если F_1 и F_2 — величины одного порядка, облако частично продувается, частично обтекается средой, и дисперсная фаза движется по отношению к среде со скоростью, меньшей, чем по формуле Стокса.

Так как скорости U в формулах (13.3) и (13.4) не заданы, а определяются действующей на облако внешней силой, то удобнее сравнивать не силы F_1 и F_2 , а скорости облака при разных режимах движения при действии на частицы заданной внешней силы. При большом различии между этими скоростями имеет место режим движения, соответствующий большей скорости, при малом различии — промежуточный

режим. Так, при оседании облака под действием силы тяжести, скорость, соответствующая режиму продувания, равна

$$V_{s1} = \frac{2r^2\gamma g}{9\eta}. \quad (13.5)$$

Скорость, соответствующую режиму обтекания, получим, приравняв вес дисперсной фазы облака $\frac{4}{3}\pi R^3 n \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \gamma g$ и сопротивление среды [см. формулу (13.4)]

$$V_{s2} = \sqrt{\frac{32 R n \pi r^3 \gamma g}{9 \psi \gamma_g}}. \quad (13.6)$$

Характер движения определится величиной отношения

$$\kappa = V_{s2}/V_{s1} = \sqrt{\frac{72 \pi R n \eta^2}{\psi \gamma_g \gamma r g}}. \quad (13.7)$$

При $\kappa \gg 1$ имеет место режим обтекания, при $\kappa \ll 1$ — режим продувания. Если к движению всего облака применима формула Стокса для жидкого шара (13.2), то

$$V_{s2} = \frac{4R^2 n}{15\eta} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma g, \quad (13.8)$$

$$\kappa = V_{s2}/V_{s1} = 1,6 \pi R^2 r n. \quad (13.9)$$

Этот случай был рассмотрен Смолуховским [82].

Следует заметить, что для большинства облаков, встречающихся в природе, в промышленности и в обыденной жизни, по крайней мере в первый период их существования, $\kappa \gg 1$, и они движутся как одно целое. Однако при рассеянии облака воздушными течениями и диффузией произведение $R^2 n$, пропорциональное общему числу частиц в облаке, остается постоянным, следовательно, произведения $R n$ и $R^2 n$, входящие в формулы (13.7) и (13.9), при возрастании объема облака уменьшаются, а с ними уменьшается и κ , так что в конце концов облако становится продуваемым.

Необходимо иметь в виду еще то обстоятельство, что практически во всех облаках конденсационного происхождения, а также в полученных диспергированием летучих веществ газовая среда внутри и вне облака имеет несколько различный состав и температуру, а следовательно, и различную плотность. Эта разница плотностей обычно значительно превышает разницу, обусловленную весом дисперсной фазы. Так, в природных облаках содержание жидкой воды — порядка 1 г/м³. Эквивалентная этой величине разность плотностей достигается при разнице температур внутри и вне облака порядка 0,2° или разности абсолютной влажности порядка 1 мм рт. ст. Поэтому в вертикальных движениях природных облаков вес дисперсной фазы играет второстепенную роль, в основном это движение определяется разностью температуры и влажности воздуха внутри и вне облака. Аналогично обстоит дело и с облаками, образующимися при взрывах, сгорании топлива в песках, топках и двигателях внутреннего сгорания, создаваемыми при помощи специальных генераторов маски-

рующих и инсектицидных туманов, дымовых шашек и т. д. Вначале эти облака, обладающие высокой температурой, поднимаются. Если они успевают охладиться раньше, чем рассеются в атмосфере, то при наличии в них CO₂ или высокой концентрации дисперсной фазы они начинают оседать на землю. Во всех этих случаях облако независимо от его размера и концентрации аэрозоля движется, как одно целое, так как сплошная масса газа («газовое облако») непродуваема и лишь с поверхности размывается диффузией и гидродинамическими течениями.

Недоучет этих соображений приводит иногда к ошибочным выводам. Так, для объяснения формы траектории струи табачного дыма, впущенной горизонтально в дымовую камеру, Просаду [84], исходившему из предположения, что дымовые частицы оседают индивидуально, пришлось принять для среднего радиуса частиц ни с чем несообразную величину 24 м. В действительности же форма траектории, несомненно, определялась скоростью оседания струи, как одного целого, так как ее плотность превышала плотность воздуха за счет содержащейся в ней углекислоты. Поражающим примером быстрого оседания облака может служить «огненное облако», скатившееся с огромной скоростью с вулкана Мон-Пелэ и превратившееся в пепел город Сент-Пьер в 1902 г. Повидимому, концентрация дисперсной фазы (вулканического пепла и т. д.) была настолько велика, что плотность облака, несмотря на его высокую температуру, была много выше плотности воздуха.

Весьма сложная картина движений имеет место в кучево-дождевых облаках, содержащих капельки всевозможных размеров: от $r = 10 \mu$ до $r = 2-3$ мм. В этом случае под влиянием более высокой температуры облака (по сравнению с окружающей атмосферой) происходит быстрый подъем всего облака со скоростью до 10 м·сек⁻¹ и одновременно оседание капелек со скоростью от 0,01 до 8-9 м·сек⁻¹. Таким образом, результирующая скорость одних капелек направлена вниз, других — вверх. Эти явления играют существенную роль в процессе дождевания облаков (см. стр. 294).

§ 14. Движение аэрозолей в ограниченном пространстве

В случае аэрозолей, находящихся в ограниченном пространстве, движение частиц также складывается из движения вместе со средой, вызванного конвекционными токами, искусственным перемешиванием и т. д., и движения по отношению к среде. Сейчас нас интересует последнее, причем мы его рассмотрим на примере оседания частиц под действием силы тяжести. При оседании частиц аэрозоля, заполняющего ограниченное стенками пространство, со скоростью V , среда движется в обратном направлении со средней скоростью ϕV , где ϕ — обычно очень малая объемная доля дисперсной фазы. Так как вблизи частиц среда увлекается ими, то вдали от них (т. е. на расстоянии, большем по сравнению с радиусом частиц) скорость встречного течения больше ϕV . Таким образом, скорость

оседания частиц в рассматриваемом случае, в отличие от движения свободного облака, меньше, чем скорость изолированных частиц в беспредельном объеме, на множитель $1 + \kappa\phi$, где $\kappa > 1$.

По Кенингему [46] следует учесть еще одно обстоятельство: при выводе формулы Стокса одно из граничных условий заключается в том, что скорость среды равна нулю на бесконечно большом расстоянии от частицы. При оседании системы частиц в ограниченном пространстве следует принять (пренебрегая встречным течением среды), что скорость среды равна нулю на расстоянии ρ от центра частицы, где $2\rho \approx n^{-1/3}$ — среднее расстояние между соседними частицами. Таким образом, каждая частица испытывает такое же сопротивление, какое она испытывала бы, находясь в центре замкнутого сферического сосуда с радиусом ρ . По вычислениям Кенингема это сопротивление в стоксовском приближении равно $6\pi\eta V_s(1 + 1,25\frac{r}{\rho})$. По Осену поправка получится меньше и тем меньше, чем больше число Рейнольдса $V_s r / \eta$. Все остальные авторы, занимавшиеся этой задачей, пришли путем довольно сложных, но нестрогих рассуждений к поправочному множителю $1 + \kappa\phi$ со значениями κ , равными 5,5 [85]; 7,0 [83] и 4,5 [86]. Строгое решение задачи, повидимому, чрезвычайно трудно.

Различие между поправочными множителями типа $1 + \kappa\phi$ (I) и $1 + \kappa\frac{r}{\rho} \approx 1 + \kappa\phi^{1/3}$ (II), конечно, весьма существенно, так как при обычных значениях ϕ в аэрозолях множитель I практически равен 1, тогда как множитель II может быть на несколько процентов больше 1. Экспериментально этот вопрос для интересующих нас малых значений ϕ был исследован только Кермаком [85] путем измерения скорости оседания весьма монодисперсных суспензий эритроцитов разных животных с радиусом 2,4; 3,0; 3,7 и 4,4 μ в воде. Оказалось, что при $\phi \leq 0,04 - 0,08$ результаты опытов хорошо согласуются с поправочным множителем $1 + \kappa\phi$, причем κ имеет значения, лежащие для разных эритроцитов в пределах 4,8—6,9. К сожалению, скорость оседания изолированных частиц в этой работе не измерялась, а определялась путем экстраполяции.

Таким образом, из имеющихся довольно скудных данных можно лишь сказать, что при оседании аэрозолей в ограниченном пространстве сопротивление среды при малых ϕ , вероятно, равно $6\pi\eta V_s(1 + \kappa\phi)$, причем κ близко к 5—6. В последнее время в связи с исследованием флуидизации порошков (см. стр. 326) приобрел значение вопрос о скорости оседания концентрированных дисперсных систем. Для измерения этой скорости флуидизируют, т. е. переводят во взвешенное состояние в восходящем токе жидкости, систему из одинаковых шариков, или тел другой формы. При этом автоматически устанавливается концентрация шариков, при которой скорость их оседания равна скорости течения. Результаты этих опытов могут быть выражены формулой

$$V'_s = V_s(1 - \phi)^{\alpha}, \quad (14.1)$$

где V'_s — скорость оседания системы частиц, а V_s — изолированной частицы. Для коэффициента α в случае системы шариков Льюис и Бауэрман [87] и Ричардсон и Заки [88] получили совпадающее значение 4,65. В работе Ричардсона и Заки сделан также приближенный теоретический расчет скорости оседания системы шаров. Исходя из двух моделей расположения шариков в пространстве, авторы получают две кривые (V'_s, ϕ), из которых одна лежит примерно на 40% выше, а другая на 20% ниже экспериментальной кривой.

В заключение упомянем об известном всякому работающему с аэрозолями явлении: в оседающих концентрированных аэрозолях верхняя граница дисперсной фазы обычно плоска и горизонтальна. Это явление можно наблюдать и в лаборатории, и на природных туманах. Причина явления заключается в том, что при плотности аэрозоля, превышающей плотность граничащей с аэрозолем среды, гидростатические силы противодействуют нарушению горизонтальности верхней границы аэрозоля под действием конвекции. Аэрозоли ведут себя в данном случае подобно жидкостям. Понятно, что стабилизация верхней границы будет наблюдаться только в том случае, если дисперсная фаза движется, как одно целое со средой, т. е. при достаточно большой концентрации аэрозоля (см. предыдущий параграф). Поэтому особенно устойчивой оказывается поверхность аэрозолей, утяжеленных хлором, углекислотой и т. д. [89].

§ 15. Методы вертикального и горизонтального электрического поля и их применение

Движение аэрозольных частиц в электрическом поле принципиально ничем не отличается от движения в поле земного тяготения. Сила, действующая на частицу в электрическом поле, равна qE , где q — заряд частицы, а E — напряженность поля. Скорость частицы, в случае применимости формулы (8. 2), равна

$$V_E = qEB = qE\left(1 + A\frac{l}{r}\right) / 6\pi\eta. \quad (15.1)$$

Весьма интересно по своим практическим приложениям исследование движения частиц аэрозолей в вертикальном электрическом поле, т. е. при наложении электрического поля на поле земного тяготения. Разработанный Милликеном [90] и Эренгафтом [91] метод вертикального электрического поля — один из самых плодотворных методов изучения аэродисперсных систем, сыгравший весьма большую роль в развитии наших знаний в этой области. Метод заключается в том, что частицы аэрозоля вводятся в кюветку, образованную двумя горизонтально расположенными обкладками конденсатора и боковыми стенками из изолирующего материала, снабженными окошками для наблюдения, освещения и перезарядки частиц. Наблюдение производится посредством

горизонтального микроскопа с окулярной сеткой. Напряженность поля $E = \Pi/h$, где Π — разность потенциалов, а h — расстояние между обкладками конденсатора. Величину и направление электрического поля можно изменять по желанию. Определяется скорость оседания частицы при выключенном поле V_s , затем — скорость движения той же частицы при совместном действии электрического и гравитационного полей $V_s + V_E$ или $V_s - V_E$ в зависимости от направления электрического поля. Отсюда находится V_E . Иногда определяется, кроме того, напряженность поля E_B , точно уравновешивающая действующую на частицу силу тяжести

$$E_B^* = mg/q_s = \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma g / q. \quad (15.2)$$

В некоторых конструкциях кюветки предусмотрена возможность изменять давление в ней в широких пределах в ту и в другую сторону от атмосферного давления. Техника работы по методу вертикального поля хорошо освещена в литературе [53, 92, 93] и позволяет решить следующий ряд задач.

А. Определение величины элементарного электрического заряда и нахождение закона сопротивления газообразной среды движению мелких частиц

Для решения этих важных задач и был впервые применен [53] метод вертикального электрического поля. Выпишем выражение для V_s :

$$V_s = mgB = mg \left(1 + A \frac{l}{r}\right) / 6\pi r \eta \quad (15.3)$$

или

$$V_s = \frac{2r^2 \gamma g}{9\eta} \left(1 + A \frac{l}{r}\right). \quad (15.4)$$

Извлекая квадратный корень из (15.4) и перемножая с (15.1), получим уравнение

$$q = \left[\frac{18 \pi V_E}{E} \left(\frac{\eta^3 V_s}{2 \gamma g} \right)^{1/2} \right] \left(1 + A \frac{l}{r}\right)^{-\frac{3}{2}} = q_{st} \left(1 + A \frac{l}{r}\right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (15.5)$$

Обозначим через q_{st} выражение, стоящее в квадратных скобках, т. е. величину заряда частицы, определенную из опыта в предположении применимости формулы Стокса. В случае жидких (масляных) капелек все входящие в это выражение величины — вязкость воздуха, плотность частиц, напряженность поля и скорости V_E и V_s — можно определить из опыта. При перезарядке частицы рентгеновскими или γ -лучами изменение ее заряда Δq равно небольшому целому положительному или отрицательному числу элементарных зарядов e :

$$\Delta q = (v_1 - v_2) e, \quad (15.6)$$

где $v_1 - v_2$ обычно равно ± 1 , реже ± 2 и т. д. Аналогично $\Delta q_{st} = (v_1 - v_2) e_{st}$. Поэтому, взяв наибольший общий делитель из нескольких Δq_{st} , легко определить e_{st} .

Так как из уравнения (15.5) следует, что

$$\epsilon = e_{st} / \left(1 + A \frac{l}{r}\right)^{3/2}, \quad (15.7)$$

то

$$\epsilon_{st}^{2/3} = \left(1 + A \frac{l}{r}\right) \epsilon^{2/3} = \epsilon^{2/3} + A \epsilon^{2/3} \cdot \frac{l}{r}. \quad (15.8)$$

Если отложить значения $\epsilon_{st}^{2/3}$, найденные для различных капелек, в функции l/r , то в случае применимости формулы Кенингема точки должны согласно (15.8) лечь на одну прямую. Точка пересечения прямой с осью ординат дает значение $\epsilon^{2/3}$, а тангенс угла наклона к оси абсцисс — величину $A \epsilon^{2/3}$. В действительности из опыта непосредственно определяют не истинную величину радиуса r , а

$$r_{st} = \left(\frac{9 V_s \eta}{2 \gamma g} \right)^{1/2}, \quad (15.9)$$

т. е. величину радиуса, вычисленную, предполагая справедливость формулы Стокса. Однако при небольших значениях поправочного члена Al/r , r_{st} мало отличается от r , и поэтому, если заменить в (15.8) r на r_{st} , эта замена мало сказывается на результатах — в частности, экспериментальные точки хорошо ложатся на одну прямую. Таким путем было произведено первое точное определение величины элементарного электрического заряда и доказана применимость формулы Кенингема при небольших значениях l/r . Для получения точных результатов при определении ϵ следует по возможности исключить влияние броуновского движения, т. е. работать с сравнительно крупными капельками ($r = 2-5 \mu$).

Для нахождения закона сопротивления среды при больших значениях l/r по той же причине берут не мелкие капли, а проводят измерения при малых давлениях, т. е. при больших l . В этих опытах [39], доводя давление в кюветке до 0,5 мм Hg, удалось измерить сопротивление среды вплоть до значения $l/r = 134$. Результатом таких измерений было установление эмпирической формулы (8.5). Наиболее совершенный метод изучения закона сопротивления для мелких частиц состоит в измерении скорости движения одной и той же частицы при разных давлениях [94, 95, 28].

Заметим, что первые опыты по методу вертикального электрического поля проводились не с отдельными капельками, а с водяным туманом, полученным конденсацией пара на газовых ионах. Капельки тумана в этом случае имеют по одному элементарному заряду. V_s и V_E определялись по движению верхней границы облака, причем для ϵ получено было значение примерно на 30% ниже истинного [96]. Это неудивительно, так как скорость движения верхней границы всегда определяется самыми медленными частицами (самыми мелкими при измерении V_s и самыми крупными при измерении V_E). Поэтому согласно (15.4) получается заниженное значение зарядов частиц.

Все сказанное выше относилось к шарообразным индивидуальным частицам. При переходе к частицам нешарообразной формы и к

агрегатам следует учесть следующее: в случае агрегированных частиц γ означает их кажущуюся плотность. Поэтому, если в (15.5) подставить вместо γ истинную плотность, то для q , а следовательно, и для ϵ могут получиться значения, в несколько раз меньше истинных. Отсюда и появилась гипотеза о «субэлектроне» [97]. Далее, если частица имеет нешарообразную форму, то в (15.4) следует подставить r_e^2/x вместо r^2 (см. 12.15), а в (15.1) $r_e x$ вместо r (см. 12.18). В результате в знаменателе выражения для q [см. формулу (15.5)] появится множитель $x^{1/2}$. Так как для нешарообразных частиц $x > 1$ (см. стр. 53), то, если не учесть этого обстоятельства, для элементарного электрического заряда снова получится заниженное значение.

Зная величину ϵ и закон сопротивления среды, можно по методу вертикального поля решить следующие задачи.

Б. Измерение заряда и подвижности частиц

Измерив повторно скорость движения частицы в вертикальном электрическом поле, направленном то вверх, то вниз, берут среднее арифметическое обеих скоростей $V_E - V_s$ и $V_E + V_s$, равное V_E и пропорциональное числу элементарных зарядов на частице γ . Перезарядив последнюю несколько раз, находят, как указано выше, γ и величину заряда частицы $q = \gamma e$. Зная V_E и q , определяют по формуле (15.1) подвижность частицы B .

Подвижность частицы B можно найти также по скорости падения ее в отсутствие поля V_s [см. формулу (15.3)] и по величине уравновешивающего поля E_B , характеризующего массу частицы (15.2). Форма и плотность частицы исключаются в обоих вариантах метода.

Очень существенно, что подвижность частицы в электрическом поле, определяемая по первому варианту, и подвижность в поле силы тяжести, определяемая по второму варианту, могут для частицы неправильной формы заметно различаться между собой благодаря ориентирующему действию электрического поля, стремящемуся повернуть частицы вытянутой осью вдоль направления поля (см. § 43). Это обстоятельство, почему-то неучтенное никем из работавших в этой области исследователей, объясняет многие случаи расхождения между теорией и опытом при исследовании движения частиц аэрозолей в вертикальном электрическом поле.

В. Определение размера частиц

При определении размера частиц аэрозолей по скорости их оседания под действием силы тяжести [т. е. по формуле (15.4)] встречаются две трудности:

- 1) для агрегированных частиц, как уже неоднократно указывалось, кажущаяся плотность, входящая в (15.4), заранее неизвестна;
- 2) в случае мелких частиц ($r < 10^{-4}$ см) броуновское движение приводит к слишком большим флуктуациям в результатах измерений. Эти трудно-

сти в значительной степени устраняются при применении следующего варианта метода [98]. Определив, как указано выше, V_E и q , находят отсюда по (15.1) r или, в случае нешарообразных частиц, $r_e x$. При этом плотность частиц исключается. Влияние броуновского движения здесь также ослабляется вследствие того, что скорость V_E (в отличие от V_s) можно сделать достаточно большой путем увеличения напряженности поля E .

Размер частиц с неизвестной плотностью может быть также найден путем измерения скорости их падения при разных давлениях [99]. Так как длина свободного пути газовых молекул обратно пропорциональна давлению газа, то (15.4) можно написать в виде

$$V_s = \frac{2\gamma r^2 g}{9\eta} \left(1 + \frac{A'}{pr}\right). \quad (15.10)$$

Здесь $A' = A p l = A p_0 l_0$, где l_0 — длина свободного пути молекул при атмосферном давлении p_0 . Таким образом, если V_{s1} и V_{s2} — скорости падения при давлениях p_1 и p_2 , то

$$\frac{V_{s1}}{1 + (A'/p_1 r)} = \frac{V_{s2}}{1 + (A'/p_2 r)}, \quad (15.11)$$

откуда

$$r = \frac{V_{s2} p_2 - V_{s1} p_1}{V_{s1} - V_{s2}} \cdot \frac{A'}{p_1 p_2}. \quad (15.12)$$

Так как согласно этому уравнению r определяется по отношению разностей довольно близких величин, метод этот не может дать точных результатов. Кроме того, теория движения мелких частиц в газообразной среде в переходной области (§ 8) разработана только для частиц шарообразной формы и в случае другой формы неизвестно, какой коэффициент формы следует вводить в поправочный множитель $1 + A'/r$.

Г. Определение кажущейся плотности и динамического коэффициента формы частиц

Определив, как указано выше, радиус частицы и по величине уравновешивающего поля — ее массу, находят γ , т. е. в случае агрегированных частиц — кажущуюся плотность. Таким путем Уайтлоу-Грэй [31] нашел приведенные на стр. 28 значения плотности частиц в некоторых дымах. Правильные результаты при этом можно получить только для частиц шарообразной формы. Для частиц другой формы в (15.1) следует ввести коэффициент x , в противном случае для эквивалентного радиуса r_e будет получено завышенное, а для кажущейся плотности преуменьшенное значение.

В случае нешарообразных индивидуальных частиц, плотность которых известна заранее, можно по их заряду и величине уравновешивающего поля определить согласно (15.2) эквивалентный радиус r_e . Далее,

по скорости V_E можно найти величину κ при движении в электрическом поле, а по скорости V_g — ту же величину при движении под действием силы тяжести. Как уже указывалось, ввиду ориентации частиц в электрическом поле найденные таким образом значения κ в этих двух случаях могут быть различными.

Определение плотности частиц можно выполнять при помощи оригинальной модификации метода вертикального поля, предложенной Плачем [24], состоящей в применении неравномерного электрического поля с расходящимися силовыми линиями. Как показывает теория, сила F , действующая на незаряженную частицу в таком поле, равна

$$F_E = \kappa_E v \operatorname{grad} E^2, \quad (15.13)$$

где v — объем частицы, а κ_E — коэффициент, зависящий от формы и диэлектрической проницаемости ϵ_k частицы и равный $\frac{3}{8\pi} \frac{\epsilon_k - 1}{\epsilon_k + 2}$ для непроводящего и $\frac{3}{8\pi}$ для проводящего шара. Очень важно, что в последнем случае κ_E имеет одну и ту же величину как для сплошных индивидуальных частиц, так и для агрегатов, если только между первичными частицами, из которых они образованы, имеется электрический контакт. Если в месте нахождения частицы E и $\operatorname{grad} E$ имеют вертикальное направление, то сила, действующая на частицу, равна

$$F_E = 2\kappa_E v E dE/dz. \quad (15.14)$$

Если градиент направлен вверх, то при условии $F_E = mg$ или

$$EdE/dz = \frac{mg}{2\kappa_E v} = \frac{\gamma g}{2\kappa_E} \quad (15.15)$$

частица будет уравновешена в воздухе. Как видно из (15.15), все незаряженные шарообразные частицы, имеющие одинаковую плотность и диэлектрическую постоянную, независимо от их размера уравновешиваются при одном и том же значении EdE/dz . Этот вывод оправдался в опытах с масляными и индивидуальными ртутными капельками. Для создания неравномерного поля верхней обкладке конденсатора была придана соответствующая форма. При этом EdE/dz , очевидно, пропорционально квадрату напряжения на обкладках конденсатора.

В этих опытах был обнаружен следующий важный факт: сравнение значений EdE/dz , соответствующих уравновешиванию масляных и ртутных капелек, показало, что коэффициент κ_E имеет для тех и других почти одинаковую величину. Таким образом, масляные капельки практически поляризуются в постоянном электрическом поле, как проводники электричества, повидимому, благодаря содержащимся в них ионизирующимся загрязнениям. Так как минеральные масла принадлежат к числу весьма плохих проводников электричества, то аналогичное явление, вероятно, имеет место и в частицах из большинства других веществ.

Поэтому в дальнейшем будем для упрощения считать, что частицы аэрозоля ведут себя в электрическом поле, как проводники.

Согласно (15.15) при помощи наблюдений над индивидуальными капельками можно точно измерить величину EdE/dz в разных точках образованного конденсатором электрического поля. Отсюда посредством аналогичных наблюдений над агрегированными частицами металлических аэрозолей определялась, как указано выше, кажущаяся плотность этих частиц. В данном случае частицы уравновешивались при разных значениях EdE/dz , так как имели различную кажущуюся плотность. Таким путем было установлено, что в ртутных туманах, полученных механическим распылением при небольшом давлении воздуха, капельки имеют нормальную плотность, а в туманах, полученных распылением при больших давлениях или возгонкой, — в 5—10 раз меньшую плотность (см. стр. 25).

Метод вертикального поля был также применен для исследования кинетики испарения капелек, фотоэффекта на частицах, броуновского движения, движения в поле температурного градиента и ряда других аэрозольных проблем.

Движение частиц аэрозоля в поле земного тяготения с наложенным на него горизонтальным электрическим полем также может быть использовано для определения ϵ и для некоторых других рассмотренных выше задач. Движение частицы происходит в данном случае по наклонной прямой и описывается теми же уравнениями (15.1) и (15.3) с той лишь разницей, что V_g означает здесь вертикальную, а V_E — горизонтальную составляющую скорости частицы. Уравнение (15.5) и все остальные выводы остаются, очевидно, в силе и здесь. Измерение обеих составляющих скорости производится с применением прерывистого освещения фотографическим путем [100], причем этот метод позволяет работать с более крупными капельками (до $r = 10 \mu$), чем метод вертикального поля, что представляет преимущество при прецизионном определении ϵ . С другой стороны, многократная перезарядка капелек во время опыта здесь исключается; так как метод был применен лишь для уточнения величины элементарного заряда, приблизительное значение которого считалось известным, число элементарных зарядов на капельках можно было непосредственно определить из опыта (о другом варианте метода см. стр. 109).

§ 16. Радиометрические силы в аэрозолях (термофорез)

Явление отталкивания частиц аэрозоля нагретыми телами было хорошо известно уже в восьмидесятих годах прошлого столетия, но правильное истолкование оно получило сравнительно недавно. Его легко обнаружить при боковом освещении аэрозоля, в котором находится нагретое тело: оно окружено «черным», т. е. несодержащим частиц, слоем, толщина которого возрастает с температурой тела.

Явление это вызвано так называемыми радиометрическими силами, действующими со стороны газообразной среды на находящиеся в ней

неравномерно нагретые тела, в данном случае частицы аэрозоля. Механизм радиометрических сил, как и в других случаях взаимодействия между частицами и газом, существенно зависит от величины отношения радиуса частиц и средней длины свободного пути газовых молекул. При $r \ll l$ радиометрическая сила возникает благодаря тому, что от более нагретой стороны частицы газовые молекулы отлетают с большей скоростью, чем от менее нагретой стороны, и поэтому сообщают частице импульс в направлении убывания температуры. Величина этой силы, как показывает молекулярно-кинетический расчет [101], равна

$$F_M = - \frac{\pi \alpha p r^3 \Gamma_t}{3T}, \quad (16.1)$$

Γ_t — градиент температуры внутри частицы; α — коэффициент аккомодации газовых молекул на поверхности частицы.

Таким образом, в этом случае радиометрическая сила пропорциональна давлению газа и кубу радиуса частиц.

В случае $r \gg l$ механизм радиометрической силы несколько более сложен [102]. Рассмотрим соприкасающуюся с газом неравномерно нагретую стенку. В прилегающем к ней слое газа установится приблизительно такой же тангенциальный градиент температуры. Если этот градиент направлен влево, то ударяющиеся об элемент поверхности ds слева газовые молекулы обладают в среднем большей скоростью, чем ударяющиеся справа. В результате стенка получает направленный вправо, т. е. против градиента, импульс, а газу передается равный и направленный влево импульс, заставляющий газ скользить по поверхности в сторону повышения температуры со скоростью

$$U = \frac{3\eta\Gamma_t}{4\gamma_g T}. \quad (16.2)$$

Характер радиометрического обтекания неравномерно нагретого тела газом существенно отличается от обычного вязкого обтекания, рассматриваемого в § 34. В последнем случае тангенциальная скорость газа равна нулю у поверхности тела и возрастает по мере удаления от этой поверхности; поэтому действующая на тело сила трения направлена в сторону течения. При радиометрическом же обтекании скорость газа достигает максимальной величины (16.2) на расстоянии l от поверхности тела и убывает по мере удаления от нее; поэтому в данном случае действующая на тело сила направлена против течения, т. е. в сторону понижения температуры. Как показывает гидродинамический расчет [103], в случае шара эта сила равна

$$F_M = - \frac{3\pi\eta^2 r R_g \Gamma_t}{pM}, \quad (16.3)$$

где R_g — газовая постоянная;

M — молекулярный вес газа.

Таким образом, в этом случае радиометрическая сила обратно пропорциональна давлению газа (если последнее не очень мало, так что вязкость газа можно считать постоянной) и пропорциональна радиусу частиц.

Для переходной области (l сравнимо с r) Хеттнером [103] была предложена эмпирическая интерполяционная формула

$$F_M = - \frac{\pi r^2 \eta \sqrt{\frac{\alpha R_g}{MT}} \Gamma_t}{\frac{p}{p_0} + \frac{p_0}{p}}, \quad (16.4)$$

где

$$p_0 = \frac{3\eta}{r} \sqrt{\frac{R_g T}{M\alpha}}. \quad (16.5)$$

Легко убедиться в том, что формула (16.4) переходит в (16.1) при $l \gg r$ и в (16.3) при $l \ll r$. Как показывает анализ формулы (16.4), абсолютная величина силы F_M достигает максимума при $p = p_0$. В воздухе при обыкновенной температуре при $\alpha = 1$

$$p_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-5} / r \text{ атм.} \quad (16.6)$$

Выражаемая формулой (16.4) зависимость радиометрической силы от давления была количественно подтверждена опытами по фотофорезу частиц селена [104]. Тот факт, что некоторые авторы не обнаружили влияния давления на скорость фотофореза, объясняется тем, что они работали при давлениях, близких к p_0 , т. е. в области максимальных значений радиометрической силы, в которой эта сила сравнительно мало изменяется с давлением.

Основной трудностью при теоретическом расчете действующей на частицу радиометрической силы является определение величины температурного градиента в самой частице. Сравнительно просто эта задача решается в том случае, если градиент обусловлен неравномерностью температуры самой среды. В отсутствие конвекционных токов (т. е. при направленном вверх температурном градиенте среды), если пренебречь отдачей тепла частицей путем лучеиспускания, градиент внутри шарообразной частицы выражается в случае $r \gg l$ формулой [105]

$$\Gamma_t = \frac{3\chi_a \Gamma_a}{2\chi_a + \chi_t}, \quad (16.7)$$

где Γ_a — температурный градиент среды;

χ_t — теплопроводность вещества частицы;

χ_a — теплопроводность газа.

Таким образом, радиометрическая сила равна в этом случае

$$F_M = - \frac{9\pi\chi_a}{2\chi_a + \chi_t} \frac{\eta^2 r R_g \Gamma_a}{pM} = - \frac{9\pi\chi_a}{2\chi_a + \chi_t} \frac{\eta^2 r \Gamma_a}{\gamma_g T}. \quad (16.8)$$

Эта выведенная Эпштейном [105] формула была экспериментально проверена Розенблатом и Ламером [106] на капельках трикрезилфосфата с радиусом 0,4—1,6 μ по методу вертикального электрического поля. Для этого температура верхней обкладки конденсатора поддерживалась на более высоком уровне, чем температура нижней обкладки, так что конвекция в конденсаторе была устранена. Измерив скорость вертикального движения частицы при наличии температурного градиента и без него,

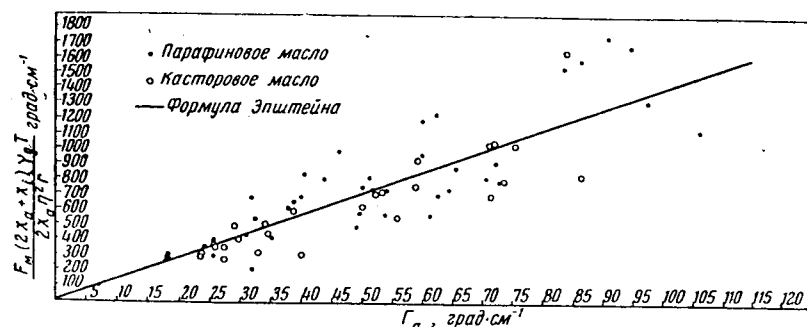


Рис. 16. Радиометрические силы, действующие на капельки.

по разности определяли скорость движения частицы под действием радиометрической силы, а отсюда и величину последней по формуле (8.2). Сила оказалась строго пропорциональной температурному градиенту. Далее, опыты, проводившиеся с одной и той же частицей при различных давлениях, показали, что при большой величине r/l радиометрическая сила линейно возрастает с $1/p$ в согласии с формулой (16.8), однако по мере приближения l к r график начинает отклоняться вниз от прямой, чего и следовало ожидать по формуле (16.4). При большом давлении (760 мм Hg) радиометрическая сила в согласии с формулой (16.8) пропорциональна радиусу частиц, т. е. F_m/r не зависит от r , однако при меньших давлениях F_m/r несколько возрастало по мере убывания r , что противоречит формуле (16.4). Абсолютная величина силы оказалась на 50% выше теоретического значения, повидимому, из-за ненадежности принятой при расчете величины теплопроводности трикрезилфосфата.

Более поздней работе Сакстона и Ранца [107], проведенной по той же методике с капельками парафинового и касторового масла с $r=0,5-2 \mu$ при атмосферном давлении и градиентах температуры 18—140 град. см⁻¹, были получены результаты, изображенные на рис. 16, на котором прямая проведена согласно формуле (16.8). Учитывая неизбежные в этих измерениях заметные ошибки опыта, приводящие к значительному разбросу экспериментальных точек на графике, эту формулу можно, таким образом, считать подтвержденной опытом.

Осаждение частиц аэрозоля в поле температурного градиента можно наблюдать в повседневной жизни. Благодаря этому явлению на стенах про-

тив отопительных батарей образуются густые осадки пыли¹; коптящее пламя керосиновой лампы быстро покрывает ламповое стекло слоем сажи; такое же осаждение сажи и золы происходит и на стенках дымовых труб, температура которых ниже температуры дымовых газов. Пропуская аэрозоль через трубку, вдоль оси которой натянута нагреваемая электрическим током проволока², можно осадить аэрозоль на стенках трубки, и этот способ осаждения (термопреципитация) нашел себе широкое применение при исследовании аэрозолей [110, 111]. Большим преимуществом метода является то обстоятельство, что согласно формулам (16.3) и (16.4) скорость движения частиц величиной порядка 0,1 μ и выше в термопреципитаторе мало зависит от их размера, тогда как скорость движения под действием силы тяжести и инерции быстро убывает по мере уменьшения частицы. Другие преимущества термопреципитации перед инерционным осаждением — отсутствие раздробления агрегатов и сдувания осевшихся частиц.

Толщина окружающего нагретые тела (мы будем считать их для простоты телами вращения) «черного», т. е. не содержащего частиц, слоя определяется траекторией тех частиц, которые вдали от тела движутся по продолжению его оси вращения (рис. 17). Траектория эта определяется в свою очередь распределением скоростей в обтекающем тело конвекционном токе и действующими на частицу радиометрическими силами, как это разобрано в § 30. По экспериментальным данным толщина черного слоя пропорциональна приблизительно корню квадратному из разности температур тела и среды [112].

Особенное внимание исследователей привлекало к себе движение частиц аэрозоля при одностороннем освещении (фотофорез), являющееся частным случаем термофореза. Наблюдающиеся здесь явления носят более сложный характер, чем при движении частиц в неравномерно нагретой среде, так как распределение температуры в освещенной частице, зависящее от ее формы, размера, прозрачности и коэффициента преломления, может быть весьма различным. В частности, в прозрачных частицах задняя сторона может быть нагрета преломившимися в частице лучами больше, чем передняя (обращенная к источнику света) сторона, и в этом случае частица будет двигаться навстречу свету (отрицательный

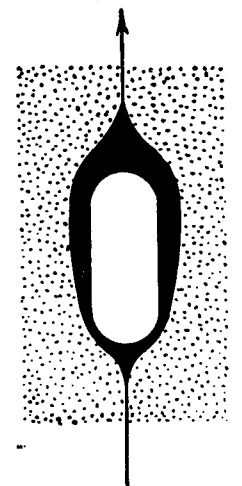


Рис. 17. «Черный слой» вокруг нагретого тела.

¹ Так как при паровом или водяном отоплении воздух в помещении теплее, чем стены, то последние с течением времени покрываются равномерным налетом пыли [108].

² Например, через трубку Клузиуса для разделения газов методом термодиффузии [109].

фотофорез). Частицы некоторых веществ (например, селена) обнаруживают отрицательный фотофорез, пока их размер меньше определенной критической величины, а при большем размере знак фотофореза меняется на обратный [101]. Это явление объясняется тем, что по мере увеличения частицы возрастает ослабление прошедшего через нее света, а следовательно, уменьшается нагревание задней стороны частицы.

Особенно наглядно это было показано в опытах с монохроматическим освещением окрашенных дымов нафталина [113]: при освещении лучами, сильно поглощаемыми частицами, наблюдается положительный фотофорез, при освещении слабо поглощающими лучами — отрицательный. В последнем случае при достаточном увеличении концентрации красителя отрицательный фотофорез меняется на положительный.

Вычисление температурного градиента в освещенной частице представляет собой весьма сложную задачу. Для того чтобы пойти хотя бы грубо приближенно величину фотофоретической силы в простейшем случае абсолютно черной шарообразной частицы при $r \gg l$, примем для упрощения задачи, что в освещенной частице устанавливается постоянный по величине и направлению температурный градиент Γ , и пренебрежем отдачей теплоты частицей путем лучеиспускания. Обозначим через ΔT разность температур между элементом поверхности частицы dS и газом на большом расстоянии от частицы. Нормальная составляющая температурного градиента среды у поверхности частицы при установившемся распределении температуры равна

$$dT/d\rho_{\rho=r} = -\Delta T/r \quad (16.9)$$

[см. аналогичную проблему на стр. 184, формула (38.35)]. Отсюда следует, что количество теплоты, отдаваемой в 1 сек. элементом поверхности частицы dS , равно

$$d\Omega = \frac{\chi_a \Delta T dS}{r}. \quad (16.10)$$

Количество световой энергии, поглощаемое частицей за 1 сек., равно

$$\Omega = \pi r^2 I, \quad (16.11)$$

где I — плотность потока световой энергии (эрг·см⁻²·сек⁻¹).

Для температуры элемента поверхности dS примем согласно сказанному выше выражение

$$T = T_0 + \Gamma r \cos \theta, \quad (16.12)$$

где T_0 — температура в экваториальной плоскости частицы;

θ — угол между радиусом-вектором к элементу поверхности и направлением световых лучей.

Тепловой баланс для передней половины частицы выразится уравнением

$$\pi r^2 I - \frac{\chi_a}{r} \int_{II} \Delta T dS - \pi r^2 \chi_i \Gamma_i = 0, \quad (16.13)$$

где интеграл берется по поверхности передней половины частицы. Первый член этого уравнения выражает приток лучистой энергии к частице, второй — отдачу тепла газу, третий — отдачу тепла задней половине частицы. Для задней половины частицы имеем аналогично

$$-\frac{\chi_a}{r} \int_3 \Delta T dS - \pi r^2 \chi_i \Gamma_i = 0. \quad (16.14)$$

Выражая T через (16.12), выполнив интегрирование и вычтя (16.14) из (16.13), получим

$$\Gamma_i = \frac{I}{2(\chi_i + \chi_a)}. \quad (16.15)$$

Таким образом, радиометрическая сила равна в этом случае

$$F_M = -\frac{3\pi\eta^2 r R_g I}{2pM(\chi_a + \chi_i)}. \quad (16.16)$$

Если частица непрозрачна, но не абсолютно черна, то вместо I следует взять $I\alpha$, где α — коэффициент поглощения света.

Для частиц, имеющих форму сплюснутого эллипсоида вращения с малой величиной отношения полярной c и экваториальной a полуоси, когда полярная ось направлена параллельно световым лучам, Эпштейном [105] выведена сходная формула

$$F_M = -\frac{3\pi\eta^2 a R_g I}{2pM\left(\frac{\pi}{4}\chi_a + \frac{a}{4c}\chi_i\right)}. \quad (16.17)$$

Против объяснения отрицательного фотофореза, которое мы приводили выше, было сделано возражение, что направленный вдоль световых лучей температурный градиент внутри частицы вообще не может установиться благодаря броуновскому вращению частицы [114]. Это возражение относится, конечно, не только к отрицательному фотофорезу, но и ко всем другим случаям радиометрического эффекта в аэрозолях.

Для того чтобы выяснить влияние броуновского вращения на фотофорез, оценим величину времени температурной релаксации освещенной частицы τ , т. е. времени, необходимого для установления стационарного температурного градиента (16.15). Для этого воспользуемся рассмотренной уже упрощенной схемой распределения температуры в освещенной частице.

Предположим, что в момент $t=0$ частица имеет постоянную по всему объему температуру T_0 , определяемую по уравнению теплового баланса

$$\pi r^2 I = 4\pi \Delta T_0 \chi_a r, \quad (16.18)$$

откуда

$$\Delta T_0 = \frac{rI}{4\chi_a}. \quad (16.19)$$

Будем считать разницу температур в передней и задней половинах частицы при установившемся градиенте малой по сравнению с ΔT_0 и пренебрежем различием в теплоотдаче обеих половин. Это равносильно отбрасыванию χ_a в формуле (16.15) и допустимо, так как теплопроводность твердых и жидких веществ обычно значительно больше, чем газообразных. При этом предположении одна вторая часть поглощаемой частицей световой энергии отдается газу передней половиной частицы, а другая вторая часть передается задней половине. При наличии градиента Γ_i теплосодержание передней половины частицы

$$\Omega = \gamma c_p \int T dv = \gamma c_p \int_0^r (T_0 + \Gamma_i x) \pi y^2 dx = \gamma c_p \left(\frac{2}{3} \pi T_0 r^3 + \frac{\pi}{4} \Gamma_i r^4 \right), \quad (16.20)$$

где γ — плотность,

а c_p — теплоемкость вещества частицы.

Тепловой баланс в передней половине частицы выразится уравнением

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\pi}{4} \gamma c_p r^4 \frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{\pi}{2} r^2 I - \pi r^2 \chi_i \Gamma_i, \quad (16.21)$$

решение которого, обращающееся в 0 при $t = 0$, будет

$$\Gamma_i = \frac{I}{2\chi_i} \left[1 - \exp \left(-\frac{4\chi_i t}{\gamma c_p r^2} \right) \right]. \quad (16.22)$$

Таким образом, время температурной релаксации освещенной частицы равно

$$\tau = \frac{\gamma c_p r^2}{4\chi_i}. \quad (16.23)$$

Так как температуропроводность $\chi_i/\gamma c_p$ большинства твердых и жидких веществ имеет величину порядка 10^{-3} или выше¹, то отсюда следует, что $\tau < 2,5 \cdot 10^{-6}$ сек. при $r = 1 \mu$ и $\tau < 2,5 \cdot 10^{-8}$ сек. при $r = 0,1 \mu$.

Средний квадрат угла поворота шарообразной частицы за время τ (см. § 43) равен

$$\overline{\theta^2} = \frac{kT\tau}{4\pi\eta r^3}. \quad (16.24)$$

Отсюда для воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении следует $\sqrt{\overline{\theta^2}} < 0,4^\circ$ при $r = 1 \mu$ и $\sqrt{\overline{\theta^2}} < 1,1^\circ$ при $r = 0,1 \mu$. Таким образом, за время температурной релаксации частица успеет повернуться на очень небольшой угол и, следовательно, влияние броуновского вращения на фотофорез частиц аэрозолей размером порядка 10^{-4} — 10^{-6} см незначительно. Нетрудно убедиться в том, что этот вывод остается справедливым и для прозрачных частиц.

¹ Температуропроводность воды равна $1,5 \cdot 10^{-3}$, минеральных масел $0,7 \cdot 10^{-3}$, серы $3 \cdot 10^{-3}$.

Что касается давления света на частицы, равного в случае непрозрачных абсолютно черных частиц $\pi r^2 I/c$, где c — скорость света, то оно не играет существенной роли в явлении фотофореза, так как значительно меньше радиометрической силы.

Выше рассмотрен простейший случай фотофореза — фотофорез однородных шарообразных частиц. При нешарообразной форме или неоднородности частиц явление усложняется: температура поверхности частицы на выступающих ребрах и углах или на менее поглощающих свет зонах поверхности меньше, чем на плоских гранях или на сильнее поглощающих зонах. Направление результирующей радиометрической силы уже не будет в общем случае совпадать с направлением световых лучей, а результирующий момент этих сил не будет равен нулю. Движение освещенных частиц приобретает поэтому довольно сложный характер [562].

Сложные движения наблюдаются также при одновременном действии радиометрических и других сил на частицы (электрофотофорез, магнитофотофорез, гравитофотофорез и т. д.). Наиболее исследован магнитофотофорез. Находящиеся в равномерном магнитном поле твердые частицы движутся при освещении по спирали, ось которой параллельна вектору напряженности поля. Составляющая скорости частицы в направлении этого вектора V_n вначале возрастает с ростом напряженности поля H , достигает максимального (при данной освещенности) значения, после чего остается постоянной. Теория магнитофотофореза разработана Рогачеком [563]. Магнитное поле определенным образом ориентирует частицу. Радиометрические силы заставляют частицу двигаться под определенным углом к направлению поля и вращают ее вокруг проходящей через частицу оси, параллельной полю. Благодаря вращению направление результирующей радиометрической силы непрерывно меняется, и частица описывает спираль. Так как броуновское вращение препятствует ориентации частиц, степень ориентации, а следовательно, и V_n возрастает с увеличением H , пока не будет достигнута полная ориентация. Выведенная Рогачеком зависимость между V_n и H удовлетворительно согласуется с результатами измерений.

Глава III

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ
ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ§ 17. Неравномерное движение частиц
при малых числах Re

Рассмотренное в предыдущей главе движение частиц аэрозоля с постоянной скоростью представляет собой известную идеализацию. В действительности скорость частиц всегда меняется и по величине и по направлению — достаточно вспомнить про конвекционные и турбулентные течения в газообразной среде, практически устранимые лишь в искусственных лабораторных условиях, да и то лишь в очень небольших объемах.

Неравномерное движение частиц аэрозоля, понятно, гораздо сложнее и разнообразнее, чем движение с постоянной скоростью. Дифференциальные уравнения движения могут быть разрешены в общем виде в сравнительно немногих случаях, в остальных же приходится прибегать к приближенным численным методам. Поэтому мы сможем рассмотреть лишь немногие наиболее важные примеры неравномерного движения, причем для упрощения примем, что частицы имеют шарообразную форму, и ограничимся, главным образом, областью малых Re, соответствующей пропорциональности сопротивления среды скорости частиц.

Начнем с прямолинейного неравномерного движения частиц. Общее дифференциальное уравнение одномерного движения частицы в сопротивляющейся среде при малых Re имеет следующий вид [115, 116]:

$$m \frac{dV}{dt} = F(t) - \frac{2}{3} \pi r_g^3 \frac{dV}{dt} - 6\pi\eta rV - 6r^2 V \sqrt{\frac{dV}{dx}} \int_0^t \frac{dV}{dx} \frac{dx}{Vt-x}. \quad (17.1)$$

Первый член в правой части уравнения представляет собой действующую на частицу внешнюю силу¹, зависящую в общем случае от времени. Третий член выражает, очевидно, сопротивление среды при постоянной скорости движения, равной значению этой скорости в данный момент.

¹ Как уже говорилось, действующие на частицу со стороны покоящейся или движущейся среды силы не будем причислять к «внешним» силам.

Наконец, второй и последний члены выражают ту часть сопротивления, которая связана с затратой энергии на приведение в движение самой среды. При этом влияние второго члена, выражающего сопротивление идеальной жидкости неравномерному движению шарообразного тела, сводится к кажущемуся увеличению массы тела на половину массы вытесненной им среды¹, и ввиду малой плотности газообразной среды по сравнению с плотностью частиц этим членом можно пренебречь. Что касается интегрального члена, то им также пренебрегали во всех опубликованных до сего времени работах по аэрозолям, не приводя никаких доводов о допустимости такого упрощения.

Прежде чем перейти к разбору этого вопроса выведем, отбрасывая интегральный член, уравнение движения частицы, покоящейся в момент $t=0$ и оседающей под действием силы тяжести. Пренебрегая согласно сказанному выше также вторым членом в (17.1), приходим к уравнению

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{\tau} - g = 0, \quad (17.2)$$

где

$$\tau = m / 6\pi\eta r = \frac{2r^2\gamma}{9\eta}. \quad (17.3)$$

Решение уравнения (17.2), обращающееся в нуль при $t=0$, имеет вид

$$V = V_s (1 - e^{-t/\tau}), \quad (17.4)$$

где $V_s = \tau g$ — конечная (стационарная) скорость оседания частицы. Пройденный частицей путь

$$x = V_s t - V_s \tau (1 - e^{-t/\tau}), \quad (17.5)$$

а ускорение

$$\frac{dV}{dt} = g e^{-t/\tau} = \frac{V_s}{\tau} e^{-t/\tau}. \quad (17.6)$$

Если частица движется под действием какой-либо другой постоянной силы F , нужно в этих формулах заменить g на F/m .

Математически эквивалентный случай движения частицы, обладающей начальной скоростью V_0 , в отсутствие внешних сил приводит, как легко видеть, к формулам

$$V = V_0 e^{-t/\tau}, \quad (17.7)$$

$$x = V_0 \tau (1 - e^{-t/\tau}). \quad (17.8)$$

Для ускорения в этом случае снова получается выражение (17.6), но с обратным знаком.

Уравнения неравномерного движения частиц приобретают более простую форму, если принять за единицу времени величину τ . Согласно уравнениям (17.4) и (17.7) в момент $t=\tau$ скорость частицы составляет $1/e$ -ю часть первоначальной скорости в случае (17.7) или же отличается на

¹ Напомним, что сопротивление идеальной жидкости движущемуся с постоянной скоростью шару равно нулю.

$1/e$ -ю часть от конечной скорости в случае (17.4). Таким образом, τ можно назвать «временем релаксации» движущейся частицы. Как будет показано ниже, τ определяет характер неравномерного движения во всех случаях такого движения и представляет собой основную характеристическую величину в механике аэрозолей.

Обозначим t' — время, а через V' — скорость частицы в новых единицах. Очевидно, $t' = t/\tau$, $V' = V\tau$ и $dV'/dt' = \tau^2 dV/dt$. Уравнения (17.4) и (17.6) принимают вид

$$V' = V'_0(1 - e^{-t'}), \quad (17.9)$$

$$dV'/dt' = V'_0 e^{-t'}, \quad (17.10)$$

а (17.1) с отброшенным вторым членом в правой части переходит в

$$\frac{1}{\tau^2} \frac{dV'}{dt'} + \frac{1}{\tau^2} V' - \frac{F'}{m\tau^2} + \frac{6r^2 V \sqrt{\pi\eta\gamma_g}}{m} \int_0^{t'} \tau^{-3/2} \frac{dV'}{dx'} \frac{dx'}{V_{t'-x'}} = 0, \quad (17.11)$$

где $x' = x/\tau$, а $F' = \tau^2 F$ — величина внешней силы в новых единицах.

Заменяя m на $\frac{4}{3}\pi r^3 \gamma$, а τ на выражение (17.3), получаем после сокращений

$$\frac{dV'}{dt'} + V' - \frac{F'}{m} + \frac{3\sqrt{\gamma_g}}{\sqrt{2\pi\gamma}} \int_0^{t'} \frac{dV'}{dx'} \frac{dx'}{V_{t'-x'}} = 0. \quad (17.12)$$

Решение уравнения (17.12) для случая силы, начинающей действовать в момент $t = 0$ на покоящуюся частицу, дано Боджио [117, 118] в форме

$$V'(t') = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^{t'} \Phi(x) [e^{\lambda_1(t'-x)} - e^{\lambda_2(t'-x)}] dx + C_1 e^{\lambda_1 t'} + C_2 e^{\lambda_2 t'}, \quad (17.13)$$

где $C_1 = -C_2 = g'(0)(\lambda_1 - \lambda_2)$; $g' = F'/m$; λ_1 и λ_2 — корни характеристического уравнения $\lambda^2 + (2 - \alpha^2)\lambda + 1 = 0$; $\Phi(x) = g'(x) + \frac{dg'(x)}{dx} - \frac{\alpha}{V\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{g'(z) dz}{Vx-z}$; $\alpha = \sqrt{\frac{9\gamma_g}{2\gamma}}$.

Уравнение (17.13) дает общее решение проблемы неравномерного движения частицы, покоящейся в момент $t = 0$. В случае постоянства действующей на частицу силы $g' = \text{const}$, $\Phi(x) = g' \left(1 - \frac{\alpha}{V\pi x}\right)$ и (17.13) переходит в

$$V'(t') = g' + \frac{g'}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ e^{\lambda_1 t'} \left(\frac{1}{\lambda_1} + 1 \right) - e^{\lambda_2 t'} \left(\frac{1}{\lambda_2} + 1 \right) - \frac{\alpha}{V\pi} \int_0^{t'} \frac{e^{\lambda_1(t'-x)} - e^{\lambda_2(t'-x)}}{Vx} dx \right\}. \quad (17.14)$$

Ввиду малости α для корней λ_1, λ_2 можно принять приближенные выражения $\lambda_1 = -1 + i\alpha$; $\lambda_2 = -1 - i\alpha$ и, далее, $\frac{1}{\lambda_1} + 1 = \frac{\alpha^2}{2} - i\alpha$; $\frac{1}{\lambda_2} + 1 = \frac{\alpha^2}{2} + i\alpha$.

Внося эти выражения в (17.14) и заменяя g' на V'_0 — стационарную скорость движения частицы в принятой системе координат, получаем окончательно:

$$V'(t') = V'_0 \left\{ 1 - e^{-t'} \left[\cos(\alpha t') - \frac{\alpha}{2} \sin(\alpha t') + \frac{1}{V\pi} \sin(\alpha t') \int_0^{t'} \frac{e^x \cos(\alpha x) dx}{Vx} - \frac{1}{V\pi} \cos(\alpha t') \int_0^{t'} \frac{e^x \sin(\alpha x) dx}{Vx} \right] \right\}. \quad (17.15)$$

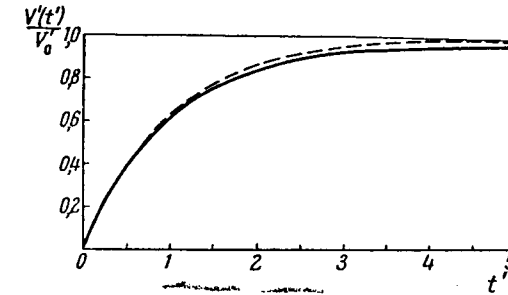


Рис. 18. Движение частиц под действием постоянной силы.

Для частиц с плотностью равной единице в воздухе при 20° и 760 мм рт. ст. $\alpha = 0,0736$. Вычисленная посредством графического интегрирования функция $V'(t')$ для этого случая представлена на рис. 18 сплошной линией. При отсутствии интегрального члена в уравнении (17.12) мы получили бы

$$V'(t') = V'_0(1 - e^{-t'}). \quad (17.16)$$

Уравнение (17.16) представлено на рисунке пунктирной линией.

Таким образом, наличие интегрального члена приводит к небольшому уменьшению ускорения частиц, причем величина этого эффекта не зависит ни от размера частиц, ни от вязкости среды, а исключительно от величины α , т. е. от отношения плотности частицы и среды. Поэтому этот эффект велик в жидкостях, но незначителен в газах. Для пройденного частицей за определенное время пути максимальное значение поправки на интегральный член не превышает 4% при плотности частицы равной единице, 2% при плотности равной 4 и т. д.

Таким образом, в рассмотренном случае движения пренебрежение интегральным членом не приводит к заметной ошибке независимо от размера частиц, и сопротивление можно практически считать «безинерционным».

т. е. отвечающим сопротивлению при постоянной скорости, равной значению скорости в данный момент. Аналогичное положение существует и при колебательных движениях частиц в газообразной среде.

Перейдем к случаю замедленного движения частицы, обладающей начальной скоростью V_0 , в отсутствие внешних сил. Здесь вместо (17.12) основное уравнение движения имеет вид

$$\frac{dV'}{dt} + V' + \frac{3\sqrt{\gamma g}}{V_0^2 \pi \gamma} \int_0^{V'} \frac{dV'}{V' - x'} = 0 \quad (17.17)$$

с начальным условием $V'(0) = V_0$. Если ввести функцию $V^*(t) = V_0 - V'(t)$, то для нее получится уравнение, тождественное с (17.12) с заменой F на V_0 и начальное условие $V^*(0) = 0$. Таким образом, для $V^*(t)$ справедливо решение (17.15) и, поворачивая рис. 18 на 180° , получим точную и приближенную кривые $V'(t)$ для данного случая. Однако обусловленная интегральным членом поправка имеет в данном случае, как мы сейчас увидим, большее значение, чем при ускоренном движении частицы.

Полагая в (17.8) $t = \infty$, найдем, что максимальное расстояние l_i , проходимое частицей, равно

$$l_i = V_0 \tau = \frac{2V_0^2 \gamma}{9\eta}. \quad (17.18)$$

Величина l_i , которую мы назовем «инерционным пробегом» частицы с начальной скоростью V_0 , играет, как будет видно дальше, большую роль при криволинейном движении частиц. Из рис. 18 видно, что величина l_i , выражаемая площадью, лежащей над непрерывной кривой V_i , т. е. при учете интегрального члена, заметно превышает значение $V_0 \tau$, соответствующее площади, лежащей над приближенной пунктирной кривой. При этом необходимо еще иметь в виду, что скорость замедленно движущейся частицы благодаря специфической форме интегрального члена довольно долго продолжает оставаться отличной от нуля на малую, но конечную величину (как видно из рис. 18). Это явление обусловлено тем, что вызванное движущейся частицей в окружающей бесконечно протяженной среде (к которой относятся все уравнения этого параграфа) течение затухает гораздо медленнее, чем движение самой частицы по отношению к среде. Однако, так как, во-первых, уравнения обтекания шарообразной частицы вязкой жидкостью, выведенные Стоксом, правильны лишь в непосредственной близости от частицы и, во-вторых, во всех практических случаях движение частицы происходит в ограниченном стенками или другими частицами объеме, последняя стадия затухания движения частицы протекает, вероятно, не по кривой рис. 18, а значительно скорее. Поэтому в дальнейшем мы будем пользоваться простым выражением (17.18) для l_i .

Уравнение (17.5) позволяет сделать следующий вывод: рассматривая движение частицы за промежутки времени, больший, чем τ , можно пренеб-

речь вторым членом в правой части уравнения (17.5), т. е. считать, что частица с самого начала движется со стационарной скоростью V_0 . Как будет показано ниже, вывод этот можно обобщить следующим образом: при рассмотрении движений, продолжительность которых велика по сравнению с τ , можно считать, что частицы неподвижны по отношению к среде, если на них не действуют внешние силы, или движутся со скоростью $V(t) = BF(t)$, где $F(t)$ — мгновенное значение внешней силы. Такое движение частиц мы назовем квазистационарным.

Экспериментальное исследование неравномерного прямолинейного движения было проведено Берковичем [119]. В этой работе заряженная частица селена уравнивалась в конденсаторе M_1 , шунтированном большим сопротивлением R_E , после чего через это сопротивление разряжался другой конденсатор M_2 с емкостью C_E и начальной разностью потенциалов Π_0 . Изменение напряжения в конденсаторе M_1 с временем носит вследствие возникающих электрических колебаний довольно сложный характер. Однако период этих колебаний значительно меньше времени релаксации исследованных частиц ($r \approx 10^{-4}$ см, $\gamma = 4,4$, $\tau \approx 2 \cdot 10^{-4}$ сек), поэтому колебания практически не отражаются на движении частицы. Если пренебречь этими колебаниями, то кинетика разрядки конденсатора M_2 выразится дифференциальным уравнением

$$-C_E \frac{d\Pi}{dt} = \frac{\Pi}{R_E}, \quad (17.19)$$

отсюда следует, что

$$\Pi = \Pi_0 e^{-t/C_E R_E}. \quad (17.20)$$

В этих опытах $C_E = 5,74 \cdot 10^{-9}$ фарад, $R_E = 1,5 \cdot 10^6$ ом, $\Pi_0 = 2500$ вольт. Таким образом, время релаксации конденсатора $C_E R_E = 8,6 \cdot 10^{-3}$ сек. значительно больше τ , и движение частиц можно считать квазистационарным. Скорость частиц выразится уравнением

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Pi_0 q B}{h} e^{-t/C_E R_E}, \quad (17.21)$$

где h — расстояние между обкладками конденсатора M_1 , q — заряд частицы, а для пройденного частицей пути получится выражение

$$x_\infty = \frac{\Pi_0 q B}{h} \int_0^\infty e^{-t/C_E R_E} dt = \frac{\Pi_0 q B C_E R_E}{h}. \quad (17.22)$$

Более точный вывод с учетом электрических колебаний в контуре конденсатора и инерции частиц (но без учета интегрального члена) приводит к тому же выражению. Максимальная скорость частиц в этих опытах не превышала 20 см/сек, что соответствует $Re \ll 0,03$, т. е. области применимости уравнения (17.1).

Измеренные Берковичем значения x_∞ прекрасно согласовались с формулой (17.22); они были строго пропорциональны каждой из величин Π_0/h ,

C_E , R_E и B ; отклонения не превышали $\pm 1-1,5\%$. Подвижность частицы B определялась по скорости падения частиц и уравновешивающей силе поля (см. § 15, Б). Абсолютная величина x_∞ также отличалась не более чем на $\pm 3\%$ от теоретического значения, причем отклонения носили вполне случайный характер и, несомненно, были вызваны броуновским движением частиц. Важно отметить, что частицы селена в этих опытах имели шарообразную форму и поэтому явление ориентации частиц в поле не могло иметь места. Поправка на интегральный член, не учтенная Берковичем, в данном случае должна быть незначительной вследствие высокой плотности селена. Кроме того, в первой стадии разряда конденсатора частица движется с ускорением, во второй — с замедлением, так что поправки на интегральный член в обеих стадиях до известной степени взаимно компенсируются.

§ 18. Неравномерное движение частиц при больших числах Re

Неравномерное прямолинейное движение при более высоких числах Re , встречающихся в механике аэрозолей (примерно до $Re = 1000$), не исследовалось теоретически, а экспериментальные данные по этому вопросу недостаточны и противоречивы. В работе Шмидта [120] измерялась фотографическим методом (как и во всех прочих упомянутых в этом параграфе исследованиях) скорость подъема в воздухе наполненных водородом баллончиков с радиусом 8 и 26 см ($Re = 5000-35000$). Обработка результатов измерений показала, что сопротивление воздуха в каждый момент заметно превышало сопротивление при соответствующей постоянной скорости движения. Кроме того, скорость баллончиков не растет монотонно с временем, а в известный момент заметно падает, после чего снова возрастает. Такие же результаты получены были и для подъема в воде восковых шариков с $r = 1,0-1,5$ см ($Re = 500-1500$), причем исследование течения вблизи шариков по методу окрашенных струй привело автора к выводу, что указанная сложная зависимость скорости от времени обусловлена возникновением, ростом и отрывом вихрей от шаров.

Леннон [121] измерял скорость падения твердых шариков из различных материалов с $r = 1-10$ мм в глубокой шахте и также нашел, что сопротивление среды ускоренному движению значительно больше, чем при постоянной скорости: так, при $Re = 10000$ и при ускорении $5 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-2}$ ψ на 15%, а при ускорении $8 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-2}$ — на 35% выше, чем при постоянной скорости; при $Re = 35000$ — соответственно на 25 и 100%.

В работе Г. Худякова и З. Чуханова [122, 123] изучалось движение песчинок с $r = 35, 100$ и 420 м в вертикальной трубе, через которую продувался сверху вниз воздух со скоростью $10-25 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Песчинки вводились в трубу без заметной начальной скорости и поэтому в первой стадии их движение было замедленным по отношению к воздуху. Сопротивление среды при $Re = 20-600$ оказалось в среднем примерно вдвое

меньше, чем при постоянной скорости. Впрочем, в этих опытах вследствие сильной турбулентности и «крутки» потока частицы падали не вертикально, а зигзагами отжимались к стенкам трубы, и найденные значения ψ не вполне надежны.

С другой стороны, экспериментальные данные Лоуса [124], измерявшего скорость падения в воздухе водяных капелек с $r = 0,6-3$ мм на разном расстоянии от исходной точки, хорошо ложатся на теоретические кривые [125], построенные, исходя из значений ψ для постоянной скорости падения таких капелек ($Re \leq 1500$). В этом расчете допущена известная ошибка, так как увеличивающая ψ деформация капелек зависит от их скорости, а значение ψ известно только для одной скорости — постоянной скорости падения капелек. Данные Лоуса для капелек с $r = 0,6$ мм ($Re \leq 200$), для которых эффект сплющивания незначителен, были обработаны автором книги, причем найденные значения ψ оказались на 5-10% ниже приведенных в табл. 5. Таким образом, для непревосходящих нескольких сот чисел Re , повидимому, можно, не делая большой ошибки, принять, что сопротивление среды не зависит от ускорения, как это обычно и делается в технических расчетах.

В этом случае движение частицы аэрозоля в отсутствие внешних сил может быть рассчитано следующим образом. Из формулы (7.5) $V = Re \eta / 2r\gamma_g$ следует

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\eta}{2r\gamma_g} \cdot \frac{dRe}{dt}. \quad (18.1)$$

Вставляя в уравнение движения частицы в отсутствие внешних сил

$$m \frac{dV}{dt} = -F_M \quad (18.2)$$

выражения для F_M (10.2), V и $\frac{dV}{dt}$, получаем [126] после сокращений

$$\frac{dRe}{\psi Re^2} = -\frac{\pi\eta \cdot dt}{4m}, \quad (18.3)$$

откуда

$$\int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{\psi Re^2} = -\frac{\pi\eta r (t_2 - t_1)}{4m} = -\frac{3\eta (t_2 - t_1)}{16r^2\gamma}. \quad (18.4)$$

Интеграл в (18.4) может быть вычислен графическим путем по приведенным выше (стр. 44) значениям функции ψRe^2 . Таким образом, можно найти изменение Re , а следовательно, и изменение скорости частицы в функции времени. Аналогично выводится и уравнение

$$\int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{\psi Re} = -\frac{\pi r^2 \gamma_g (x_2 - x_1)}{2m} = -\frac{3\gamma_g (x_2 - x_1)}{8r\gamma}, \quad (18.5)$$

дающее зависимость между пройденным частицей расстоянием и скоростью.

В качестве примера применения этих уравнений найдем величину инерционного пробега l_i при таких размерах и скорости частиц, при которых (17.18) уже неприменимо. Для этого в уравнении (18.5) надо положить $Re_1 = 2rV_0\gamma_g/\eta$, где V_0 — начальная скорость частицы, и $Re_2 = 0$. Тогда $x_2 - x_1$ будет равно l_i . Путем графического интегрирования была определена величина интеграла $\int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{\psi Re}$ и получен представленный на рис. 19 график, дающий величину $\frac{3\gamma_g l_i}{8r\gamma}$ в функции $\frac{2rV_0\gamma_g}{\eta} = Re_0$. Прерывистая

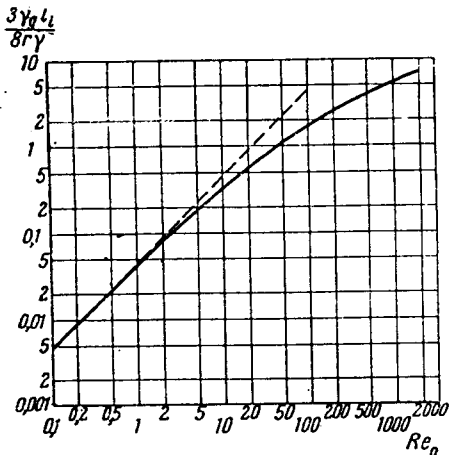


Рис. 19. Инерционный пробег надстоксо-ских частиц.

частиц под действием постоянной силы, например, силы тяжести. В этом случае уравнение движения

$$m \frac{dV}{dt} = -F_M + mg \quad (18.6)$$

и вместо (18.4) получаем

$$\int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{a - \psi Re^2} = -\frac{3\eta(t_2 - t_1)}{16r^2\gamma}, \quad (18.7)$$

где $a = 32g\eta\gamma_g r^3 / 3\eta^2$.

Вместо (18.5) получим

$$\int_{Re_1}^{Re_2} \frac{Re dRe}{a - \psi Re^2} = -\frac{3\gamma_g(x_2 - x_1)}{8r\gamma}. \quad (18.8)$$

Здесь также посредством графического интегрирования можно найти зависимость между скоростью частиц, с одной стороны, и временем или пройденным путем, — с другой.

§ 19. Колебания частиц аэрозоля под действием периодической внешней силы

Для колебаний шарообразных частиц в сопротивляющейся среде под действием периодически изменяющейся внешней силы F Стоксом было выведено уравнение [127], справедливое при малых числах Re :

$$m \frac{dV}{dt} = F - \frac{9}{4} m' \omega \beta (1 + \beta) V - \left(\frac{1}{2} + \frac{9}{4} \beta \right) m' \frac{dV}{dt}, \quad (19.1)$$

где m — масса частицы;

m' — масса вытесненной ею среды;

ω — угловая частота колебаний (равная умноженному на 2π числу колебаний в сек.); $\beta = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\gamma_g}}$. Заметим, что β имеет величину порядка $1/r\sqrt{\omega}$; в воздухе при обычных условиях $\beta = 0,55/r\sqrt{\omega}$.

Так как $m \gg m'$, то пренебрежем, как и раньше, членом $\frac{1}{2} m' \frac{dV}{dt}$ и приведем уравнение (19.1) к виду

$$m \frac{dV}{dt} + \frac{9}{4} m' \omega \beta \frac{dV}{dt} + \frac{9}{4} m' \omega \beta V + \frac{9}{4} m' \omega \beta^2 V - F = 0. \quad (19.2)$$

Может показаться, что при $\omega \rightarrow 0$ второй член уравнения стремится к бесконечности. Однако при колебательных движениях, к которым относится (19.2), $V = V_0 \sin \omega t$, $dV/dt = \omega V_0 \cos \omega t$. Таким образом, все члены (19.2), кроме двух последних, стремятся к нулю при $\omega \rightarrow 0$. Последний член равен, как легко проверить, $6\pi\eta r V$, т. е. представляет собой сопротивление среды при постоянной скорости V . Таким образом при $\omega \rightarrow 0$ уравнение (19.2) переходит в обычную формулу Стокса.

Если обозначить «приведенную массу» частицы $m + \frac{9}{4} m' \beta$ через m_r , $\frac{9}{4} m' \omega \beta (1 + \beta) = \frac{9}{4} m' \omega \beta + 6\pi\eta r$ через $1/B_r$ (B_r — «приведенная подвижность»), то (19.2) принимает вид

$$m_r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B_r} - F = 0. \quad (19.3)$$

Если F изменяется синусоидально с временем, т. е. $F = F_0 \sin \omega t$, то решение (19.3), обращающееся в 0 при $t = 0$, имеет вид

$$V = \frac{F_0 B_r \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1 + B_r^2 \omega^2 m_r^2}} + \frac{F_0 B_r e^{-t/B_r m_r} \sin \varphi}{\sqrt{1 + B_r^2 \omega^2 m_r^2}}, \quad (19.4)$$

причем

$$\lg \varphi = B_r \omega m_r. \quad (19.5)$$

Второй член в (19.4), соответствующий начальной неустановившейся стадии колебаний, быстро стремится к нулю, и в стационарном состоянии колебания частиц происходят согласно формуле

$$V = V_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (19.6)$$

§ 19. Колебания частиц аэрозоля под действием периодической внешней силы

Для колебаний шарообразных частиц в сопротивляющейся среде под действием периодически изменяющейся внешней силы F Стоксом было выведено уравнение [127], справедливое при малых числах Re :

$$m \frac{dV}{dt} = F - \frac{9}{4} m' \omega \beta (1 + \beta) V - \left(\frac{1}{2} + \frac{9}{4} \beta \right) m' \frac{dV}{dt}, \quad (19.1)$$

где m — масса частицы;

m' — масса вытесненной ею среды;

ω — угловая частота колебаний (равная умноженному на 2π числу колебаний в сек.); $\beta = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\eta}{\omega \gamma_g}}$. Заметим, что β имеет величину порядка $1/r\sqrt{\omega}$; в воздухе при обычных условиях $\beta = 0,55/r\sqrt{\omega}$.

Так как $m \gg m'$, то пренебрежем, как и раньше, членом $\frac{1}{2} m' \frac{dV}{dt}$ и приведем уравнение (19.1) к виду

$$m \frac{dV}{dt} + \frac{9}{4} m' \beta \frac{dV}{dt} + \frac{9}{4} m' \omega \beta V + \frac{9}{4} m' \omega \beta^2 V - F = 0. \quad (19.2)$$

Может показаться, что при $\omega \rightarrow 0$ второй член уравнения стремится к бесконечности. Однако при колебательных движениях, к которым относится (19.2), $V = V_0 \sin \omega t$, $dV/dt = \omega V_0 \cos \omega t$. Таким образом, все члены (19.2), кроме двух последних, стремятся к нулю при $\omega \rightarrow 0$. Предпоследний член равен, как легко проверить, $6\pi\eta r V$, т. е. представляет собой сопротивление среды при постоянной скорости V . Таким образом при $\omega \rightarrow 0$ уравнение (19.2) переходит в обычную формулу Стокса.

Если обозначить «приведенную массу» частицы $m + \frac{9}{4} m' \beta$ через m_r , $\frac{9}{4} m' \omega \beta (1 + \beta) = \frac{9}{4} m' \omega \beta + 6\pi\eta r$ через $1/B_r$ (B_r — «приведенная подвижность»), то (19.2) принимает вид

$$m_r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B_r} - F = 0. \quad (19.3)$$

Если F изменяется синусоидально с временем, т. е. $F = F_0 \sin \omega t$, то решение (19.3), обращающееся в 0 при $t = 0$, имеет вид

$$V = \frac{F_0 B_r \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1 + B_r^2 \omega^2 m_r^2}} + \frac{F_0 B_r e^{-t/B_r m_r} \sin \varphi}{\sqrt{1 + B_r^2 \omega^2 m_r^2}}, \quad (19.4)$$

причем

$$\operatorname{tg} \varphi = B_r \omega m_r. \quad (19.5)$$

Второй член в (19.4), соответствующий начальной неустановившейся стадии колебаний, быстро стремится к нулю, и в стационарном состоянии колебания частиц происходят согласно формуле

$$V = V_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (19.6)$$

с амплитудой скорости

$$V_0 = \frac{F_0 B_r}{\sqrt{1 + B_r^2 \omega^2 m_r^2}} \quad (19.7)$$

Заменяв m_r и B_r на их выражения, получим

$$V_0 = \frac{F_0 f}{\omega m \sqrt{f^2 + 3\beta f + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4}}, \quad (19.8)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{2}{3} f + \beta \right) / \beta (1 + \beta), \quad (19.9)$$

где

$$f = \frac{2m}{3m_r} = \frac{2\gamma}{3\gamma_g}. \quad (19.10)$$

Эти уравнения показывают, что характер колебаний определяется отношением плотности частицы и среды и параметром β , т. е. для данной среды произведением $r\sqrt{\omega}$.

Если опустить в уравнении (19.2) второй и третий члены, выражающие инерционную часть сопротивления среды и эквивалентные интегральному члену в уравнении (17.1), то m_r перейдет в m , B_r в B и вместо (19.8) и (19.9) получатся более простые формулы:

$$V_0 = \frac{F_0 B}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} = \frac{F_0 B}{\sqrt{1 + (2\pi\tau/t_p)^2}} = F_0 B \cos \varphi, \quad (19.11)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \tau\omega = 2\pi\tau/t_p, \quad (19.12)$$

где $t_p = 2\pi/\omega$ — период колебаний. Для амплитуды колебаний отсюда следует выражение

$$a = F_0 B / \omega \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (19.13)$$

Для того чтобы оценить допущенную при этом упрощении ошибку, определим величину отношения амплитуды скорости колебаний частицы в газообразной среде V_0 и в пустоте V_0^0 . Последнюю можно найти из дифференциального уравнения колебаний в пустоте

$$m \frac{dV}{dt} = F_0 \sin \omega t, \quad (19.14)$$

решением которого будет

$$V^0(t) = V_0^0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{F_0}{\omega m} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (19.15)$$

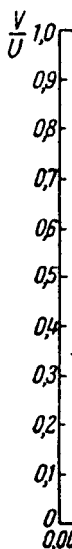
По точной формуле (19.8)

$$V_0/V_0^0 = f / \sqrt{f^2 + 3\beta f + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4}. \quad (19.16)$$

По упрощенной (19.11)

$$V_0/V_0^0 = \frac{B\omega m}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}. \quad (19.17)$$

Зависим
(пунктирная
для случая
ошибка в с
опускании
практически
повышении
разобранно



Как ви
стиц определ
и периода
(крупные ч
мы приходим
больших τ
режим коле
При очени
нение колеб

Таким об
рактер: ине
жется в как
ствием посто
момент (ва

Зависимость, выражаемая формулой (19.17), представлена на рис. 20 (пунктирная линия 2). Сплошной линией изображена зависимость (19.16) для случая $\gamma = 1$ в воздухе при обычных условиях. Как мы видим, ошибка в определении амплитуды колебаний частиц, совершаемая при опускании инерционных членов в основном уравнении (19.2), невелика и практически ею можно почти всегда пренебречь. Легко видеть, что при повышении плотности частиц ошибка еще уменьшится как и в случае, рассмотренном в § 17.

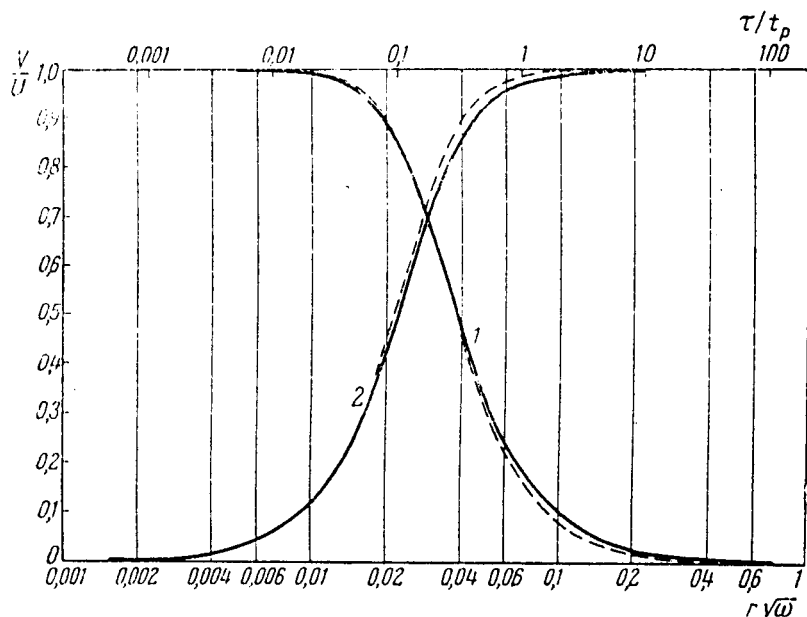


Рис. 20. Колебания частиц аэрозоля.

Как видно из уравнений (19.11) и (19.12), характер колебаний частиц определяется величиной отношения времени релаксации частицы τ и периода колебаний t_p . При очень большой величине этого отношения (крупные частицы, высокие частоты) $\lg \varphi \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$, $V_0 \rightarrow F_0/\omega t$, т. е. мы приходим к уравнению колебаний в пустоте. Таким образом, при больших τ/t_p можно пренебречь сопротивлением среды (инерционный режим колебаний).

При очень малых значениях τ/t_p $\lg \varphi \rightarrow 0$, $\varphi \rightarrow 0$, $V_0 \rightarrow F_0 B$, и уравнение колебания частиц принимает вид

$$V = F_0 B \sin \omega t = FB. \quad (19.18)$$

Таким образом, в этом случае движение носит квазистационарный характер: инерция частиц выпадает из уравнения колебаний, частица движется в каждый момент с той скоростью, какой она обладала бы под действием постоянной силы, равной значению переменной силы в данный момент (вязкий режим колебаний).

Как видно из рис. 20, переход от вязкого к инерционному режиму колебаний происходит в интервале значений τ/t_p примерно 0,002—1. В вязкой области колебания частицы и силы совпадают по фазе; при возрастании τ/t_p колебания частицы начинают отставать, и в инерционной области отставание достигает $1/4$ периода.

Важнейший пример колебаний частиц аэрозоля под действием внешней силы — колебания заряженных частиц в переменном электрическом поле. Здесь $F = Eq$, где E — напряженность поля, а q — заряд частицы. Наиболее тщательное экспериментальное исследование таких колебаний принадлежит Ю-Чен-Янгу [128]. В этой работе заряженная частица уравнивалась в постоянном вертикальном электрическом поле, после чего на последнее налагалось переменное вертикальное поле частотой в 50 герц. Радиус частиц был порядка 10^{-4} см. Таким образом, τ было порядка 10^{-5} сек., и колебания можно было считать чисто вязкими. Re в этих опытах не превышало 0,03.

Колеблющиеся частицы имели в этих условиях вид вертикальных черточек, длина которых равнялась удвоенной амплитуде колебаний. Оказалось, что амплитуда строго пропорциональна силе поля и заряду частицы, т. е. действующей на нее силе в согласии с уравнением (19.18). Однако абсолютная величина амплитуды была выше, чем вычисленная по (19.18), причем отклонения достигали в отдельных опытах 7%. При этом подвижность частицы при действии на нее постоянной силы определялась по скорости оседания в отсутствие электрического поля и по величине уравнивающего поля (§ 15, Б). Таким образом, при вычислении подвижности не нужно было вводить никаких поправок на форму и плотность частиц. Причину упомянутого расхождения автор видел в несовершенной синусоидальности переменного поля, но в этом случае отклонения должны были бы быть постоянными, а не колеблющимися от опыта к опыту. Повидимому, расхождение объясняется тем, что работа велась с частицами, полученными пропусканием электрических искр между металлическими электродами и представлявшими собой, несомненно, агрегаты. Так как агрегаты удлиненной формы ориентируются своей длинной осью, параллельно электрическому полю (см. § 43), они обладают при движении в этом поле большей подвижностью, чем при оседании в отсутствие поля.

Измерение амплитуды колебаний частиц в переменном электрическом поле является весьма удобным методом для определения зарядов частиц (см. стр. 109). Колебания частиц в электрическом поле можно было бы использовать для искусственной коагуляции аэрозолей, однако более эффективны в этом отношении колебания в звуковом поле (см. следующий §). Любопытное явление — «мерцание» дыма, выходящего из трубы паровоза, находящегося под электрическими проводами электрифицированной железной дороги, несомненно, объясняется колебаниями заряженных дымовых частиц в электрическом поле между проводами и трубой [129].

Части
бания. Об
Сила, дейст
с ускорен

где $m' = 1$
Для тог
ложим, ч
очевидно,
Так как ед
 F_M , то он
ускорение:

Таким
ствие сред
выражает
частицы
жидкости с
вину масс
уравнение

В реаль
члены. Пр
среды, ра
для движе
уравнение:

$$m \frac{dV}{dt} =$$

или, отбра
предыдущет

Если ко

§ 20. Колебания частиц аэрозоля под действием звуковых волн

Частица, находящаяся в колеблющейся среде, сама совершает колебания. Обозначим через V скорость частицы, через U — скорость среды. Сила, действующая на шарообразную частицу, находящуюся в движущейся с ускорением dU/dt идеальной жидкости, равна

$$F_M = m' \frac{dU}{dt} - \frac{m'}{2} \left(\frac{dV}{dt} - \frac{dU}{dt} \right), \quad (20.1)$$

где m' — масса вытесненной частицей жидкости.

Для того чтобы понять физический смысл этого уравнения, предположим, что плотности частицы и среды равны. При этом частица будет, очевидно, двигаться как одно целое со средой, и в этом случае $V = U$. Так как единственная действующая на частицу сила — воздействие среды F_M , то оно равно в данном случае произведению массы частицы на ее ускорение:

$$F_M = m' \frac{dV}{dt} = m' \frac{dU}{dt}. \quad (20.2)$$

Таким образом, первый член в правой части (20.1) выражает воздействие среды на движущуюся вместе с ней частицу. Член $-\frac{m'}{2} \left(\frac{dV}{dt} - \frac{dU}{dt} \right)$ выражает ту часть воздействия среды, которая зависит от ускорения частицы по отношению к среде. Это воздействие в случае идеальной жидкости сводится к кажущемуся увеличению массы частицы на половину массы вытесненной ею среды. Таким образом, в идеальной жидкости уравнение движения частицы имеет вид

$$m \frac{dV}{dt} = m' \frac{dU}{dt} - \frac{m'}{2} \left(\frac{dV}{dt} - \frac{dU}{dt} \right) = \frac{3}{2} m' \frac{dU}{dt} - \frac{m'}{2} \frac{dV}{dt}. \quad (20.3)$$

В реальной среде справа следует добавить зависящие от вязкости члены. При этом V в (19.1) означает относительную скорость частицы и среды, равную в рассматриваемом теперь случае $V = U$. Окончательно для движения частицы в колеблющейся вязкой среде получаем уравнение:

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{3}{2} m' \frac{dU}{dt} - \frac{1}{2} m' \frac{dV}{dt} - \frac{9}{4} m' \omega \beta (1 + \beta) (V - U) - \frac{9}{4} m' \beta \left(\frac{dV}{dt} - \frac{dU}{dt} \right) \quad (20.4)$$

или, отбрасывая, как и раньше, член $-\frac{m'}{2} \frac{dV}{dt}$ и пользуясь обозначениями предыдущего параграфа

$$m_r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B_r} = \frac{9}{4} m' \omega \beta (1 + \beta) U + \left(\frac{9}{4} m' \beta + \frac{3}{2} m' \right) \frac{dU}{dt}. \quad (20.5)$$

Если колебания среды выражаются уравнением

$$U = U_0 \sin \omega t, \quad (20.6)$$

то (20.5) принимает вид

$$m_r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B_r} = \frac{3}{2} m' \omega U_0 \sqrt{1 + 3\beta + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4} \cdot \sin(\omega t + \theta), \quad (20.7)$$

где

$$\operatorname{tg} \theta = \left(\frac{2}{3} + \beta \right) / \beta (1 + \beta), \quad (20.8)$$

сходный с уравнением колебания частицы под действием внешней силы (19.3). Стационарным решением (20.7) будет

$$V = U_0 \mu \sin(\omega t + \theta - \varphi), \quad (20.9)$$

где

$$\mu = \frac{V_0}{U_0} = \sqrt{\frac{1 + 3\beta + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4}{f^2 + 3f\beta + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4}}, \quad (20.10)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi - \theta) = \frac{\frac{3}{2}(f-1)\beta(1+\beta)}{f\left(1 + \frac{3}{2}\beta\right) + \frac{3}{2}\beta + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4}. \quad (20.11)$$

Формулы (20.10) и (20.11) для отношения амплитуд колебаний¹ частицы и среды $\mu = V_0/U_0$ и для соответствующего сдвига фазы колебаний $\varphi - \theta$ были впервые выведены Кенигом [130]. Его несколько сложный вывод мы заменили более простым. Найдем еще величину амплитуды относительного колебательного движения частицы и среды $V_R = V - U$. Для этого, откинув первые два очень малых члена в правой части (20.4) и вычтя из обеих частей $m \frac{dU}{dt}$, преобразуем это уравнение следующим образом:

$$m_r \frac{dV_R}{dt} + \frac{V_R}{B_r} = -m \frac{dU}{dt}. \quad (20.12)$$

Подставляя $U = U_0 \sin \omega t$ и решая полученное уравнение, получим, как выше,

$$V_R = - \frac{U_0 f \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{\sqrt{f^2 + 3f\beta + \frac{9}{2}\beta^2 + \frac{9}{2}\beta^3 + \frac{9}{4}\beta^4}}. \quad (20.13)$$

Сравнение с формулой (19.16) показывает, что отношение амплитуд относительных колебаний частицы и среды и колебаний самой среды равно отношению амплитуд колебаний частицы под действием периодической внешней силы в газообразной среде и в пустоте (рис. 20, кривая 2). Поэтому при вычислении амплитуды относительных колебаний частицы и среды можно пользоваться упрощенной формулой (19.17) вместо точной

¹ Отношения амплитуд колебаний и амплитуд скоростей колебаний частицы и среды равны между собой в случае простых гармонических колебаний.

(19.16). Та

Если отб

т. е. считать
получим ура

Для отн
получится в

а для сдвиг

Кривые 1
кривая, и (2
воздухе при
незначитель
ной формуло
Из (20.14

Таким обр
звуковых вол
малых значен
и в той же ф
очень больш
подвижной¹.
исходит прим
частиц под де
решающее вл
выми волнами

К очень к
ные выше у

¹ Эти выво
щихся в ультра

(19.16). Таким образом,

$$\frac{V_{R_0}}{U_0} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}, \quad (20.14)$$

$$V_R = -V_{R_0} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi\right), \quad (20.15)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega\tau. \quad (20.16)$$

Если отбросить в правой части (20.4) все члены, кроме

$$\frac{9}{4} m' \omega^3 (V - U) = 6\pi\eta r (V - U),$$

т. е. считать сопротивление среды безинерционным, то вместо (20.7) получим уравнение

$$m \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B} = \frac{U}{B} = \frac{U_0 \sin \omega t}{B}. \quad (20.17)$$

Для отношения амплитуд колебания частицы и среды вместо (20.10) получится выражение

$$\mu = \frac{V_0}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi\tau/t_p)^2}}, \quad (20.18)$$

а для сдвига фаз колебаний вместо (20.11) — выражение

$$\operatorname{tg}(\varphi - \theta) = \omega\tau = 2\pi\tau/t_p. \quad (20.19)$$

Кривые 1 на рис. 20 изображают зависимость (20.18) — пунктирная кривая, и (20.10) — сплошная кривая; последняя — для случая $\gamma=1$ в воздухе при обычных условиях. Различие между обеими кривыми так незначительно, что на практике можно безусловно пользоваться упрощенной формулой (20.18).

Из (20.14) и (20.18) следует важная формула

$$V_{R_0}^2 = U_0^2 - V_0^2. \quad (20.20)$$

Таким образом, характер колебаний частиц аэрозоля под действием звуковых волн также определяется величиной отношения τ/t_p . При очень малых значениях τ/t_p $\varphi \rightarrow 0$, $\mu \rightarrow 1$, частица колеблется с той же амплитудой и в той же фазе, что и среда, т. е. движется как одно целое с ней; при очень больших значениях τ/t_p $\mu \rightarrow 0$, т. е. частица остается практически неподвижной¹. Переход от полного увлечения к неподвижности частиц происходит примерно в интервале значений τ/t_p 0,02—20. Характер колебаний частиц под действием звуковых волн оказывает, как мы увидим дальше, решающее влияние на все процессы взаимодействия аэрозолей с звуковыми волнами.

К очень крупным частицам при высоких звуковых частотах приведенные выше уравнения неприменимы вследствие большой величины Re ,

¹ Эти выводы подтверждаются и ультрамикроскопическими снимками с находящихся в ультразвуковом поле крупных и мелких частиц [131].

однако в этом случае, как указано, частицы остаются практически неподвижными.

При экспериментальной проверке теории колебаний частиц аэрозоли в звуковом поле главную трудность представляет точное измерение амплитуды колебаний среды в месте нахождения частицы. Эту трудность удалось преодолеть посредством разработанного В. Зерновым [132] метода создания равномерно колеблющейся массы воздуха. К ножке камертона прикрепляется закрытый, снабженный окошками для освещения и наблюдения цилиндрический сосуд, размеры которого должны быть значительно меньше длины создаваемых камертоном волн. В этом случае воздух внутри сосуда колеблется, как одно целое с сосудом; амплитуда колебаний как самого сосуда, так и взвешенных внутри его частиц может быть удобно измерена. Проведенные Вагеншейном [133] по этому методу измерения со спорами ликоподия ($r=16 \mu$, $t_p=0,012$ сек.) дали удовлетворительное совпадение с теорией. Впрочем, точность этих опытов невелика и, кроме того, споры ликоподия мало пригодны для таких измерений, так как на их поверхности имеются довольно высокие ребрышки.

На зависимости характера колебаний частиц от отношения τ/t_p основан следующий метод определения размеров частиц в аэрозолях [134]. Определяют фотографическим путем сперва амплитуду колебаний частиц при $t_p \gg \tau$, равную амплитуде колебаний среды, а затем при t_p , сравнимом с τ , и отсюда находят по формуле (20.18) τ и, далее, r .

Как показывает опыт, при больших размерах частиц и больших частотах и амплитудах звуковых волн, т. е. при больших Re , частицы или агрегаты плоской формы ориентируются перпендикулярно к направлению колебаний [135] в согласии со сказанным в § 11.

Из изложенного в § 17, 19 и 20 следует важный для механики аэрозолей вывод: при неравномерном движении частиц в области применимости формулы Стокса можно, не делая существенной ошибки, считать сопротивление безинерционным, т. е. полагать его равным $6\pi\eta rV_R$, где V_R — мгновенное значение скорости частиц по отношению к среде. Это обстоятельство, понятно, чрезвычайно облегчает теоретическое исследование движения частиц.

§ 21. Давление звука на частицы аэрозоли

Действие звуковых волн на взвешенные частицы не ограничивается рассмотренными выше переменными по направлению силами, связанными с вязкостью среды. На частицы действует также постоянное по направлению гидродинамическое «звуковое давление», зависящее не от вязкости, а от плотности среды. Если радиус частицы мал по сравнению с длиной звуковой волны λ , то на неподвижную шарообразную частицу действует в случае бегущих волн сила (Кинг [136])

$$F_M = 2,4\pi U_0^2 \gamma r^3 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4, \quad (21.1)$$

направлен
величину

где x — ра
направлен
тигает при
стями и уз.
ходится в
да Кинга
($r=1$ мм),
герц [137]
воде Кинг
газа у пов
ность поля
ет силу, и
пропорцио
порядок и
на указан
вследствие
сокой степ
на мелкие

В дост
может пр
трубки, в

Звук
зования
ли в гори
ны. Эти
дикулярн
мальной в
исчезают.
звуковые
ной треп
рис. 21 [1
движение
скорости,
потока и

Образ
ней объа
равной ц
что звук
сте с тем
пыли мог

направленная в сторону распространения волн. Значительно большую величину имеет звуковое давление в стоячих волнах, а именно:

$$F_M = \frac{5}{3\lambda} \pi^2 \gamma_R r^3 U_0^2 \sin(4\pi x/\lambda), \quad (21.2)$$

где x — расстояние частицы от ближайшего волнового узла. Сила эта направлена к ближайшей пучности. Максимального значения сила достигает при $x = (1/8)\lambda$, $(3/8)\lambda$, $(5/8)\lambda$ и $(7/8)\lambda$, т. е. посередине между пучностями и узлами. В пучностях и узлах $F_M = 0$, причем в первых частица находится в устойчивом равновесии, во вторых — в неустойчивом. Формула Кинга получила подтверждение в опытах с пробковыми шариками ($r=1$ мм), подвешенными на нитях в стоячих волнах частотой 400—2800 герц [137]. С другой стороны, как показано Вестервельтом [138], в выводе Кинга не учтены эффекты вязких потерь энергии в пограничном слое газа у поверхности частицы и вытекающая из теории Осеена несимметричность поля течения по обе стороны частиц. Первый из этих эффектов дает силу, пропорциональную первой степени радиуса частиц, второй — пропорциональную квадрату радиуса, причем эти силы могут на целый порядок превышать вычисленную по Кингу силу. Сравнительная величина указанных сил возрастает с уменьшением размера частиц; вероятно, вследствие этого они и не сказались в упомянутых опытах. Поэтому в высокой степени желательно поставить измерения давления звуковых волн на мелкие частицы.

В достаточно интенсивных ультразвуковых волнах звуковое давление может превысить силу тяжести и уравновесить частицы в вертикальной трубке, в которой созданы стоячие волны.

Звуковое давление является, повидимому, главной причиной образования кундтовских «пылевых фигур» — периодических отложений пыли в горизонтальных трубках, в которых созданы стоячие звуковые волны. Эти отложения имеют вид узких гребней, расположенных перпендикулярно к оси трубки на близком расстоянии друг от друга. Максимальной величины гребни достигают вблизи пучностей, а вблизи узлов они исчезают. Механизм их образования, вероятно, следующий. Стоячие звуковые волны в трубках сопровождаются циркуляцией газа, вызванной трением его о стенку трубки и имеющей вид, показанный на рис. 21 [139]. Взмученная газовым потоком пыль наряду с циркуляционным движением получает под действием звукового давления составляющую скорости, направленную к пучностям, выпадает из циркуляционного потока и осаждается на стенках трубки в плоскостях пучностей.

Образование на протяжении полуволны не одного, а нескольких гребней объясняется наличием внутри трубки обертонов — волн с частотой, равной целому кратному основной частоты. Из уравнения (21.2) следует, что звуковое давление быстро растет с увеличением размера частиц. Вместе с тем для возникновения пылевых фигур необходимо, чтобы частицы пыли могли взмучиваться газовым потоком. Поэтому явление это особенно

хорошо получается с грубыми, но легкими пылями, например, с пробковой пылью.

В формулах (21.1) и (21.2) предполагается, что частицы остаются неподвижными в звуковом поле. В противном случае под U_0 надо понимать амплитуду относительных колебаний частицы и среды. По мере возрастания увлечения частиц колеблющейся средой звуковое давление соответственно уменьшается и при полном увлечении делается равным нулю.

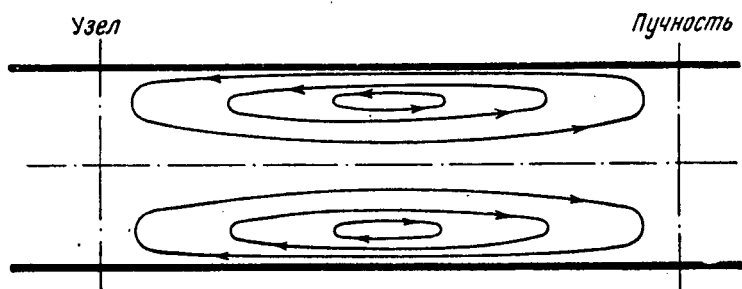


Рис. 21. Циркуляция воздуха в звуковом поле.

Звуковое давление, повидимому, имеет большое значение при коагуляции аэрозолей ультразвуковыми волнами (см. § 53).

§ 22. Рассеяние и поглощение звуковых волн аэрозолями

Прохождение звуковых или электромагнитных волн через аэрозоли сопровождается явлениями отражения, рассеяния, поглощения, дифракции и т. д. В случае звуковых волн эти явления проявляются сравнительно слабо; поэтому мы ограничимся весьма кратким изложением вопроса.

Теория рассеяния волн находящимися на их пути частицами значительно упрощается, если эти частицы неподвижны, имеют шарообразную форму и малы по сравнению с длиной волны λ . Обозначим через U_0 амплитуду скорости колебаний и через ω угловую частоту системы плоских звуковых волн, падающих на шарообразную частицу. Поток энергии, переносимой волнами за 1 сек. через 1 см^2 волнового фронта, равен

$$I = \frac{U_0^2 \gamma_g c_s}{2}, \quad (22.1)$$

где c_s — скорость звука. Энергия, уносимая за 1 сек. рассеянными частицей волнами, как показывает теория [140], равна

$$\Omega = \frac{7\pi\gamma_g U_0^2 \omega^4 r^3}{18c_s^3}. \quad (22.2)$$

Таким образом, при прохождении звуковых волн через слой аэрозоли толщиной dx , содержащего n таких частиц в 1 см^3 , отношение энергии рас-

сеянных и

Отсюда —
толщиной x

где I_0 — пер

— коэффици
остаются н
ются колеб
шается.

При пр
лака или ту
ка 10^{-20} . Е
щихся в
весьма мал
можно пре

Переход
газа, прив
что сопроти
в вязкой с

при малых
скоростью
ную скорос
 $V_R dt$. При

В расс
выражается

При до
частица по
как и ран

хорошо получается с грубыми, но легкими пылями, например, с пробковой пылью.

В формулах (21.1) и (21.2) предполагается, что частицы остаются неподвижными в звуковом поле. В противном случае под U_0 надо понимать амплитуду относительных колебаний частицы и среды. По мере возрастания увлечения частиц колеблющейся средой звуковое давление соответственно уменьшается и при полном увлечении делается равным нулю.

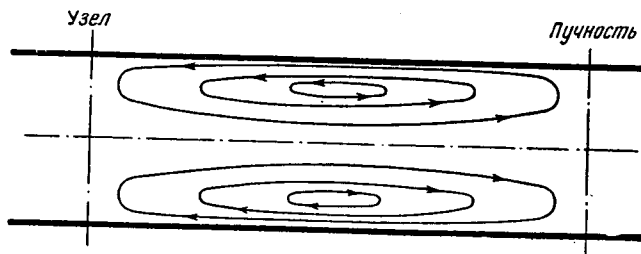


Рис. 21. Циркуляция воздуха в звуковом поле.

Звуковое давление, повидимому, имеет большое значение при коагуляции аэрозолей ультразвуковыми волнами (см. § 53).

§ 22. Рассеяние и поглощение звуковых волн аэрозолями

Прохождение звуковых или электромагнитных волн через аэрозоли сопровождается явлениями отражения, рассеяния, поглощения, дифракции и т. д. В случае звуковых волн эти явления проявляются сравнительно слабо; поэтому мы ограничимся весьма кратким изложением вопроса.

Теория рассеяния волн находящимися на их пути частицами значительно упрощается, если эти частицы неподвижны, имеют шарообразную форму и малы по сравнению с длиной волны λ . Обозначим через U_0 амплитуду скорости колебаний и через ω угловую частоту системы плоских звуковых волн, падающих на шарообразную частицу. Поток энергии, переносимой волнами за 1 сек. через 1 см^2 волнового фронта, равен

$$I = \frac{U_0^2 \gamma_R c_s}{2}, \quad (22.1)$$

где c_s — скорость звука. Энергия, уносимая за 1 сек. рассеянными частицей волнами, как показывает теория [140], равна

$$\Omega = \frac{7\pi\gamma_R U_0^2 \omega^4 r^6}{18c_s^3}. \quad (22.2)$$

Таким образом, при прохождении звуковых волн через слой аэрозоля толщиной dx , содержащего n таких частиц в 1 см^3 , отношение энергии рас-

сеянных и падающих волн равно

$$\alpha_d dx = \frac{7\pi\omega^4 r^6 n}{9c_s^4} dx = \frac{7\pi(2\pi)^4 r^6 n}{9\lambda^4} dx. \quad (22.3)$$

Отсюда следует, что энергия волн, прошедших через слой аэрозоля толщиной x , равна

$$I = I_0 e^{-\alpha_d x}, \quad (22.4)$$

где I_0 — первоначальная энергия волн, а

$$\alpha_d = \frac{7\pi(2\pi)^4 r^6 n}{9\lambda^4} \quad (22.5)$$

— коэффициент рассеяния звуковых волн аэрозолем. Если частицы не остаются неподвижными в звуковом поле, а более или менее увлекаются колебаниями среды, коэффициент рассеяния соответственно уменьшается.

При прохождении обычных звуковых волн ($\lambda \approx 1 \text{ м}$) через природные облака или туманы ($r \approx 10^{-3} \text{ см}$, $n \approx 10^3$) α_d — ничтожно малая величина порядка 10^{-20} . Но даже для ультразвуковых волн и самых густых, встречающихся в природе или промышленности аэрозолей, α_d все еще остается весьма малым, так что рассеянием звука аэрозолями практически всегда можно пренебречь.

Переходя к поглощению аэрозолями звука, вызванному вязкостью газа, приведем элементарный вывод основного уравнения, предполагая, что сопротивление выражается формулой Стокса. При движении частицы в вязкой среде вся работа сил сопротивления

$$\Omega = \int_0^x F_M dx = \int_0^x \frac{V}{B} dx \quad (22.6)$$

при малых Re превращается в тепло. Если среда также движется со скоростью U , то в уравнении (22.6) следует заменить V на относительную скорость $V_R = V - U$, а соответствующий дифференциал пути dx на $V_R dt$. При этом получается

$$\Omega = \frac{1}{B} \int_0^t V_R^2 R dt. \quad (22.7)$$

В рассматриваемом случае движение частицы в колеблющейся среде выражается формулой (20.15). Таким образом,

$$\Omega = \frac{V_R^2}{B} \int_0^t \sin^2 \left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi \right) dt. \quad (22.8)$$

При достаточно большом t $\Omega \rightarrow V_R^2 t / 2B$, т. е. за единицу времени частица поглотит в среднем количество энергии, равное $V_R^2 / 2B$. Отсюда, как и раньше, следует, что при прохождении звуковых волн через слой

аэрозоля толщиной dx отношение поглощенной к подводимой энергии равно

$$\alpha_a dx = \frac{V_{R0}^2 dx}{U_0^2 \gamma_g c_s} = \frac{V_{R0}^2 6\pi\eta r n dx}{U_0^2 \gamma_g c_s}, \quad (22.9)$$

и мы снова приходим к уравнению

$$I = I_0 e^{-\alpha_a x}, \quad (22.10)$$

причем коэффициент поглощения звуковых волн аэрозолем равен [см. формулу (20.14)]

$$\alpha_a = \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{6\pi\eta r n}{\gamma_g c_s}. \quad (22.11)$$

Более строгий вывод (Сюелл [141]) приводит к выражению

$$\alpha_a = \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{6\pi\eta r n}{\gamma_g c_s} \left(1 + \sqrt{\frac{r^2 \omega \gamma_g}{2\eta}} \right). \quad (22.12)$$

Несколько более сложное выражение получено С. Рытовым, В. Владимировским и М. Галаниным [142]. Вставляя в (22.12) значения η , γ_g и c_s для воздуха при обыкновенном давлении и температуре, получаем

$$\alpha_a \approx 8,3 \cdot 10^{-5} \cdot n \left(1 + r \sqrt{\frac{\omega}{0,3}} \right) \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (22.13)$$

Как видно из сказанного, поглощение звука аэрозолями в высокой степени зависит от степени увлечения частиц звуковыми волнами.

В приведенных выше выводах частицы принимались за абсолютно твердые шарики. В работе Эпштейна и Кархарта [143] учтен эффект деформации частиц, в частности жидких капелек, однако этот эффект незначителен. Другой более важный фактор, учтенный в этой работе, — рассеяние энергии благодаря теплопроводности, увеличивающее коэффициент поглощения для водяных туманов примерно на 40% (см. табл. 10).

Первые измерения поглощения ультразвука аэрозолями (табачным дымом) были проведены В. Альтбергом и М. Гольцманом [144]. К сожалению, в этих опытах размер частиц не определялся, а, кроме того, табачный дым содержит много углекислоты, сильно поглощающей те звуковые волны, с которыми производились измерения. Поэтому полученные результаты трудно сравнить с теорией.

В опытах Лайдлера и Ричардсона [145] был взят аэрозоль из спорликопердона ($r=2,5 \mu$), содержащий $1,5 \cdot 10^6$ частиц/см³. При применявшихся высоких звуковых частотах $\omega \tau$ имело величину порядка нескольких десятков, так что частицы оставались практически неподвижными. Получены были следующие значения коэффициента поглощения: при частоте 42 000 гц $\alpha_a=0,029$; 98 000 гц $\alpha_a=0,031$. Теоретические значения α_a равны соответственно 0,038 и 0,042¹.

¹ Вычисленные авторами работы теоретические значения α_a ошибочны.

В работе Кнудсена, Вильсона и Андерсона [146] измерялась скорость затухания звуковых колебаний в наполненной аэрозолем резонирующей камере. Обусловленная наличием частиц аэрозоля, выраженная в дБ·сек⁻¹ составляющая коэффициента затухания звука β связана с α_a формулой

$$\beta = 10 \lg e \cdot \alpha_a c_s. \quad (22.14)$$

Преобразуя формулу (22.13), можно получить следующее выражение для β :

$$\beta = \frac{2,94\phi}{r^2} \left(1 + r \sqrt{\frac{\omega}{0,3}} \right) \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (22.15)$$

где ϕ — объем дисперсной фазы, содержащейся в 1 см³ аэрозоля.

К сожалению, работа указанных авторов проводилась с весьма полидисперсными водяными и масляными туманами, полученными механическим распылением. Для водяного тумана с $\phi = 2 \cdot 10^{-6}$ и $r = 6,25 \mu$ были получены следующие результаты (табл. 10).

Таблица 10

Поглощение звуковых колебаний в водяном тумане

Частота колебаний, гц	Коэффициент затухания β , дБ·сек ⁻¹		
	экспериментальный	теоретический	
		по Кнудсену	по Эпштейну
500	5	10,1	5,0
1000	7	13,8	5,7
2000	9,4	16,0	6,3
4000	10,1	17,1	6,9
6000	12,0	18,2	7,5
8000	13,2	18,8	7,7

При сравнении опытных и теоретических значений β следует прежде всего учесть влияние полидисперсности аэрозоля на результаты теоретических расчетов. Действительно, если принимать во внимание для упрощения в формуле (22.12) только главный множитель $6\pi\eta r n / \gamma_g c_s$, то коэффициент поглощения должен быть пропорционален $\sum_i n_i r_i = n \bar{r}$. Далее $\phi = \frac{4}{3} \pi \sum_i n_i r_i^3 = \frac{4}{3} \pi n \bar{r}_3^3$, где $\bar{r}_3 = \sqrt[3]{\frac{\sum_i n_i r_i^3}{n}}$ (см. стр. 23).

Таким образом, n пропорционально ϕ / \bar{r}_3^3 и в формуле (22.15) следовало бы заменить $1/r^2$ на \bar{r}_3 / \bar{r}_3^3 .

Так как в полидисперсных аэрозолях $r_3 > \bar{r}$, то при расчете по формуле (22.15) получается тем более завышенное значение β , чем больше степень

полидисперсности. Кнудсен и др. не учли этого обстоятельства, и, полагая в формуле (22.15) $r = \bar{r}$, получили приведенные в табл. 10 сильно завышенные значения β . Эпштейн и Кархарт [143] воспользовались тем, что для тумана, к которому относятся данные табл. 10, был известен фракционный состав и рассчитали β по фракциям. Хотя они приняли во внимание при расчете эффект теплопроводности, все же вычисленные ими значения β , за исключением частоты 500 гц, значительно ниже экспериментальных. Повидимому, при поглощении звука играл заметную роль эффект испарения и конденсации пара на капельках (см. ниже). Впрочем, точная проверка теории поглощения звука аэрозолями возможна, повидимому, лишь на изодисперсных аэрозолях.

Переходя к поглощению звука атмосферными туманами, можно принять в качестве типичных средних значений $r = 5 \mu$, $n = 2000$, следовательно,

$$\alpha_a \approx 8 \cdot 10^{-5} \frac{10^{-7} \omega^2}{1 + 10^{-7} \omega^2} \approx \frac{0,34}{\lambda^2 + 4200}, \quad (22.16)$$

где λ — длина звуковой волны. Таким образом, здесь коэффициент поглощения звука сравнительно мало зависит от длины волны, и для метровых волн он лишь в три раза меньше, чем для сантиметровых. В то же время в газах коэффициент поглощения звука в первом приближении пропорционален $1/\lambda^2$. При $\lambda = 5$ см коэффициент поглощения звука в воздухе равен $0,8 - 1,6 \cdot 10^{-4}$, т. е. в этом случае газовая среда и дисперсная фаза ослабляют звук примерно в одинаковой степени. Для более длинных волн поглощение звука водяными капельками преобладает над поглощением средой. Таким образом, согласно теоретическим расчетам густые атмосферные туманы, вопреки установившемуся с времен опытов Тиндаля [147] мнению [148], должны заметно ослаблять звук: в рассматриваемом нами тумане энергия звуковых волн с частотой 500 гц должна согласно формуле (22.16) ослабевать на расстоянии 100 м примерно в 1,5 раза. По наблюдениям Зига [149, 150], звук такой частоты ослабевает в тумане на указанном расстоянии в 1,3 раза. К сожалению, концентрация тумана и размер капелек не измерялись.

Помимо рассмотренного выше гидродинамического поглощения звука аэрозолями, в туманах из летучих веществ происходит также поглощение звука вследствие периодически повторяющихся процессов испарения и конденсации пара на капельках, вызванных температурными колебаниями в звуковом поле [151]. Испарение и конденсация, отстающие по фазе от температурных колебаний, представляют собой термодинамически необратимые процессы, приводящие к переходу механической энергии звуковых волн в теплоту. Поглощение звука будет незначительно при очень малых частотах, так как в этом случае успевает установиться равновесие между капельками и паром, и при очень больших частотах, когда испаряется очень малое количество жидкости. Теория этого явления показывает, что наибольшего вызванного процессами испарения и кон-

денсации поглощения звука в водяных туманах следует ожидать при частотах, близких к нижней границе слышимости звука (~ 16 гц), и наблюдения, повидимому, подтверждают этот вывод [146].

Экспериментальное исследование поглощения звука природными туманами наталкивается на большие трудности, и все опыты в этом направлении имели до сих пор грубо качественный характер. Трудности эти вызваны ослаблением звука с увеличением расстояния от источника вследствие расширения волнового фронта и неоднородностями в атмосфере. Первый фактор исключают тем, что помещают источник звука и приемник (или наблюдателя) в постоянных точках и производят измерения при наличии и в отсутствие тумана между этими точками. Устранить же атмосферные неоднородности плотности и влажности, приводящие к отражению, преломлению и рассеянию звуковых волн, конечно, невозможно. Между тем, указанные явления ослабляют силу звука гораздо больше, чем рассматриваемое нами поглощение звука воздухом и туманом [152]. Многочисленные, нередко противоречивые относящиеся сюда наблюдения могут быть объяснены с этой точки зрения. Так как облака тумана обычно обладают несколько отличной от окружающей воздуха температурой и влажностью газообразной среды, то они одновременно являются и «акустическими» облаками, и при наличии нескольких таких облаков между источником звука и наблюдателем часто наступает полное затухание звука. С другой стороны, мощные сплошные массы тумана нередко обладают высокой однородностью; в этом случае, если все пространство между источником звука и наблюдателем заполнено туманом, ослабление звука может быть даже меньше, чем в отсутствие тумана, но при наличии неоднородностей. Отсюда и появилось мнение, что атмосферные туманы не поглощают звука. Вопрос этот требует дальнейшего, более точного изучения.

§ 23. Гидродинамическое взаимодействие между частицами аэрозоля

Частица, движущаяся по отношению к среде, вызывает в ней течение, действующее в свою очередь на другие частицы. Таким образом, возникают силы гидродинамического взаимодействия между движущимися частицами. В аэрозолях эти силы могут проявиться, главным образом, при параллельном и одинаково направленном движении частиц. Мы ограничимся рассмотрением этого случая.

Величина и направление сил гидродинамического взаимодействия в высокой степени зависят от характера течения, вызванного движением частиц. При вязком режиме течения, т. е. при малых числах Re , взаимодействие между двумя одинаковыми частицами, движущимися с постоянной скоростью в одном направлении, приводит, как указывалось в § 13, к уменьшению сопротивления среды согласно формуле (13.1). При наличии большого числа частиц силы взаимодействия суммируются, и в

результате облако аэрозоля может двигаться значительно скорее, чем изолированные частицы.

Что же касается составляющей гидродинамического взаимодействия, стремящейся изменить расстояние между частицами, то при чисто вязком режиме движения, т. е. при очень малом Re , она равна нулю: между частицами нет ни притяжения, ни отталкивания. Осеевская теория с частичным учетом инерционных сил показывает [153], что вдоль линии центров частиц на первую частицу действует сила

$$F_{M1} = -\frac{9\pi\eta^2 r^2}{\gamma_g \rho^3} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{\gamma_g V \rho}{2\eta} \right) \exp \left[-\frac{\gamma_g V}{2\eta} (\rho + x_1 - x_2) \right] \right\}, \quad (23.1)$$

а на вторую частицу сила

$$F_{M2} = \frac{9\pi\eta^2 r^2}{\gamma_g \rho^3} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{\gamma_g V \rho}{2\eta} \right) \exp \left[-\frac{\gamma_g V}{2\eta} (\rho + x_2 - x_1) \right] \right\}, \quad (23.2)$$

где x_1 и x_2 — координаты первой и второй частицы по оси, направленной по движению частиц. При этом положительным считается направление силы от первой ко второй частице. Анализ формул (23.1) и (23.2) показывает, что при движении частиц одним фронтом ($x_1 = x_2$) они отталкиваются, при движении частиц одна за другой передняя отталкивается, а задняя притягивается. Экспериментально вопрос о гидродинамическом взаимодействии при малых Re не исследован. Заметим, что движущаяся параллельно стенке частица при малом Re отталкивается стенкой с силой [154]

$$F_M = \frac{9}{16} \pi \gamma_g r^2 V^2, \quad (23.3)$$

не зависящей от расстояния x центра частицы от стенки. Эта формула верна лишь при небольшой величине отношения x/r .

Совершенно другая картина наблюдается при больших Re . Теория гидродинамического взаимодействия при больших Re разработана Кирхгофом для случая идеальной жидкости, т. е. без учета возникающих при движении вихрей [155]. Согласно этой теории движущаяся со скоростью V шарообразная частица с радиусом r_1 действует на другую частицу с радиусом r_2 (рис. 22) с силой, не зависящей от движения второй частицы. Если расстояние между центрами частиц ρ значительно превышает их радиусы, составляющая этой силы вдоль линии центров равна

$$F_\rho = \frac{3\pi\gamma_g r_1^3 r_2^3 V^2}{\rho^4} \left(\frac{3}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \right), \quad (23.4)$$

а перпендикулярно к линии центров

$$F_\tau = \frac{3\pi\gamma_g r_1^3 r_2^3 V^2}{\rho^4} \sin 2\theta, \quad (23.5)$$

где θ — угол между линией центров и направлением движения. Поле сил гидродинамического взаимодействия, создаваемое движущейся частицей,

изображено на рис. 23. Оно совпадает с полем сил взаимодействия между двумя одинаково направленными электрическими диполями (см. § 52), но направление сил — обратное.

Из формулы (23.4) следует, что при $\cos 2\theta < -1/3$, $F_\rho < 0$, т. е. будет иметь место притяжение, при $\cos 2\theta > -1/3$ — отталкивание. Максимальной величины притяжение достигает при $\theta = \frac{\pi}{2}$, а именно,

$$F_\rho = -\frac{3\pi\gamma_g r_1^3 r_2^3 V^2}{\rho^4}. \quad (23.6)$$

Максимальное значение отталкивания (при θ равном 0 или π) — вдвое больше.

Только в этих двух случаях $F_\tau = 0$, т. е. сила взаимодействия направлена вдоль линии центров частиц. Как уже указывалось, сила, с которой первая частица действует на вторую, зависит лишь от движения первой

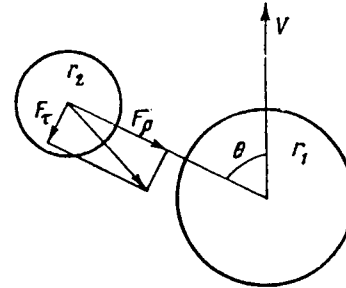


Рис. 22. Гидродинамические силы между частицами.

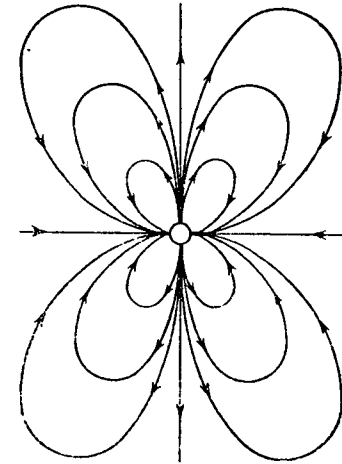


Рис. 23. Гидродинамическое поле, создаваемое движущейся частицей.

частицы по отношению к среде и не зависит от движения второй частицы. Поэтому действие и противодействие здесь, вообще говоря, не равны между собой, за исключением того случая, когда скорости обеих частиц равны по величине и одинаково направлены. Такие же силы действуют и на неподвижные шары, находящиеся в равномерно текущей со скоростью V среде.

Движущаяся параллельно стенке частица притягивается ею при больших Re с силой

$$F = -\frac{3\pi\gamma_g r^6 V^2}{16x^4}, \quad (23.7)$$

где x — расстояние от центра частицы до стенки [156].

Вопрос о том, как должны быть изменены приведенные выше уравнения при учете образующихся в реальной среде вихрей, не исследован. Так как вихри образуются только позади движущихся шаров, а в осталь-

ном объеме течение мало отличается от потенциального течения идеальной жидкости, то в наиболее важном для физики аэрозолей случае — притяжения между частицами — указанные уравнения, вероятно, остаются справедливыми и в реальной среде.

Невыяснен также другой важный вопрос: при каких значениях Re появляется притяжение или отталкивание между частицами согласно формулам (23.4) и (23.1)¹. При экспериментальной проверке теории гидродинамического взаимодействия между движущимися поступательно телами обычно ограничивались установлением самого факта притяжения или отталкивания, измерение же величины сил взаимодействия не производилось. Опыты проводились в жидкостях с довольно крупными шарами, т. е. при больших Re . С. Горбачев и А. Северный [157] обнаружили гидродинамическое притяжение (при $\theta = \pi/2$) и отталкивание (при $\theta = 0$) между подвешенными на тонких нитях каплями жидкости с радиусом 25 μ в газовом потоке, двигавшемся со скоростью 15 см·сек⁻¹, т. е. уже при $Re = 0,5$. Вопрос этот нуждается в дальнейшем экспериментальном исследовании.

Некоторые авторы приписывали большое значение гидродинамическому взаимодействию между оседающими под действием силы тяжести частицами как основной причине коагуляции оседающих аэрозолей и, в частности, атмосферных облаков и выпадающих из них осадков. Однако это мнение, несомненно, ошибочно (см. § 54). Наибольшее значение гидродинамическое взаимодействие имеет при колебаниях частиц аэрозоля, особенно в звуковом поле. Силы, действующие между двумя колеблющимися с одинаковой амплитудой и в той же фазе частицами, выражаются по Бьеркнесу [158] теми же уравнениями (23.4) и (23.5), но V^2 в этом случае равно средней квадратичной скорости частиц \bar{V}_R^2 по отношению к среде. Таким образом,

$$F_p = \frac{3\pi\gamma_g r_1^3 r_2^3 V_R^2}{2\rho^4} \left(\frac{3}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \right), \quad (23.8)$$

$$F_r = \frac{3\pi\gamma_g r_1^3 r_2^3 V_R^2}{2\rho^4} \sin 2\theta, \quad (23.9)$$

где V_R — амплитуда относительного колебания частицы и среды, равная $\sqrt{2V_R^2}$.

Если частицы колеблются в противоположной фазе (например, частицы с положительным и отрицательным зарядом в переменном электрическом поле), то в правых частях формул (23.8) и (23.9) следует поставить знак минус. При взаимодействии колеблющейся и неподвижной частицы первая притягивает вторую в любом положении, но сила в этом случае

¹ Напомним, что при $\theta = \pi/2$ при больших Re имеет место притяжение между частицами, при малых Re — отталкивание.

значительно меньше, чем при колебании обеих частиц. Так, если колебания происходят вдоль линии центров, сила притяжения равна

$$F_p = - \frac{3\pi\gamma_g r_1^3 r_2^3 V_R^2}{\rho^2}. \quad (23.10)$$

Вопрос о том, как влияет вязкость среды на гидродинамическое взаимодействие, не выяснен и для случая колебаний частиц. Как показывает теория колебаний в вязкой жидкости [159], влияние вязкости на образующиеся при колебании шарообразного тела волны делается незаметным на таком расстоянии от центра шара ρ , при котором $\rho \sqrt{\frac{\omega\gamma_g}{2\eta}} \gg 1$,

т. е. в воздухе при $\rho \gg \sqrt{\frac{0,3}{\omega}}$. Таким образом, для частиц той величины ($r \ll 10^{-4}$ см), для которых гидродинамическое притяжение в звуковом поле представляет особый интерес в связи с явлением ультразвуковой коагуляции (см. § 51), и для частоты в 10 кгц ρ/r должно быть $\gg 22$. Но на таком расстоянии между частицами сила взаимодействия согласно формуле (23.8) исчезающе мала. Поэтому изложенная выше теория, повидимому, нуждается в существенных поправках на влияние вязкости.

Экспериментальное исследование гидродинамического взаимодействия между взвешенными в звуковом поле частицами обычно производилось на твердых или жидких шариках, подвешенных на тонких нитях в трубке, в которой создавались стоячие звуковые волны [160, 161, 162]. Величина силы притяжения или отталкивания измерялась по отклонению нитей от вертикального положения. Было получено качественное совпадение с теорией — шарики, расположенные вдоль трубки, отталкивались, расположенные поперек трубки — притягивались¹. На результаты измерений должна была сильно отразиться циркуляция воздуха в трубке (см. стр. 93).

Поэтому для количественной проверки теории такие опыты, повидимому, малопригодны. Более точные измерения, проведенные Томасом [163] по методу В. Зернова (см. стр. 92), т. е. в колеблющемся вдоль оси закрытом цилиндрическом сосуде, с шариками радиусом 3—7 мм при частоте 60 гц, дали хорошее совпадение с теорией. Сила взаимодействия оказалась строго пропорциональной квадрату амплитуды колебаний при любых расстояниях между центрами шариков. Зависимость силы от расстояния оказалась в полном согласии с теорией, причем в случае притяжения — даже на малых расстояниях, в случае же отталкивания (т. е. при расположении шариков вдоль цилиндра) — на расстоянии свыше $4r$. При меньшем расстоянии сила отталкивания была меньше теоретической, вероятно, благодаря образующимся вихрям. Зависимость силы от

¹ Следует упомянуть о том, что в опытах с шариками, расположенными поперек трубки, при сближении их на достаточно малое расстояние (порядка 1/10 диаметра) притяжение сменяется в некоторых условиях отталкиванием, возрастающим при дальнейшем сближении шариков [564].

частоты колебаний также получилась правильной. Для шариков радиусом 3—4 мм абсолютная величина силы совпала с теоретической величиной. Упомянутое выше условие, касающееся влияния вязкости, в данном случае приводит к неравенству $\rho/r \gg 0,07$ и может считаться выполненным. Так как амплитуда колебаний в этих опытах была порядка 0,1 см, т. е. $Re = 70—150$, то вопрос о величине гидродинамических сил между колеблющимися частицами аэрозоля при малых числах Re остается открытым.

§ 24. Электростатическое рассеяние аэрозолей

В заключение рассмотрим явление электростатического рассеяния аэрозолей [164, 165], имеющее место в том случае, если алгебраическая сумма зарядов частиц в аэрозоле отлична от нуля. Разберем сперва простейший случай изодисперсного аэрозоля, все частицы которого имеют одинаковый по величине положительный заряд q . Плотность электричества в аэрозоле σ равна, таким образом, nq . Согласно основному уравнению электростатики

$$\text{Div } E = 4\pi\sigma = 4\pi nq, \quad (24.1)$$

где E — вектор напряженности поля. Так как он связан с вектором скорости положительных частиц уравнением

$$V = BEq, \quad (24.2)$$

то

$$\text{Div } V = 4\pi nq^2 B. \quad (24.3)$$

По свойству дивергенции скорости имеем

$$\text{Div } V = -\frac{1}{n} \frac{dn}{dt}, \quad (24.4)$$

следовательно,

$$-\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} = 4\pi nq^2 B, \quad (24.5)$$

откуда

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = 4\pi q^2 Bt, \quad (24.6)$$

где n_0 — начальная концентрация частиц.

Такие же уравнения получаются и при отрицательном заряде частиц.

Из этих уравнений следует, что униполярно заряженный аэрозоль равномерно рассеивается под действием своего объемного заряда¹. Скорость рассеяния, т. е. уменьшения концентрации аэрозоля, одинакова во всех его частях и не зависит ни от размера, ни от формы занимаемого аэрозолем пространства, а является «внутренним» свойством аэрозоля. Если мы имеем дело с облаком, оно равномерно увеличивается в объеме,

¹ Рассматриваемое здесь явление получило в иностранной литературе название «электрической диффузии» [165], однако мы имеем здесь дело с упорядоченным движением частиц, и поэтому такое название вряд ли можно признать правильным.

сохраняя свою форму, причем скорость относительного увеличения объема, очевидно, равна скорости относительного уменьшения концентрации $-\frac{1}{n} \frac{dn}{dt}$, т. е. выражается правой частью уравнения (24.5). Если же аэрозоль ограничен стенками, то частицы осаждаются на них, причем та же величина $-\frac{1}{n} \frac{dn}{dt}$ показывает, какая часть имеющихся в данный момент частиц осаждается в единицу времени. Заметим, что ввиду сохранения постоянства концентрации во всем объеме аэрозоля при его электростатическом рассеянии движения среды, если пренебречь инерционным эффектом, не оказывают никакого влияния на рассеяние, т. е. приведенные выше уравнения справедливы и для текущего аэрозоля.

Предположим теперь, что в 1 см³ аэрозоля содержится n_+ положительных и n_- отрицательных частиц с одинаковой абсолютной величиной заряда q , причем $n_+ > n_-$, так что плотность электричества равна $(n_+ - n_-)q$. Повторяя приведенное выше рассуждение, найдем, что рассеяние положительных частиц выразится эквивалентным (24.5) уравнением

$$-\frac{1}{n_+} \frac{dn_+}{dt} = 4\pi q^2 B (n_+ - n_-). \quad (24.7)$$

Для отрицательных же частиц получится

$$\frac{1}{n_-} \frac{dn_-}{dt} = 4\pi q^2 B (n_+ - n_-). \quad (24.8)$$

Это означает, что отрицательные частицы (т. е. частицы с тем знаком заряда, концентрация которых меньше) стягиваются в середину аэрозоля, так что концентрация их там возрастает. Плотность электричества $(n_+ - n_-)q$ в этом «центральной ядре» аэрозоля асимптотически убывает, пока ядро не станет практически нейтральным, а следовательно, и стабильным. В то же время вне ядра продолжается рассеяние внешней, чисто униполярной части аэрозоля.

Приведенные уравнения легко могут быть распространены на случай полидисперсных аэрозолей и различной величины зарядов частиц.

Экспериментально явление электростатического рассеяния было исследовано Володкевичем [165] и Н. Фуксом и И. Петриновым [166]. Первый работал с высокодисперсными микроскопическими аэрозолями ($r \approx 10^{-8}$ см), получавшимися накаливанием окиси магния до 1000—1200°. Известная часть образующихся при этом частиц заряжена, причем большинство заряженных частиц, вероятно, имеет по одному элементарному заряду (см. стр. 113). Подвижность частиц определялась путем пропускания аэрозоля через соединенный с электрометром конденсатор (см. § 27). Пропуская аэрозоль через заряженную сетку, задерживавшую частицы противоположного знака, можно было при достаточно высоком потенциале сетки получать чисто униполярные аэрозоли. Скорость их рассеяния определялась по уменьшению объемного заряда аэрозоля, измерявшегося также при помощи конденсатора. Было получено удовлетворительное совпадение опытных данных с теорией.

Н. Фукс и И. Петрянов исследовали рассеяние масляного тумана ($\bar{r} = 0,55 \mu$), заряженного посредством униполярного коронного разряда. При этом от 70 до 100% частиц заряжались отрицательно, остальные оставались незаряженными, однако по абсолютной величине заряды частиц различались довольно сильно; полидисперсность тумана при зарядке также сильно возрастала. Измерение скорости рассеяния производилось по методу счета частиц. Оказалось, что в согласии с уравнением (24.6) зависимость обратной величины концентрации частиц от времени выражалась прямыми линиями, угол наклона которых возрастал со средним зарядом частиц (составлявшим от 0 до 48 элементарных зарядов), однако по абсолютной величине скорость рассеяния была в несколько раз меньше теоретической. Причину этого расхождения выяснить не удалось.

Образование «центрального ядра» в аэрозолях с неполной униполярностью заряда также удалось воспроизвести на опыте [167].

Для электростатического рассеяния характерно то, что здесь, в отличие от обычного осаждения под действием силы тяжести, частицы осаждаются почти с одинаковой скоростью как на дне занимаемой аэрозолем камеры, так и на ее боковых и верхней стенках. Это обстоятельство можно было бы использовать при дезинфекции и дезинсекции помещений при помощи аэрозолей, если бы удалось создать достаточно простую переносную аппаратуру для униполярной зарядки. В то время как обычные инсектицидные аэрозоли, получаемые при помощи пашек, патронов и специальных генераторов¹, осаждаются, главным образом, на полу и дают очень слабый эффект, униполярно заряженные аэрозоли дали бы возможность обработать и потолок и стены и даже щели в них. Аналогичные соображения относятся к вдыхаемым лекарственным аэрозолем: посредством униполярной зарядки можно увеличить их осаждение в дыхательных путях (см. стр. 209). С другой стороны, пропагандировавшееся Дессауром [168] и А. Чижевским [169] мнение о целебных свойствах униполярно заряженных аэрозолей не удержалось в медицине.

¹ Мы не имеем здесь, конечно, в виду механических распылителей, фреоновых бомб и других аппаратов этого рода, дающих струю очень грубого тумана или пыли, осаждающихся на стенах благодаря инерционным силам.

Глава IV

КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ

§ 25. Общая теория криволинейного движения частиц. Осаждение аэрозолей в переменном горизонтальном электрическом поле

Теория криволинейного движения аэрозольных частиц сравнительно проста в области пропорциональности сопротивления среды и скорости частиц, т. е. при малых числах Re. Принимая, что безинерционный характер сопротивления среды, практически соблюдающийся, как мы видели выше, при прямолинейном движении частиц, сохраняется и на криволинейной траектории, приходим к следующему уравнению движения частицы в векторной форме:

$$m \frac{dV}{dt} = -6\pi\eta r (V - U) + F, \quad (25.1)$$

где V и U — векторы скорости частицы и среды; F — вектор внешней силы.

В координатной форме (25.1) имеет вид

$$m \frac{dV_x}{dt} = -6\pi\eta r (V_x - U_x) + F_x; \quad m \frac{dV_y}{dt} = -6\pi\eta r (V_y - U_y) + F_y, \quad (25.2)$$

где V_x — составляющая скорости частицы по оси x и т. д.

Как показывают уравнения (25.2), составляющая движения частицы по любой оси подчиняется тому же уравнению, что и при прямолинейном движении, причем движения по различным осям независимы друг от друга. Это обстоятельство, понятно, весьма облегчает анализ криволинейного движения частиц.

Иначе обстоит дело при больших числах Re. В этом случае, учитывая, что

$$Re = \frac{2\gamma_g r \cdot |V - U|}{\eta}, \quad (25.3)$$

Н. Фукс и И. Петрянов исследовали рассеяние масляного тумана ($\bar{r} = 0,55 \mu$), заряженного посредством униполярного коронного разряда. При этом от 70 до 100% частиц заряжались отрицательно, остальные оставались незаряженными, однако по абсолютной величине заряды частиц различались довольно сильно; полидисперсность тумана при зарядке также сильно возрастала. Измерение скорости рассеяния производилось по методу счета частиц. Оказалось, что в согласии с уравнением (24.6) зависимость обратной величины концентрации частиц от времени выражалась прямыми линиями, угол наклона которых возрастал со средним зарядом частиц (составлявшим от 0 до 48 элементарных зарядов), однако по абсолютной величине скорость рассеяния была в несколько раз меньше теоретической. Причину этого расхождения выяснить не удалось.

Образование «центрального ядра» в аэрозолях с неполной униполярностью заряда также удалось воспроизвести на опыте [167].

Для электростатического рассеяния характерно то, что здесь, в отличие от обычного осаждения под действием силы тяжести, частицы осаждаются почти с одинаковой скоростью как на дне занимаемой аэрозолем камеры, так и на ее боковых и верхней стенках. Это обстоятельство можно было бы использовать при дезинфекции и дезинсекции помещений при помощи аэрозолей, если бы удалось создать достаточно простую переносную аппаратуру для униполярной зарядки. В то время как обычные инсектицидные аэрозоли, получаемые при помощи пашек, патронов и специальных генераторов¹, осаждаются, главным образом, на полу и дают очень слабый эффект, униполярно заряженные аэрозоли дали бы возможность обработать и потолок и стены и даже щели в них. Аналогичные соображения относятся к вдыхаемым лекарственным аэрозолем: посредством униполярной зарядки можно увеличить их осаждение в дыхательных путях (см. стр. 209). С другой стороны, пропагандировавшееся Дессауром [168] и А. Чижевским [169] мнение о целебных свойствах униполярно заряженных аэрозолей не удержалось в медицине.

¹ Мы не имеем здесь, конечно, в виду механических распылителей, фреоновых бомб и других аппаратов этого рода, дающих струю очень грубого тумана или пыли, осаждающихся на стенах благодаря инерционным силам.

Глава IV

КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ

§ 25. Общая теория криволинейного движения частиц. Оседание аэрозолей в переменном горизонтальном электрическом поле

Теория криволинейного движения аэрозольных частиц сравнительно проста в области пропорциональности сопротивления среды и скорости частиц, т. е. при малых числах Re. Принимая, что безинерционный характер сопротивления среды, практически соблюдающийся, как мы видели выше, при прямолинейном движении частиц, сохраняется и на криволинейной траектории, приходим к следующему уравнению движения частицы в векторной форме:

$$m \frac{dV}{dt} = -6\pi\eta r (V - U) + F, \quad (25.1)$$

где V и U — векторы скорости частицы и среды; F — вектор внешней силы.

В координатной форме (25.1) имеет вид

$$m \frac{dV_x}{dt} = -6\pi\eta r (V_x - U_x) + F_x; \quad m \frac{dV_y}{dt} = -6\pi\eta r (V_y - U_y) + F_y, \quad (25.2)$$

где V_x — составляющая скорости частицы по оси x и т. д.

Как показывают уравнения (25.2), составляющая движения частицы по любой оси подчиняется тому же уравнению, что и при прямолинейном движении, причем движения по различным осям независимы друг от друга. Это обстоятельство, понятно, весьма облегчает анализ криволинейного движения частиц.

Иначе обстоит дело при больших числах Re. В этом случае, учитывая, что

$$Re = \frac{2\gamma_g r \cdot |V - U|}{\eta}, \quad (25.3)$$

получаем следующее векторное уравнение движения частиц:

$$m \frac{dV}{dt} = -\psi \left(\frac{2\gamma_g r \cdot |(V-U)|}{\eta} \right) \gamma_g \frac{\pi r^2}{2} (V-U) \cdot |(V-U)| + F, \quad (25.4)$$

где $|(V-U)|$ — длина вектора $V-U$.

При разложении уравнения (25.4) по осям координат получим

$$m \frac{dV_x}{dt} = -\psi \left(\frac{2\gamma_g r \cdot |(V-U)|}{\eta} \right) \gamma_g \frac{\pi r^2}{2} (V_x - U_x) |(V-U)| + F_x \text{ и т. д.} \quad (25.5)$$

Первый член в правой части этого уравнения зависит как от составляющей относительной скорости по оси x , так и от абсолютной величины этой скорости. Таким образом, движения по разным осям не независимы. Система уравнений (25.5) в общем виде не разрешена, и аналитическое исследование криволинейного движения частиц при больших Re возможно лишь в частных случаях. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением криволинейного движения при малых Re .

Задачи криволинейного движения частиц аэрозоля распадаются на две группы: движение в неподвижной и в движущейся среде. Из первой группы рассмотрим только падение частиц, одновременно колеблющихся в горизонтальном направлении под действием внешней силы, например, электрического поля. Это — один из немногих примеров исследованного экспериментально криволинейного движения частиц аэрозоля. Учитывая сказанное выше, получаем для установившегося движения этого рода уравнения:

$$V_z = mgB = \tau g, \quad (25.6)$$

$$m \frac{dV_x}{dt} = F - 6\pi\eta r V_x, \quad (25.7)$$

где x — горизонтальная;

z — вертикальная направленная вниз ось.

Если сила F изменяется синусоидально с временем, $F = F_0 \sin \omega t$, то горизонтальная скорость частицы выражается формулами (19.6) и (19.11), а горизонтальное смещение — формулой

$$x = -\frac{FB \cos(\omega t - \varphi)}{\omega \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}, \quad (25.8)$$

причем

$$\operatorname{tg} \varphi = \tau \omega = V_z \omega / g. \quad (25.9)$$

Далее, вертикальное смещение частицы за время t равно

$$z = \tau g t. \quad (25.10)$$

Таким образом, траектория частицы представляет собой синусоиду

$$x = -\frac{F_0 B \cos\left(\frac{\omega z}{\tau g} - \varphi\right)}{\omega \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}. \quad (25.11)$$

Экспериментальная проверка этих выводов была произведена Абботом [170] путем фотографирования падавших в синусоидальном горизонтальном электрическом поле частотой в 60 гц водяных капелек радиусом 30—40 μ . Траектории частиц оказались точными синусоидами. Посредством особого приспособления на снимках отмечались моменты времени, соответствующие значениям $F = 0$, и таким путем определялся сдвиг фазы колебаний φ . Найденные значения φ были в удовлетворительном согласии с формулой (25.9).

Небольшие расхождения ($1-2^\circ$), повидимому, объясняются отклонениями от формулы Стокса для горизонтальной и вертикальной составляющей движения капелек.

Эта методика может быть, конечно, применена для одновременного определения размера и заряда частиц аэрозоля. Однако при этом оказалось удобнее работать не в синусоидальном, а в постоянном по величине и переменном по направлению поле. В этом случае на снимках получаются зигзагообразные линии, составленные из прямых отрезков. По расстоянию между зигзагами определяется вертикальное смещение частицы за один период колебаний, а отсюда по (25.10) τ и, далее, радиус частицы. Горизонтальная скорость частицы равна $V_x = BEq$ (E — напряженность поля, q — заряд частицы). Таким образом, тангенс угла наклона отрезков траектории к горизонтали равен $V_z/V_x = gm/Eq$, и, зная радиус частицы, отсюда можно определить ее заряд. Этот, разработанный Н. Фуком и И. Петряновым [171] «осцилляционный» метод оказался весьма удобным при исследовании распределения зарядов на капельках туманов с радиусом $> 0,5 \mu$. При исследовании же дымов необходимо считаться с тем, что кажущаяся плотность частиц может быть значительно ниже истинной. Осцилляционный метод был впервые предложен Уэллсом и Герке [172], однако эти авторы не давали измеряемым частицам оседать, а, медленно протягивая аэрозоль через кюветку, измеряли лишь амплитуду колебаний частиц и, принимая, что частицы имели по одному элементарному заряду, вычисляли их радиус. Однако частицы, к которым применен осцилляционный метод ($r > 0,5 \mu$), несут на себе в среднем значительно более одного элементарного заряда (см. стр. 114); таким образом, методика Уэллса и Герке может найти применение только в исключительных случаях, например, в аэрозолях, полученных «зародышевым» методом на амфроскопических ядрах [173].

При исследовании зарядов в грубодисперсных аэрозолях оказался удобным в производственных условиях разработанный Н. Розенблюм [174] вариант метода: частицам дают падать в горизонтальном синусоидальном поле, полученном посредством технического переменного тока. При этом частицы принимают вид светящихся горизонтальных черточек, длина которых равна удвоенной амплитуде колебаний. Посредством окулярной сетки и секундомера одновременно определяют скорость оседания и длину упомянутых черточек. Вычисления производятся, как указано выше, в § 19.

§ 26. Осаждение аэрозолей из ламинарного потока под действием силы тяжести

Важнейшим разделом механики аэрозолей является движение частиц в токе газа. Эта глава посвящена движению частиц в ламинарном токе. Значительно более сложный вопрос о движении в турбулентном потоке рассматривается в главе VI.

Рассмотрим сперва оседание частиц аэрозоля, текущего ламинарно по горизонтальной трубе столь малого сечения, что вертикальные конвекционные токи в ней отсутствуют или, по крайней мере, имеют скорость, малую по сравнению со скоростью оседания частиц. Таким образом, изложенные ниже расчеты применимы к оседанию аэрозолей в лабораторных приборах, заборных трубках и т. п., но не в промышленных осадительных камерах. Ограничимся случаями плоской трубы с очень большим отношением ширины к высоте и круглой трубы.

Вертикальное движение частиц по отношению к среде выражается формулой [см. (17.4)]

$$V = V_s(1 - e^{-t/\tau}). \quad (26.1)$$

Членом $e^{-t/\tau}$ можно пренебречь, если среднее время пребывания частиц в трубе велико по сравнению с временем релаксации τ . В этом случае вертикальную скорость частиц можно считать постоянной и равной V_s , а горизонтальную скорость частиц — совпадающей со скоростью среды в той же точке. Как видно из приведенных в табл. 13 (см. стр. 165) значений τ и V_s для частиц разного размера, эти условия в обычных работах с аэрозолями выполняются.

У входа в трубу скорость течения постоянна по всему сечению трубы, затем на расстоянии порядка $0,1 R \cdot Re_f$ от входа [175] (где R — радиус или половина высоты трубы, Re_f — число Рейнольдса, относящееся к течению в трубе), в ней устанавливается стационарное распределение скоростей, выражающееся в случае плоской трубы формулой

$$U_x = \left(\frac{3z}{h} - \frac{3z^2}{2h^2} \right) \bar{U}, \quad (26.2)$$

где h — половина высоты трубы;

\bar{U} — средняя скорость;

z — расстояние от дна трубы.

Таким образом, линии тока в переходном участке трубы наклонены к горизонтали.

Составляющие скорости ламинарного течения в любой точке плоской трубы могут быть выражены через функцию тока ψ :

$$U_x = \partial\psi/\partial z; \quad U_z = -\partial\psi/\partial x. \quad (26.3)$$

Составляющие скорости частиц равны согласно сказанному выше

$$\frac{dx}{dt} = U_x = \frac{\partial\psi}{\partial z}; \quad \frac{dz}{dt} = U_z - V_s = -\frac{\partial\psi}{\partial x} - V_s. \quad (26.4)$$

Исключая из этих уравнений dt , получим дифференциальное уравнение траектории частиц

$$-\frac{dx}{\partial\psi/\partial z} = \frac{dz}{(\partial\psi/\partial x) + V_s}, \quad (26.5)$$

или, в другой форме,

$$-V_s dx = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial z} dz = d\psi. \quad (26.6)$$

Интегрируя по всей длине трубы L , получим

$$V_s L = \psi_0 - \psi_L, \quad (26.7)$$

где ψ_0 и ψ_L — значения функции тока в точках, занимаемых частицей у входа в трубу и у выхода из нее. Функция тока выражает объем газа, протекающего в единицу времени между дном трубы и данной линией (поверхностью) тока на 1 см ширины трубы. Полагая $\psi_L = 0$, найдем граничную траекторию, разделяющую траектории осаждающихся и не осаждающихся в трубе частиц. Для граничной траектории у входа в трубу $\psi = \psi_0 = V_s L$; следовательно, если полный поток газа в трубе равен Ψ , то доля осадившегося в трубе аэрозоля, или «эффективность осаждения» \mathcal{O} , равна¹

$$\mathcal{O} = \psi_0/\Psi = V_s L/\Psi. \quad (26.8)$$

Так как

$$\Psi = 2h\bar{U}, \text{ то } \mathcal{O} = \frac{V_s L}{2h\bar{U}}. \quad (26.9)$$

Из этого рассуждения следует важный вывод, что эффективность осаждения не зависит от распределения скоростей в трубе. Длина трубы, необходимая для полного осаждения, равна

$$L_{\text{кр}} = \frac{2h\bar{U}}{V_s}. \quad (26.10)$$

Для круглой трубы расчеты значительно сложнее. Распределение скоростей здесь выражается формулой

$$U = 2\bar{U} \left(1 - \frac{\rho^2}{R^2} \right), \quad (26.11)$$

где ρ — расстояние от оси трубы. Примем для упрощения, что это распределение устанавливается у самого входа в трубу, и рассчитаем длину трубы $L_{\text{кр}}$, необходимую для полного осаждения аэрозоля. Для этого нужно найти траекторию частиц, входящих в трубу в верхней точке поперечного сечения и движущихся в вертикальной плоскости, проходящей через ось трубы. Распределение скоростей в этой плоскости дается выражением $U = 2\bar{U} \left(1 - \frac{z^2}{R^2} \right)$, где z — вертикальное расстояние от оси.

¹ Этот вывод сообщен автору Г. Натансоном.

Как и выше, находим дифференциальное уравнение траектории частиц

$$\frac{dz}{2\bar{U}\left(1-\frac{z^2}{R^2}\right)} = -\frac{dz}{V_s}. \quad (26.12)$$

Интегрируя по z от $-R$ до R , находим

$$L_{кр} = \frac{8R\bar{U}}{3V_s}. \quad (26.13)$$

Эта формула предложена А. Чистовым [176] для расчета осаждения аэрозолей в промышленных установках, однако, как уже указывалось, в этом случае необходимо учесть эффект конвекции. Для эффективности осаждения в круглой трубе Г. Натансоном выведена формула

$$\vartheta = \frac{2}{\pi} \left(2\mu \sqrt{1-\mu'^2} + \arcsin \mu'^2 - \mu'^2 \sqrt{1-\mu'^2} \right), \quad (26.14)$$

$$\text{где } \mu = \frac{3V_s L}{8R\bar{U}}.$$

При $\mu = 1$, т. е. $L = 8R\bar{U}/3V_s$, формула (26.14) дает $\vartheta = 1$ в согласии с формулой (26.13).

§ 27. Осаждение аэрозолей из ламинарного потока под действием электрического поля

Рассмотрим осаждение заряженных частиц из ламинарного газового потока в плоском конденсаторе. Ограничимся случаем мелких частиц и пренебрежем их инерцией, т. е. будем, как и в предыдущем параграфе, считать их движение квазистационарным (см. стр. 81). Движение частиц в направлении, перпендикулярном к плоскости конденсатора, выразится уравнением

$$V_z = \frac{\Pi q B}{h}, \quad (27.1)$$

где Π — напряжение на обкладках конденсатора;
 h — расстояние между ними;
 q — заряд частицы;
 B — ее подвижность.

В учении о газовых ионах скорость иона в поле напряженностью 1 в. см⁻¹ называют подвижностью иона. Это обозначение перенесено и на тяжелые ионы, т. е. заряженные очень мелкие частицы аэрозолей. «Электрическая подвижность» u связана, таким образом, с «механической подвижностью» B формулой

$$u = qB/300 \quad (27.2)$$

(коэффициент 300 равен отношению электростатической единицы напряжения к вольту). Как указалось в § 2, исследование высокодисперсных аэрозолей производится, главным образом, путем электрометрического измерения их подвижности u , и последняя является основной характеристикой тяжелых ионов. Зависимость между радиусом частиц и их подвижностью u при наличии на них одного элементарного заряда $e = 4,802 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст. ед. приведена в табл. 3 и на рис. 10.

Здесь необходимо вкратце коснуться вопроса о величине зарядов на частицах аэрозолей. Заряды эти могут быть различного происхождения: так, при распылении порошков частицы получают трибоэлектрические заряды; при распылении жидкостей капельки заряжаются благодаря флуктуациям концентрации ионов в жидкости; в аэрозолях, образовавшихся при высокой температуре, заряды вызываются термоионной эмиссией; наконец, весьма важным и общим источником зарядов является осаждение на частицах аэрозолей газовых ионов и электронов.

Каково бы ни было начальное распределение зарядов частиц в аэрозоле, благодаря продолжающемуся осаждению ионов, непрерывно образующихся в газовой среде, распределение это постепенно приближается к определенному стационарному состоянию. Как показали теоретические и экспериментальные исследования в лаборатории аэрозолей физико-химического института им. Л. Я. Карпова [177, 178], стационарное распределение зарядов при симметричной биполярной ионизации газовой среды выражается в первом приближении формулой Больцмана: доля частиц с ν элементарными зарядами (ν — положительное или отрицательное целое число) равна:

$$f(\nu) = \frac{1}{\Sigma} e^{-\frac{(\nu e)^2}{2rkT}}, \quad (27.3)$$

где

$$\Sigma = \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\nu e)^2}{2rkT}}.$$

Таким образом, стационарное распределение зарядов не зависит от величины ионизации газа, однако время, необходимое для того, чтобы это распределение установилось, тем короче, чем сильнее ионизация.

Радиусы большей части содержащихся в атмосферном воздухе амикроскопических частиц, называемых «ядрами конденсации» и «тяжелыми ионами», имеют величину порядка $1-5 \cdot 10^{-6}$ см. Так как распределение зарядов в атмосферных аэрозолях, вероятно, близко к стационарному, то согласно формуле (27.3) получаем следующее (табл. 11) распределение зарядов, в которой n_0 означает процент незаряженных частиц, n_1 — частиц с одним элементарным зарядом и т. д.

Таким образом, процент частиц с несколькими элементарными зарядами невелик, и при помощи табл. 3 можно, не совершая очень большой

Таблица 11
Распределение зарядов частиц в высокодисперсных атмосферных аэрозолях

$r \cdot 10^6$ см	n_0	n_1	n_2	n_3
1	90	10	—	—
3	55	43	2	—
5	43	48	8,6	0,4

ошибки, определить размер этих частиц по их подвижности u . Ниже приведена принятая в физике атмосферы классификация частиц атмосферных аэрозолей по их подвижности [179] с указанием их размера (табл. 12):

Таблица 12
Классификация частиц атмосферных аэрозолей по их подвижности u

Частица	u	$r \cdot 10^6$ см
Ультратяжелые ионы	$< 2,5 \cdot 10^{-4}$	> 5
Тяжелые (ланжевенновы ионы)	$2,5 - 10 \cdot 10^{-4}$	$2,5 - 5$
Большие «средние» ионы . .	$10^{-3} - 10^{-2}$	$0,7 - 2,5$
Малые «средние» ионы . . .	$> 10^{-2}$	$< 0,7$

Если выражать напряжение в вольтах, формула (27.1) переходит в

$$V_z = \frac{dz}{dt} = \Pi u / h. \quad (27.4)$$

Движение же частицы в направлении, параллельном обкладкам конденсатора, выразится уравнением

$$\frac{dx}{dt} = U(z), \quad (27.5)$$

где U — скорость течения газа. Из этих уравнений следует, что частица, входящая в конденсатор у обкладки, имеющей заряд того же знака, достигнет другой обкладки на расстоянии x_0 (рис. 24), равном

$$x_0 = \frac{h}{\Pi u} \int_0^h U(z) dz = \frac{\bar{U} h^2}{\Pi u}. \quad (27.6)$$

Подобно (26.10) формула эта справедлива при любом распределении скоростей течения в конденсаторе.

Таким образом, пройденный частицей вдоль конденсатора путь обратно пропорционален ее подвижности u . На этом основана заслуживающая большого внимания, хотя и не применяющаяся до сего времени методика определения подвижностей частиц в высокодисперсных аэрозолях, предложенная Чепменом [180]. Аэрозоль выпускается через щелеобразное сопло B в прямоугольную трубу (рис. 25), через которую продувается

чистый воздух. Струе аэрозоля придается направление, параллельное стенкам трубы, и скорость, малая по сравнению со скоростью воздуха в трубе. Поток в трубе должен быть, конечно, ламинарным. Стенки трубы A_1 и A_2 являются обкладками конденсатора. Частицы, заряженные одноименно со стенкой A_1 , движутся, как разобрано выше, и осаждаются на стенке A_2 , пройдя вдоль конденсатора путь x_0 [см. (27.6)]. Еще лучше выпускать струю аэрозоля точно посередине между стенками со скоростью, равной скорости воздуха в этой плоскости ($1,5 \bar{U}$). В этом случае расстояние x_0 будет вдвое меньше, чем в предыдущем.

Для определения x_0 можно воспользоваться двумя методами — микроскопическим исследованием осадка частиц или измерением количества электричества, отдаваемого осаждающимися частицами. В первом случае на стенку A_2 кладется медная сетка, покрытая тонким слоем коллодия, на котором и оседают частицы. По окончании опыта осадок исследуется под электронным микроскопом

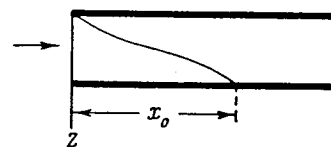


Рис. 24. Осаждение частиц аэрозоля в конденсаторе.

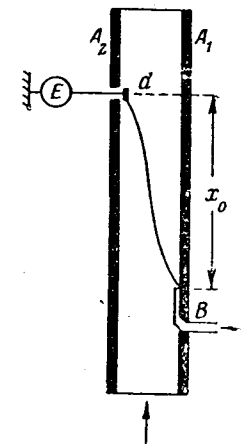


Рис. 25. Дифференциальный метод определения подвижностей.

Распределение подвижностей u частиц в аэрозолях (аналогично распределению их размеров) выражается, как правило, непрерывной кривой (которая может, впрочем, иметь несколько максимумов). Число частиц с подвижностью, лежащей в пределах u , $u + du$, равно

$$dN = f(u) du. \quad (27.7)$$

Такой же характер будет поэтому носить и пространственное распределение частиц в полученном, как указано выше, осадке: число частиц в полоске, ограниченной координатами x и $x + dx$, выразится формулой

$$dN = \varphi(x) dx. \quad (27.8)$$

Приравняем выражения (27.7) и (27.8). Так как из (27.6) следует, что du пропорционально dx/x^2 , то $f(u)$ пропорционально $x^2 \varphi(x)$. Таким образом, определив экспериментально $\varphi(x)$, можно найти распределение подвижностей частиц $f(u)$. Измерив же на полученных микрофотограммах величину частиц и вычислив посредством табл. 3 подвижности u ,

которые они имели бы при одном элементарном заряде, можно определить действительное число зарядов на частицах. Такое исследование, никем еще не предпринятое, позволило бы окончательно разрешить вопрос о числе элементарных зарядов на очень мелких частицах.

При работе по второму методу в конденсатор вводится узкий электрод d (рис. 25), изолированный от стенки A_2 , но находящийся на очень близком расстоянии от нее. Электрод соединен с электрометром и может передвигаться вдоль конденсатора. Полученный электродом заряд равен, очевидно, числу осевших на нем частиц, умноженному на их средний заряд \bar{q} , т. е. согласно (27.8) равен $\bar{q}\varphi(x)\Delta x$, где Δx — ширина электрода.

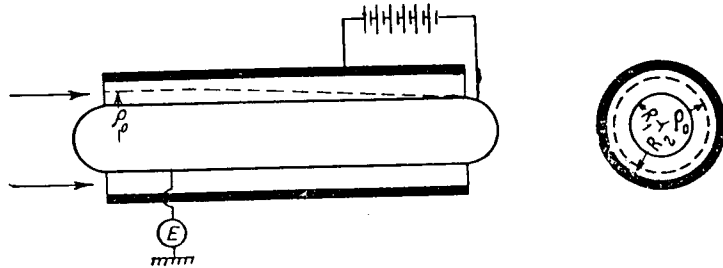


Рис. 26. Обычный метод определения подвижностей.

Таким образом этот метод дает не распределение подвижностей $f(u)$, а функцию $\bar{q}(u)f(u)$, где $\bar{q}(u)$ — средний заряд частиц с подвижностью u . Лишь в тех случаях, когда величину $q(u)$ можно рассчитать теоретически или когда при очень малом размере частиц можно принять, что они имеют по одному элементарному заряду, метод позволяет найти распределение $f(u)$.

Рассмотренный здесь «дифференциальный» метод определения подвижностей частиц в аэрозолях имеет большое принципиальное преимущество перед общеупотребительным «интегральным» методом, так как непосредственно дает процент частиц с подвижностями, лежащими в данном узком интервале. С другой стороны, сила тока, текущего через электрод, при этом методе так мала, что ее измерение довольно затруднительно.

Обычный (интегральный) метод определения подвижностей частиц заключается в том, что аэрозоль пропускается с постоянной скоростью через конденсатор, одна из обкладок которого соединена с электрометром, и измеряется сила тока I , текущего через эту обкладку при различной величине напряжения Π в конденсаторе, т. е. снимается (Π, I) — кривая (характеристика). По этой характеристике можно найти распределение $\bar{q}(u)f(u)$ [181, 182]. Принципиально говоря, можно использовать конденсаторы любой формы, однако обычно применяются имеющие ряд преимуществ цилиндрические конденсаторы.

При ламинарном течении газа через такой конденсатор (рис. 26) скорость течения, а следовательно, и скорость частиц в направлении, парал-

лельном оси конденсатора $V_x(\rho)$, есть функция расстояния ρ от оси. Напряженность поля в цилиндрическом конденсаторе равна

$$E = \Pi / \rho \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right), \quad (27.9)$$

где R_2 — радиус внешней обкладки;
 R_1 — радиус внутренней обкладки.

Радиальная скорость частиц в конденсаторе равна поэтому

$$V_\rho = \Pi u / \rho \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right). \quad (27.10)$$

Пусть наружная обкладка заряжена положительно. Движущаяся к внутренней соединенной с электрометром обкладке положительно заряженная частица пройдет в радиальном направлении за время dt расстояние

$$d\rho = - \Pi u dt / \rho \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right).$$

Одновременно она пройдет вдоль оси конденсатора расстояние

$$dx = U(\rho) dt.$$

Исключая dt из этих уравнений, найдем

$$dx = - U(\rho) \rho \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) d\rho / \Pi u. \quad (27.11)$$

Если при входе в конденсатор частица находилась на расстоянии ρ_1 от оси, то она достигнет внутренней обкладки в точке с координатой

$$x = - \frac{\ln(R_2/R_1)}{\Pi u} \int_{\rho_1}^{R_1} U(\rho) \rho d\rho = \frac{\ln(R_2/R_1)}{\Pi u} \int_{R_1}^{\rho_1} U(\rho) \rho d\rho. \quad (27.12)$$

Предположим, что все частицы обладают одинаковой подвижностью u . Если длина конденсатора равна L , то внутренней обкладки достигнут те частицы, для которых $x \leq L$. Для этих частиц $\rho_1 \leq \rho_0$, где ρ_0 определяется из уравнения

$$\frac{\ln(R_2/R_1)}{\Pi u} \int_{R_1}^{\rho_0} U(\rho) \rho d\rho = L. \quad (27.13)$$

Таким образом, при данном напряжении Π в конденсаторе осаждаются те частицы, которые входят в него на расстоянии от оси, меньшем, чем ρ_0 . Если в 1 см³ аэрозоля содержится n положительно заряженных частиц с зарядом q , то в единицу времени через кольцеобразное сечение, ограниченное окружностями с радиусами R_1 и ρ_0 (рис. 26), пройдет в конденсатор и оседет на внутренней обкладке

$$N = \int_{R_1}^{\rho_0} n U(\rho) 2\pi \rho d\rho \quad (27.14)$$

частиц. Сила тока, текущего при этом через внутреннюю обкладку, равна

$$I = qN = 2\pi qn \int_{R_1}^{R_2} U(\rho) \rho d\rho \quad (27.15)$$

или согласно уравнению (27.13)

$$I = 2\pi qnuL\Pi / \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right). \quad (27.16)$$

Таким образом, сила тока пропорциональна напряжению на обкладках конденсатора. Когда напряжение достигнет величины

$$\Pi_s = \frac{\ln(R_2/R_1)}{uL} \int_{R_1}^{R_2} U(\rho) \rho d\rho, \quad (27.17)$$

т. е. ρ_0 достигнет R_2 , все положительные частицы, входящие в конденсатор, осядут в нем, и при дальнейшем повышении напряжения сила тока I_s останется постоянной (ток насыщения, рис. 27, а).

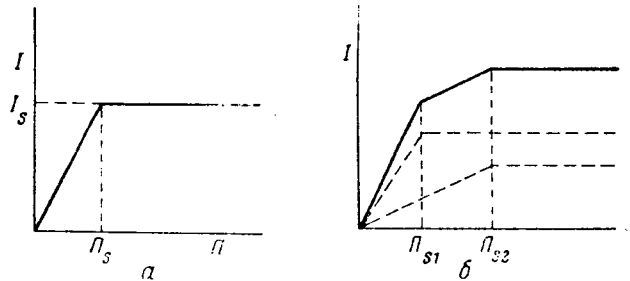


Рис. 27. Характеристики аэрозолей с одним и с двумя значениями подвижности.

Так как

$$\int_{R_1}^{R_2} 2\pi\rho U(\rho) d\rho = \Phi, \quad (27.18)$$

где Φ — объемная скорость аэрозоля в конденсаторе, то из уравнения (27.17) следует

$$u = \frac{\ln(R_2/R_1)\Phi}{2\pi L I_s}. \quad (27.19)$$

Таким образом, по точке перелома на характеристике можно определить подвижность частиц. Как и в предыдущих примерах, все приведенные выше формулы остаются справедливыми при любом распределении скоростей течения в конденсаторе, если линии тока прямолинейны и параллельны. Как ясно непосредственно, сила тока насыщения

$$I_s = qn\Phi \quad (27.20)$$

и по ней можно определить сумму зарядов положительных частиц, содержащихся в 1 см³ аэрозоля. Все это, понятно, относится и к отрицательно заряженным частицам, если соединенная с электрометром обкладка конденсатора имеет положительный заряд.

Если в аэрозоле имеются две группы частиц с подвижностями u_1 и u_2 , зарядами q_1 и q_2 и концентрацией n_1 и n_2 , то уравнения (27.16) и (27.17) применимы к каждой группе. На рис. 27, б прерывистыми линиями изображены характеристики для каждой группы частиц, а сплошной линией — суммарная характеристика, определяемая на опыте. По точкам перелома на суммарной характеристике находят подвижности частиц обеих групп.

По ряду причин углы между ветвями характеристик более или менее округлены. При наличии только двух групп это обстоятельство не имеет особенного значения, но при большом числе групп оно может привести к тому, что вместо ломаной линии получится плавная кривая. С другой стороны, на плавной кривой, которая должна получиться при непрерывном спектре подвижностей частиц, случайные ошибки измерений легко могут привести к ошибочному выводу о наличии переломов на характеристике, т. е. о существовании дискретных групп подвижностей. Нет никакого сомнения в том, что во многих исследованиях высокодисперсных аэрозолей различного происхождения, в которых были найдены дискретные группы подвижностей, авторы стали жертвой такого самообмана.

В случае плавной характеристики нахождение распределения подвижностей производится следующим образом. Предположим сперва, что все частицы имеют по одному элементарному заряду. Пусть при напряжении Π_L все частицы с подвижностью $> u_L$ осаждаются в конденсаторе. Зависимость между Π_L и u_L дается уравнением

$$u_L = \frac{\ln(R_2/R_1)\Phi}{2\pi L \Pi_L}. \quad (27.21)$$

Сила тока, переносимого этими частицами, равна согласно (27.20)

$$I_1 = \Phi \varepsilon n \int_{u_L}^{\infty} f(u) du. \quad (27.22)$$

Частицы с подвижностью $< u_L$ дают со своей стороны согласно (27.16) силу тока

$$I_2 = \frac{2\pi \varepsilon L \Pi_L n}{\ln(R_2/R_1)} \int_0^{u_L} u f(u) du. \quad (27.23)$$

Таким образом, полная сила тока равна

$$I = I_1 + I_2 = \Phi \varepsilon n \int_{u_L}^{\infty} f(u) du + \frac{2\pi \varepsilon L \Pi_L n}{\ln(R_2/R_1)} \int_0^{u_L} u f(u) du. \quad (27.24)$$

Продифференцируем (27.24) по Π_L :

$$\frac{dI}{d\Pi_L} = -\Phi \varepsilon n f(u_L) \frac{du_L}{d\Pi_L} + \frac{2\pi \varepsilon L \Pi_L n u_L f(u_L)}{\ln(R_2/R_1)} \frac{du_L}{d\Pi_L} + \frac{2\pi \varepsilon L n}{\ln(R_2/R_1)} \int_0^{u_L} u f(u) du. \quad (27.25)$$

Согласно (27.21) два первые члена в правой части этого уравнения сокращаются, и мы получаем

$$\frac{dI}{d\Pi_L} = \frac{2\pi \varepsilon L n}{\ln(R_2/R_1)} \int_0^{u_L} u f(u) du. \quad (27.26)$$

Отсюда следует, что

$$I - \Pi_L \frac{dI}{d\Pi_L} = h = \Phi \varepsilon n \int_{u_L}^{\infty} f(u) du, \quad (27.27)$$

где h — длина отрезка, отсекаемого касательной к характеристике в точке u_L , на оси ординат (рис. 28). Таким образом, этот отрезок пропорционален числу частиц, подвижности которых лежат в пределах u_L и ∞ , причем u_L определяется по соответствующему напряжению Π_L согласно формуле (27.21). Таким

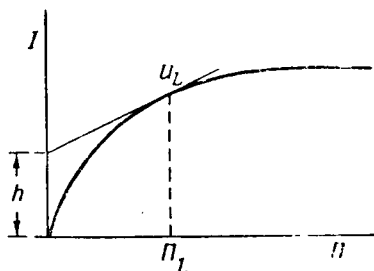


Рис. 28. Характеристика аэрозоля с непрерывным распределением подвижностей.

путем определяется спектр подвижностей частиц или же в случае, если заряды частиц неодинаковы, функции $\bar{q}(u)f(u)$. Этот метод обладает тем недостатком, что небольшие ошибки в определении I приводят к значительным ошибкам в величине отрезков на оси ординат, а следова-

тельно, и в значениях функции распределения.

При исследовании спектра подвижностей частиц в атмосфере, вследствие обычного изменения общего содержания частиц аэрозоля в атмосфере с временем, описанная выше методика может привести к неверным результатам. В этом случае целесообразно применение двух конденсаторов [181]: воздух пропускают сперва через первый конденсатор с напряжением Π_1 , сила тока в котором (не измеряемая, I_1) выражается формулой (27.24), а затем — через второй конденсатор с таким напряжением, что в нем практически осаждаются все частицы. Сила тока во втором конденсаторе I_2 , измеряемая электрометром, очевидно, равна $\Phi \varepsilon n - I_1$. Если же в первом конденсаторе напряжение равно нулю, то через второй конденсатор пойдет ток силой $\Phi \varepsilon n = I_0$, пропорциональный общему содержанию заряженных частиц в воздухе. Измерения ведут следующим образом: после определения силы тока I_2 , соответствующей данному напряже-

нию Π , измеряют I_0 и вычисляют величину отношения $(I_0 - I_2)/I_0 = I_1/I_0$; затем несколько увеличивают Π , определяют соответствующую силу тока I_2 , снова измеряют I_0 и т. д. Таким путем производится «нормировка» I_1 к постоянному общему содержанию заряженных частиц в воздухе. Хотя лежащее в основе этого метода предположение, что распределение подвижностей частиц в атмосфере не зависит от их концентрации, может быть верным только в специальных случаях, все же метод двух конденсаторов дает более надежные результаты, чем метод одного конденсатора. В обоих методах желательно предварительно удалить из воздуха газовые ионы, что достигается пропусканием воздуха через вспомогательный конденсатор с небольшим напряжением, достаточным для удаления всех газовых ионов с их высокими подвижностями порядка 1. В то же время число задержанных этим конденсатором частиц аэрозоля незначительно.

Подчеркнем, что все сказанное выше верно лишь при ламинарном течении газа через конденсатор. При турбулентном течении характер явлений значительно изменяется, и сила тока, текущего через конденсатор при данном напряжении, делается заметно меньше, чем по формуле (27.24) [181] (см. стр. 236).

Как уже говорилось, электрометрическое определение подвижности частиц является основным методом исследования высокодисперсных аэрозолей и, в частности, высокодисперсной части атмосферных аэрозолей, так как в этом случае частицы слишком малы для ультрамикроскопического исследования. С другой стороны, точность электрометрического метода падает с увеличением размера частиц, и поэтому согласно приведенным уравнениям при этом приходится либо увеличивать силу поля в конденсаторе, либо уменьшать скорость течения аэрозоля. Между тем, при очень сильных полях возникают утечки, местные разряды и другие осложнения, а при малых скоростях течения серьезные затруднения создают конвекционные токи в конденсаторе. Верхним пределом применимости электрометрического метода можно считать величину r примерно в 10^{-5} см; она несколько превышает нижний предел применимости ультрамикроскопии к аэрозолям. Таким образом, эти два метода, дополняя друг друга, дают возможность исследовать аэрозоли практически любой степени дисперсности.

Упомянем о том, что при электрометрическом исследовании высокодисперсных незаряженных аэрозолей их необходимо предварительно зарядить при помощи радиоактивного препарата [183] и т. п. Для практики имеет значение следующее наблюдение [184]: при заборе атмосферного воздуха через резиновую трубку была замечена значительная потеря заряженных ядер конденсации в трубке, тогда как незаряженные ядра задерживались в очень малом числе. При сгибании трубки эффект возрастал, при смазывании ее проводящими жидкостями — исчезал. Очевидно, при сгибании трубки на вогнутой и выпуклой стенках возникали заряды противоположного знака и внутри трубки создавалось электрическое поле.

Коше [185] исследовал осаждение незаряженных капелек в неподвижном воздухе на заряженном бесконечно длинном горизонтальном цилиндре (например, на проводах электропередач), т. е. при одновременном действии силы тяжести и индукционных сил. Пренебрегая инерцией частиц и принимая, что сопротивление воздуха пропорционально 1-й степени скорости капелек, Коше нашел для коэффициента осаждения капелек (см. стр. 138) выражение

$$\vartheta = \left(\frac{9\lambda E_0^2}{8\gamma g R} \right)^{1/2}, \quad (27.28)$$

где $\lambda = (\varepsilon_k - 1)/(\varepsilon_k + 2)$;

ε_k — диэлектрическая проницаемость капелек;

R — радиус цилиндра;

E_0 — напряженность поля у поверхности цилиндра, связанная с зарядом единицы длины цилиндра формулой $E_0 = 2q/R$.

Формула (27.28) применима лишь при $E_0 > \sqrt{4\pi\gamma g R/3\lambda}$; в противном случае ϑ может быть определен лишь численными методами. ϑ не зависит от размера частиц, так как и сила тяжести и индукционная сила пропорциональны объему частиц.

Экспериментальное определение ϑ путем фотографирования траекторий капелек, падающих на заряженный цилиндр, показало, что при $R = 0,6$ см, $E_0 = 47$ или 88 эл.-ст. ед. и $r < 25 \mu$ совпадение между теорией и опытом очень хорошее, т. е. инерцией частиц можно действительно пренебречь. При $r = 40 \mu$ и $E_0 = 88$ эл.-ст. ед. опытное значение ϑ на 14% больше вычисленного по формуле (27.28) благодаря инерционному эффекту.

Осаждение частиц в электрическом поле широко применяется в технике для очистки газов от пыли, тумана и т. д. В электрофильтрах, служащих для этой цели, отрицательно заряженная внутренняя обкладка конденсатора имеет очень небольшой радиус (порядка 1 мм), и через него проходит коронный разряд, создающий в электрофильтре высокую концентрацию отрицательных газовых ионов и электронов, сообщающих заряд частицам. Таким образом, в электрофильтре одновременно происходит два процесса — зарядка частиц и их осаждение¹. Кроме того, благодаря сильному ионному ветру, сопровождающему коронный разряд, течение газа в электрофильтре имеет беспорядочный характер, и осаждение частиц надо рассчитывать, как указано в § 44.

В последнее время появились, впрочем, электрофильтры, в которых два указанных выше процесса пространственно разделены: в первой части электрофильтра происходит, в основном, только зарядка частиц, во второй — только осаждение [186]. При таком устройстве оказалось возможным применять положительный коронирующий электрод, дающий

¹ В электрофильтре происходит также вызванная полем «направленная» коагуляция частиц (см. § 52).

гораздо меньше вредных для организма продуктов окисления воздуха (окислов азота и т. д.), чем отрицательный электрод. Поэтому такой метод осаждения пыли имеет большое значение для кондиционирования воздуха.

§ 28. Осаждение аэрозолей в поле центробежной силы. Аэрозольная центрифуга

Рассмотрим движение частицы аэрозоля в среде, вращающейся вокруг неподвижной оси со скоростью $U(\rho)$, являющейся функцией расстояния от этой оси. Считая снова движение частицы квазистационарным, т. е. полагая, что ее тангенциальная скорость совпадает со скоростью среды, получаем для радиальной скорости частицы выражение

$$V_\rho = \frac{U^2(\rho) m B}{\rho} = \frac{U^2(\rho) \tau}{\rho}. \quad (28.1)$$

С простейшим случаем такого рода движения мы встречаемся в аэрозольной (бактериальной) центрифуге, применяющейся при изучении бактериальной микрофлоры воздуха [187]. Вращающийся вокруг своей оси стакан A (рис. 29) покрыт изнутри тонким слоем питательного агара. Исследуемый воздух подается через неподвижную трубку B , доходящую почти до дна стакана. На некотором расстоянии от дна стакана воздух практически приобретает ту же угловую скорость ω , с которой вращается стакан. Содержащиеся в воздухе частицы осаждаются под действием центробежной силы на стенках стакана. Пропустив определенный объем воздуха через прибор, стакан ставят в термостат и подсчитывают число образовавшихся бактериальных колоний.

В данном случае $U(\rho) = \omega \rho$ и радиальная скорость частицы

$$V_\rho = \frac{d\rho}{dt} = \omega^2 \rho \tau. \quad (28.2)$$

Распределение скоростей в протекающем вдоль стакана газе выражается формулой [188]

$$U(\rho) = \frac{2\bar{U} \{R_1^2 \ln(R_2/\rho) - R_2^2 \ln(R_1/\rho) - \rho^2 \ln(R_2/R_1)\}}{(R_1^2 + R_2^2) \ln(R_2/R_1) + R_1^2 - R_2^2}, \quad (28.3)$$

где \bar{U} — средняя скорость течения;
 R_2 — внутренний радиус стакана;
 R_1 — внешний радиус трубки B

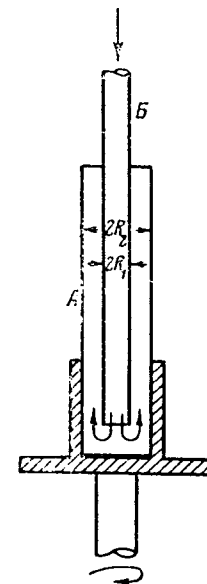


Рис. 29. Аэрозольная центрифуга.

Принимая, что скорость частицы параллельно оси стакана совпадает со скоростью воздуха, т. е. что

$$\frac{dx}{dt} = U(\rho), \quad (28.4)$$

и исключая dt из этого уравнения и из (28.2), получаем дифференциальное уравнение траектории частицы в плоскости, проходящей через ось стакана и вращающейся вместе с ним:

$$dx = \frac{U(\rho) d\rho}{\omega^2 \tau \rho}. \quad (28.5)$$

Отсюда для высоты стакана, необходимой для осаждения всех частиц данной величины, получается выражение

$$L = \frac{1}{\omega^2 \tau} \int_{R_1}^{R_2} \frac{U(\rho)}{\rho} d\rho = \frac{2\bar{U} \frac{1}{2} \ln(R_2/R_1) \{(R_1^2 + R_2^2) \ln(R_2/R_1) + R_1^2 - R_2^2\}}{\omega^2 \tau \{(R_1^2 + R_2^2) \ln(R_2/R_1) + R_1^2 - R_2^2\}} = \frac{\bar{U} \ln(R_2/R_1)}{\omega^2 \tau}, \quad (28.6)$$

т. е. такое же выражение, какое получилось бы, если скорость воздуха была бы постоянна по всему сечению стакана. А. Шафир [189] приводит следующие данные о применявшейся им центрифуге: $\omega = 2\pi \cdot 50$, $L = 17$ см, $R_2 = 2$ см, $R_1 \approx R_2/3$, $\bar{U} = 36$ см·сек⁻¹. Принимая, что плотность бактериальных частиц равна единице, найдем по формулам (28.6) и (17.3), что в центрифуге должны осесть полностью лишь частицы с радиусом $\geq 1,4 \cdot 10^{-4}$ см¹, т. е. в несколько раз превышающие средние размеры бактерий. Если учесть, что скорость оседания частиц в центрифуге пропорциональна квадрату их радиуса, то следовало бы ожидать, что процент осажденных в центрифуге свободных бактерий должен быть невысок. Тот факт, что в опытах А. Шафира в центрифуге задерживалось от 83 до 89% бактерий, объясняется тем, что бактерии находятся в воздухе не в свободном состоянии, а включены в более крупные частицы, образованные различными органическими субстратами. Заметим, что течение воздуха в только что разобранный пример соответствует числу Re приблизительно 300—400, так что сделанное нами предположение о ламинарном характере течения оправдано.

Таким образом, центрифуги, вращающиеся с обычными техническими скоростями, пригодны лишь для осаждения частиц с размерами порядка 1—2 м. Для осаждения частиц с размерами порядка десятых долей микрона потребовалась бы суперцентрифуга с числом оборотов несколько сот в секунду.

Большой интерес представляет предложенная недавно [190] для дисперсионного анализа грубых аэрозолей «конифуга» (рис. 30). Ротор прибора состоит из двух жестко связанных между собой коаксиальных

¹ В действительности с радиусом еще большим, так как мы не приняли во внимание того обстоятельства, что воздух не сразу принимает скорость вращения ω .

конусов A и A' с параллельными образующими. При вращении ротора в воздушном зазоре между конусами возникает течение воздуха, причем вследствие наличия кожуха C это течение носит характер циркуляции. Через трубку B в прибор подается исследуемый аэрозоль. Частицы движутся благодаря центробежной силе от внутреннего конуса к внешнему и осаждаются на последнем. Чем мельче частицы, тем большее расстояние вдоль зазора они успевают пройти до осаждения. Вдоль образующей внешнего конуса в него вставляется вровень с его поверхностью узкая стеклянная полоска, которая вынимается по окончании опыта, и образовавшийся на ней осадок исследуется под микроскопом. Разделение частиц по их размеру (в случае частиц неправильной формы — по величине седиментационного радиуса) происходит весьма совершенно, и по полученным препаратам легко найти распределение размеров частиц. Высокой разрешающей способности прибора способствует то обстоятельство, что по мере удаления от вершины конуса центробежная сила возрастает, а скорость течения воздуха уменьшается.

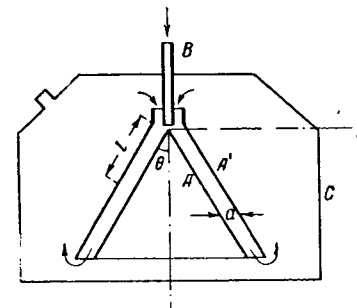


Рис. 30. Конифуга.

Довольно сложный математический расчет приводит к следующему уравнению траектории частиц аэрозоля в приборе (при этом предполагается, что воздух полностью увлекается ротором, т. е. обладает той же скоростью вращения)

$$y = \pi^{1/2} \lg \theta \exp [A^2 (x + \alpha)^2] \{Er/A(x + \alpha) - Er/A\alpha\} / 2A, \quad (28.7)$$

где

$$A = (\pi \omega^2 V_s \lg \theta / \Phi g)^{1/2};$$

$$\alpha = \frac{1}{2} a \operatorname{ctg} \theta;$$

Φ — объемная скорость циркулирующего воздуха.

Значения остальных букв видны из рисунка. Так как образующая внешнего конуса выражается уравнением

$$y = a + x \lg \theta, \quad (28.8)$$

то из этих двух уравнений можно определить расстояние l , на котором осадят частицы данной величины. Опыты с конифугой велись при $\theta = 30^\circ$, $\Phi = 11,6$ см³·сек⁻¹, $\omega = 2\pi \cdot 50$, $a = 0,56$ см с частицами радиусом от 0,3 до 10 м. При этом оказалось, что экспериментальные значения l превышали теоретически вычисленные на 0,4 см для частиц всех размеров. Это расхождение объясняется в первую очередь тем, что воздух отстает в своем вращении от ротора.

§ 29. Циклон [191, 192]

Гораздо большее практическое значение имеют циклоны — центробежные пылеотделители, работающие по другому принципу: сам аппарат неподвижен, а циркуляция газа вокруг оси циклона получается путем преобразования поступательного движения. Газ поступает через входную трубу *A* прямоугольного сечения (рис. 31) в цилиндрическую часть

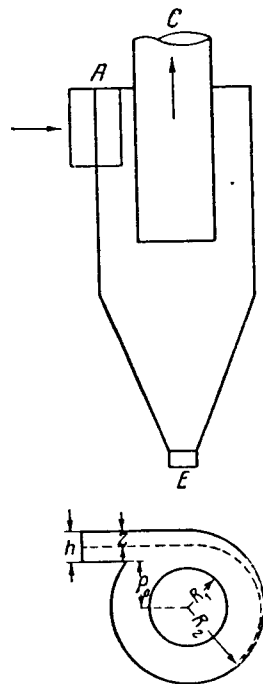


Рис. 31. Циклон.

циклона, приобретает здесь движение по спирали, спускается по наружной спирали (рис. 32), затем поднимается по внутренней спирали и выходит через выпускную трубу *C* (рис. 31). Частицы осаждаются под действием центробежной силы на стенках циклона, скользят по

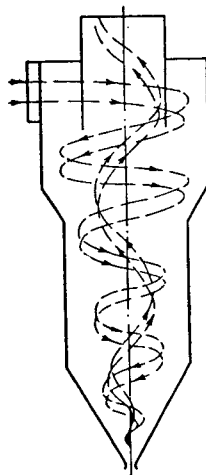


Рис. 32. Движение газа в циклоне.

ним вниз и высыпаются через отверстие *E* в приемник. По дешевизне, простоте устройства и обслуживания (в связи с отсутствием движущихся частей и фильтрующих поверхностей, нуждающихся в периодической очистке), сравнительно небольшому сопротивлению и высокой производительности при данных размерах аппарата циклоны не имеют себе равных среди аппаратов для очистки газов от взвешенных частиц. Однако они задерживают лишь грубые аэрозоли. Поэтому основная область их применения — очистка больших объемов газа от пыли (состоящей главным образом из крупных частиц) в тех случаях, когда небольшой остаток пыли в газе не имеет значения, а также предварительная очистка перед пропуском через высокоэффективные аппараты (например, электрофилтры). Наибольшее

значение приобрели циклоны при очистке дымовых газов от золы и негоревших частиц угля, особенно при сжигании пылевидного топлива.

Движение газа в циклонах носит весьма сложный характер и изучено еще далеко не достаточно. Поэтому теория их работы еще очень несовершенна и не дает возможности рассчитывать циклоны. В частности, вопрос о наиболее выгодной форме циклонов решается до сего времени исключительно эмпирическим путем.

В общепринятой теории циклона [193—197] делается ряд упрощающих предположений. Принимается, что движение во внешней спирали ламинарно (что при больших скоростях течения в циклонах безусловно неверно) и тангенциальная скорость газа может быть выражена формулой $U(\rho) = b/\rho^s$, где для показателя s различные авторы принимают значения от -1 до $+1$. Далее, обычно пренебрегают движением газа от периферии к оси циклона (стоком), не принимают во внимание возможности отрыва осевших частиц током газа, не учитывают оседания в конической части циклона, выбрасывания частиц из внутренней спирали в наружную и многих других происходящих в циклонах явлений. Наконец, считают движение частиц квазистационарным. Последнее оправдано тем, что расчет циклонов производят всегда по тонким, труднее осаждающимся фракциям, а для них указанное упрощение допустимо.

Экспериментальное изучение движения газа в циклоне наталкивается на большие трудности вследствие сильной турбулентности потока. Весьма трудным оказалось также определение диаметра внутренней спирали, который, грубо говоря, равен диаметру выпускной трубы. На рис. 33 изображено распределение усредненных тангенциальных скоростей газа в циклоне [198]. Как видно из графика, скорость сперва возрастает от периферии к оси циклона, достигает до максимума, а затем быстро падает до нуля. У оси циклона образуется вихревой шнур, вращающийся, как твердое тело. В том, часто встречающемся случае, когда ширина подводящей трубы h равна ширине кольцеобразного пространства между выпускной трубой и стенками циклона $R_2 - R_1$ (см. рис. 31), распределение тангенциальных скоростей ниже выпускной трубы в наружной спирали может быть довольно точно выражено формулой [197]

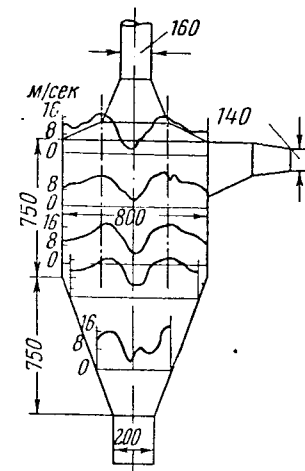


Рис. 33. Распределение скоростей в циклоне.

$$U(\rho) = \frac{U_0}{2} \sqrt{\frac{R_2}{\rho}}, \quad (29.1)$$

где U_0 — скорость газа в подводящей трубе;
 R_2 — радиус цилиндрической части циклона;
 ρ — расстояние до оси.

Заметим, что для идеальной жидкости распределение скоростей выразилось бы формулой $U(\rho) = b/\rho$. Это следует из того, что потенциальное (безвихревое) движение идеальной жидкости в подводящей трубе должно остаться таковым и внутри циклона, а при безвихревой циркуляции жидкости распределение скоростей имеет указанный выше вид. В действительности благодаря турбулентному перемешиванию в циклоне происходит некоторое уравнивание скоростей, что и приводит к уменьшению показателя при $1/\rho$ от 1 до 0,5.

В кольцеобразном пространстве между выхлопной трубой и стенками циклона при равенстве его ширины с шириной подводящей трубы h распределение тангенциальных скоростей может быть, грубо говоря, представлено в виде [197]

$$U(\rho) = \frac{U_0 \rho}{1,2 R_2} \quad (29.2)$$

Если же отношение $h/(R_2 - R_1)$ не равно 1, то выражения (29.1) и (29.2) надо умножить на величину этого отношения.

Рассчитаем движение частиц в циклоне, исходя из распределения (29.1). Для радиальной скорости частиц получится уравнение

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{U^2(\rho) m B}{\rho} = \frac{U_0^2 R_2 \tau}{4 \rho^2}, \quad (29.3)$$

откуда

$$dt = \frac{4 \rho^2 d\rho}{U_0^2 R_2 \tau} \quad (29.4)$$

Обозначим через $\rho_0 = R_2 - h$ наименьшее расстояние от оси циклона до входящих в него частиц (см. рис. 31). Тогда согласно (29.4) все частицы данного размера достигнут стенки за время

$$t = \frac{4}{U_0^2 R_2 \tau} \int_{\rho_0}^{R_2} \rho^2 d\rho = \frac{4(R_2^3 - \rho_0^3)}{3 U_0^2 R_2 \tau} \quad (29.5)$$

Но для времени пребывания частиц в цилиндрической части циклона можно написать ¹:

$$t = \frac{2\pi \rho_m}{U(\rho_m)} = \frac{4\pi s \sqrt{\rho_m^3}}{U_0 \sqrt{R_2}}, \quad (29.6)$$

где s — число оборотов внешней спирали в цилиндрической части циклона, а ρ_m — некоторое среднее значение ρ ($\rho_0 < \rho_m < R_2$). Заменив τ его

¹ Мы пренебрегли здесь различием между длиной витка спирали и его проекции на перпендикулярную к оси циклона плоскость.

значением $\frac{2\pi s \gamma}{9\eta}$, получим следующее выражение для минимального радиуса частиц, полностью оседающих в циклоне:

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{3\eta(R_2^3 - \rho_0^3)}{2\pi s U_0 \sqrt{R_2 \rho_m^3}}} \quad (29.7)$$

Для упрощения этой формулы напомним

$$R_2^3 - \rho_0^3 = (R_2 - \rho_0)(R_2^2 + R_2 \rho_0 + \rho_0^2) = h(R_2^2 + R_2 \rho_0 + \rho_0^2) \quad (29.8)$$

и заменим в дроби $h(R_2^2 + R_2 \rho_0 + \rho_0^2)/\sqrt{\rho_m^3}$ ρ_0 и ρ_m на R_2 . При этом несколько увеличатся и числитель и знаменатель, а величина дроби изменится не намного. Формула (29.7) перейдет при этом в

$$r_{\min} = 3 \sqrt{\frac{\eta h}{2\pi U_0 \gamma s}} \quad (29.9)$$

Исходя из распределения (29.2), можно совершенно аналогичным образом получить формулу

$$r_{\min} = 3 \sqrt{\frac{0,3 \ln(R_2/R_1) \eta R_2}{\pi U_0 \gamma s}} \quad (29.10)$$

Практически обе формулы дают одинаковые значения r_{\min} . Обычно при конструировании циклонов берут h от $R_2/3$ до $R_2/2$.

При $h = R_2/2$ (29.9) переходит в

$$r_{\min} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\eta R_2}{\pi U_0 \gamma s}}, \quad (29.11)$$

а (29.10) в

$$r_{\min} = 3 \sqrt{0,3 \ln 2} \sqrt{\frac{\eta R_2}{\pi U_0 \gamma s}} \quad (29.12)$$

Численные коэффициенты в (29.11) и (29.12) равны 1,5 и 1,37. Незначительность этой разницы станет ясной, если, например, учесть, что число оборотов спирали в циклоне s точно неизвестно и принимается равным от 1 до 3. Для частиц неправильной формы и агрегатов r означает седиментационный радиус, а γ — кажущуюся плотность частиц.

Формулу (29.9) можно также использовать для определения эффективности циклона для частиц данного размера, т. е. для вычисления процента задержанных частиц. Для этого следует заменить в этой формуле h на z — расстояние от входящих в циклон частиц до его цилиндрической стенки (см. рис. 31) и решить полученное уравнение относительно z . Из (29.9) при этом получается

$$z = \frac{2\pi U_0 \gamma s r^2}{9\eta} = \pi U_0 s \tau. \quad (29.13)$$

Определенное таким образом z представляет собой максимальное начальное расстояние от стенки, при котором частицы с радиусом r осадут

в циклоне. Если принять, что частицы аэрозоля равномерно распределены в подводящей трубе, то эффективность циклона для частиц данного размера равна, очевидно, z/h . Таким образом,

$$\mathcal{E} = z/h = \pi U_0 \sigma \tau / h = \pi s l_i / h. \quad (29.14)$$

В полидисперсных аэрозолях из слоя толщиной dz , находящегося на расстоянии z от стенки циклона, осядут все частицы с радиусом больше r_{\min} , определенного по формулам (29.9) или (29.10). Масса этих частиц равна $b G_a(r_{\min}) dz$, где b — фактор пропорциональности, $G_a(r)$ — интегральная функция весового распределения размеров частиц (см. стр. 14), показывающая, какая весовая доля частиц обладает радиусом $> r$. Общая масса задержанных в циклоне частиц равна, таким образом,

$$M = \int_0^h b G_a(r_{\min}) dz, \quad (29.15)$$

а общая масса пропущенных через циклон частиц

$$M_0 = \int_0^h b dz = bh. \quad (29.16)$$

Таким образом, эффективность циклона для полидисперсного аэрозоля равна

$$\mathcal{E} = M / M_0 = \frac{1}{h} \int_0^h G_a(r_{\min}) dz = \frac{1}{h} \int_0^h G_a \left(\sqrt{\frac{9\eta z}{2\pi U_0 \gamma s}} \right) dz \quad (29.17)$$

При этом мы заменили в интеграле r_{\min} на $(9\eta z / 2\pi U_0 \gamma s)^{1/2}$ согласно формуле (29.13).

Вычисленная таким путем эффективность циклонов, как правило, значительно выше действительной, что объясняется в первую очередь турбулентностью¹, отбрасывающей приближающиеся к стенке частицы к оси циклона. Существенное значение имеют, повидимому, и отрыв осадившихся на стенках частиц² и сток газа к оси циклона, а также то обстоятельство, что частицы удлиненной или пластинчатой формы ориентируются в циклоне своими длинными осями параллельно направлению потока (см. § 11), что уменьшает радиальную скорость этих частиц. Влияние турбулентности и, возможно, отрыва частиц сказывается на зависимости эффективности циклона от скорости течения газа U_0 . При увеличении U_0 турбулентные пульсации и отрыв от стенок должны возрастать. Действительно, как показывает опыт, по мере увеличения U_0 эффективность циклона вначале увеличивается значительно (в согласии с изложен-

¹ Влияние турбулентности на эффективность циклонов рассматривается в § 46.

² На это указывает заметное возрастание эффективности циклона при смачивании его стенок [192].

ной выше теорией), затем все меньше и, наконец, начинает снижаться [193]. Технические требования к циклону, как и ко всякому аппарату, служащему для очистки газов, заключаются в возможно большей эффективности при наименьшем гидравлическом сопротивлении, определяющем затраченную на пропускание газа через циклон энергию. Так как это сопротивление пропорционально U_0^2 , то целесообразно работать при скоростях, несколько меньших, чем скорость, соответствующая максимальной эффективности. Обычно U_0 — порядка 10–20 м·сек⁻¹. Весьма важен тот экспериментально установленный факт, что в различных по величине, но геометрически подобных циклонах сопротивление при одной и той же скорости U_0 приблизительно одинаково [194]. Влияние турбулентности видно также из того, что на работе циклона благоприятно отражается его «гладкость»: всякие выступы, перегородки и т. п. внутри циклона заметно снижают эффективность и повышают сопротивление.

Из формул (29.9) и (29.17) следует на первый взгляд, что эффективность циклона зависит не от его диаметра, а лишь от ширины подводящей трубы h , однако практически дело обстоит иначе. Сужение подводящей трубы при постоянстве U_0 приводит (как указано выше) к уменьшению скорости газа внутри циклона и поэтому, как известно из практики, не дает большого эффекта. Кроме того, при этом, очевидно, уменьшается производительность циклона. Руководствуясь опытными данными, при конструировании циклонов обычно дают подводящей трубе ширину, составляющую от $1/3$ до $1/2$ радиуса циклона. Таким образом, при решении данного вопроса следует пользоваться формулами (29.11) — (29.12), из которых непосредственно видно, что эффективность циклона повышается с уменьшением его диаметра. В действительности, это повышение еще больше, чем это следует из указанных формул, что объясняется прежде всего меньшей турбулентностью в маленьких циклонах. Причиной этого является, повидимому, большая величина градиента давления и плотности газа от оси к периферии в маленьких циклонах, так как этот градиент пропорционален U_0^2/ρ . Между тем, градиент плотности подобно температурной инверсии в атмосфере, несомненно, противодействует турбулентному перемешиванию в циклоне. Маленькие циклоны диаметром 5–15 см оказались значительно эффективнее ранее применявшихся больших аппаратов диаметром в несколько метров и, соединенные параллельно в батареи, получили под названием «мультициклонов» широкое распространение в технике [196]. По литературным данным они могут дать эффективность до 99% для частиц с $r \approx 3 \mu$.

В изложенной выше общепринятой теории циклона не учтен еще эффект перемены направления движения частиц вдоль оси циклона в конце его конической части, т. е. при переходе от внешней спирали к внутренней [199]. То, что здесь частицы с большой скоростью вылетают из газового потока, доказывается следующим наблюдением: маленькие циклоны прекрасно работают в опрокинутом положении [196]; частицы пыли (но не газ!) вылетают при этом вверх из выпускного отверстия. Каково

относительное значение этого фактора в суммарной эффективности циклона, сказать трудно.

Чрезвычайно интересны для механики аэрозолей явления возрастания эффективности и уменьшения сопротивления циклона при увеличении концентрации пропускаемого аэрозоля. Так, в одном случае при возрастании концентрации каолиновой пыли в воздухе от 0,1 до 100 г·м⁻³ эффективность циклона повысилась с 70 до 90% [193]. Это явление вызвано, несомненно, кинематической коагуляцией аэрозоля (см. § 54) в циклоне, т. е. захватом мелких частиц более крупными, быстрее движущимися частицами.

Влияние концентрации пыли на сопротивление циклона можно иллюстрировать следующими цифрами. В циклоне диаметром 22 см при среднем радиусе частиц весьма полидисперсной пыли ~ 8 м и удельном весе пыли 2,8 зависимость сопротивления Δp от концентрации пыли c (г·м⁻³) выражается по Бриггсу [200] формулой $1 - \Delta p / \Delta p_0 = 0,013 c$, где Δp_0 — сопротивление для чистого воздуха. М. Зайцев и А. Шахов наблюдали примерно в 2,5—3 раза более сильный эффект, причем при данной весовой концентрации эффект возрастал с величиной частиц.

Среди специалистов в области газоочистки распространено мнение, что главной причиной указанного уменьшения сопротивления циклона является повышенный удельный вес, а следовательно, и увеличенное количество движения запыленного газа, поступающего в циклон, по сравнению с чистым газом при той же скорости. Однако при этом забывают, что этот избыток количества движения теряется при осаждении частиц на стенках циклона и не передается газовой среде.

В связи с этим необходимо упомянуть о том факте, что при пропускании запыленного газа через трубку Вентури, т. е. в том случае, когда частицы не осаждаются на стенках, а уносятся потоком, сопротивление трубки не падает, а возрастает с увеличением концентрации пыли. По опытам Фарбара [201], проводившимся также с очень полидисперсной пылью ($r = 1-100 \mu$) с удельным весом 2,45, наблюдается зависимость

$$\Delta p / \Delta p_0 - 1 = kc, \quad (29.18)$$

где c — концентрация пыли, выраженная в г пыли на 1 г воздуха, а k — коэффициент $\approx 0,3$. Теоретическое рассмотрение течения аэрозоля через трубку Вентури, основанное на теореме Бернулли, приводит к тому же уравнению (29.18), но с коэффициентом 1. Таким образом, и в этом случае сопротивление меньше, чем этого следовало ожидать. К вопросу о влиянии запыленности газа на сопротивление мы вернемся в § 45.

В заключение упомянем об осуществленной за последние годы плодотворной идее — пропускании через циклоны предварительно обогащенного пылью газа. В жалюзийном пылеуловителе [202] это обогащение достигается при помощи системы наклонных перегородок, между которыми проходит большая часть газа, тогда как пыль отклоняется перегородками, выходит из аппарата в виде концентрированной газопылевой смеси и

направляется в циклон (рис. 34, а). В трубчатом аппарате [203] газу придается при входе вращательное движение (как в циклоне), отжимающее пыль к периферии трубы (рис. 34, б). Таким путем достигается

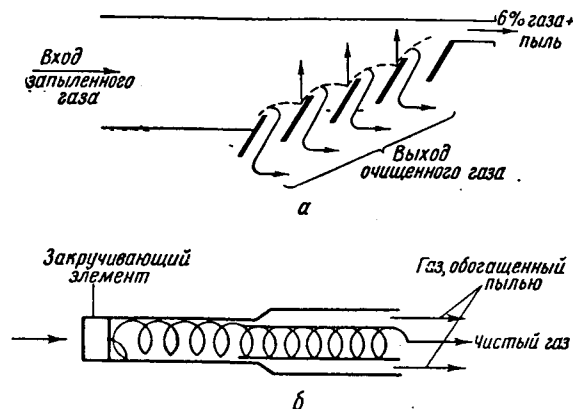


Рис. 34. Инерционное «обогащение» аэрозолей.

уменьшение объема газа, пропускаемого через циклон, и увеличение концентрации пыли. Эти два обстоятельства значительно увеличивают производительность и эффективность очистки в циклонах.

§ 30. Определение траекторий частиц аэрозоля в криволинейном потоке

Мельчайшие частицы аэрозоля строго следуют линиям тока среды; на этом основано применение аэрозолей в экспериментальной гидродинамике. Для исследования течения газа в него впускают тонкие дымовые струйки, движущиеся по линиям тока. Толщина струек определяет при этом скорость течения в данной точке, так как произведение скорости на поперечное сечение струйки остается постоянным. Таким путем полностью определяется распределение скоростей газа.

Однако более крупные частицы в большей или меньшей степени выходят из линий тока, смещаясь по отношению к ним благодаря своей инерции, причем порядок величины этого смещения, как будет видно из следующих параграфов, определяется инерционным пробегом частиц l_i . Это смещение приводит к «инерционному осаждению» частиц на стенках при перемене направления течения, например, у искривлений труб и каналов, при обтекании различных препятствий и т. п. Инерционное осаждение аэрозолей широко используется в различных аппаратах, служащих для отделения дисперсной фазы аэрозолей от газа. Оно же является причиной обледенения различных предметов в движущихся пересохлаженных облаках и туманах, а также играет большую роль при

столкновениях между крупными частицами аэрозоля (см. § 54) и имеет поэтому большое значение для метеорологии.

В § 28 и 29 было рассмотрено несколько примеров инерционного осаждения аэрозолей во вращающейся среде. В этих примерах можно было считать, что частицы полностью увлекаются средой в направлении ее движения, но под действием центробежной силы движутся по отношению к среде в перпендикулярном направлении. Такое упрощение допустимо, вообще говоря, при том условии, что характеристические размеры данной системы — толщины струи, радиус кривизны линий тока и т. д., велики по сравнению с l_i . Однако при осаждении аэрозолей на различных препятствиях и насадках, в местах резкого изменения направления потока и т. д., когда указанное условие не соблюдено, такое упрощение недопустимо и может, как будет показано ниже (стр. 149), привести к принципиальным ошибкам. В этом случае необходимо учитывать не только нормальную, но и тангенциальную составляющую силы инерции, т. е. вычислять траекторию частицы по дифференциальным уравнениям ее движения. При малых числах Re эти уравнения имеют вид

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{\tau} (U_x - V_x) + \frac{F_x}{m}; \quad \frac{dV_y}{dt} = \frac{1}{\tau} (U_y - V_y) + \frac{F_y}{m}, \quad (30.1)$$

где U_x и F_x — заданные составляющие скорости среды и внешней силы по оси x . Аналогичное уравнение для координаты z мы опустили.

Решение этой системы уравнений представляет в общем случае весьма большие трудности и удалось лишь в сравнительно немногих проблемах. Обычно приходится прибегать к приближенному методу вычисления траектории частиц. Для этого поступают следующим образом [204, 205, 206] (ограничимся случаем стационарного течения среды). Не нарушая общности задачи, можно положить $F = 0$, так как это эквивалентно замене заданного поля течения $U(x, y, z)$ на поле $U + (\tau/m) F$. Разобьем время на равные малые интервалы, а траекторию частицы — на соответствующие отрезки и положим для i -го интервала приближенно

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{\tau} (U_{xi} - V_x), \quad (30.2)$$

где U_{xi} — значение U_x в начале или, лучше, в середине интервала. Интегрируя и полагая, что в начале интервала $t = 0$, а $V_x = V_{xi}$, находим

$$V_x = U_{xi} + (V_{xi} - U_{xi}) e^{-t/\tau} = V_{xi} + (U_{xi} - V_{xi}) (1 - e^{-t/\tau}). \quad (30.3)$$

Отсюда вторичным интегрированием находим координату частицы

$$x = x_i + U_{xi} t + \tau (V_{xi} - U_{xi}) (1 - e^{-t/\tau}), \quad (30.4)$$

где x_i — координата частицы в начале i -го интервала. Аналогичные формулы получаются для остальных координат.

Расчет траектории начинают с точки, в которой скорость частиц известна. Обычно в проблемах этого рода в определенной области простран-

ства, например на достаточно большом расстоянии от препятствия или поворота, движение среды можно считать прямолинейным и равномерным, а скорости частицы и среды в отсутствие внешних сил — одинаковыми. Скорость течения должна быть известна во всех точках, через которые проходят интересующие нас траектории частиц, т. е. либо задана теоретическими гидродинамическими формулами, либо измерена. Начав с точки, где $V_x = U_x$, последовательно вычисляют по формулам (30.3) и (30.4) для всех координат положение и скорость частицы в начале 1-го, 2-го, 3-го и т. д. интервала.

При уменьшении интервалов точность расчета увеличивается, но возрастает и затрата времени на вычисления. Эту работу целесообразно производить на вычислительных машинах. Для оценки требуемой величины интервалов заметим, что за время Δt скорость частицы возрастает согласно (30.2) на $\Delta V_x \approx (U_{xi} - V_{xi}) \frac{\Delta t}{\tau}$, а согласно (30.3) — на

$$\Delta V_x = (U_{xi} - V_{xi}) (1 - e^{-\Delta t/\tau}) = (U_{xi} - V_{xi}) \left(\frac{\Delta t}{\tau} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^2 + \dots \right).$$

Так как оба выражения должны давать близкие значения ΔV , приходим к требованию $\Delta t \ll \tau$, а отсюда в свою очередь вытекает, что, не ухудшая практически точности расчетов, можно вместо (30.3) пользоваться более простой формулой:

$$V_x = V_{xi} + (U_{xi} - V_{xi}) \frac{t}{\tau}, \quad (30.5)$$

а вместо (30.4) — формулой

$$x = x_i + V_{xi} t + (U_{xi} - V_{xi}) \frac{t^2}{2\tau} \approx x_i + V_{xi} t. \quad (30.6)$$

Впрочем, на достаточно большом расстоянии от препятствия или поворота можно брать более крупные интервалы для сокращения работы. Так как $U_x - V_x$ в этом случае очень мало, то совершаемая при этом абсолютная ошибка в вычислении V_x и x также очень мала.

Возможно и графическое построение траекторий частиц, особенно удобное в том случае, если скорость течения определяется экспериментально, однако графический метод значительно менее точен, чем вычислительный.

§ 31. Теория подбоя в механике аэрозолей [207—209]

Описанный в предыдущем параграфе метод приближенного вычисления траекторий частиц аэрозоля позволяет решить эту задачу при заданных размерах системы и скорости течения и для частиц с данным временем релаксации. Если бы для других значений этих величин пришлось это вычисление делать заново, метод был бы практически бесполезен, но благодаря теории подбоя полученные таким образом результаты приобретают общее значение. Теория подбоя играет также большую роль

при обработке и использовании результатов экспериментальных исследований движения и осаждения частиц аэрозоля, при моделировании различных аппаратов, служащих для отделения дисперсной фазы аэрозолей, и т. д., причем не только в случае инерционного осаждения, но и диффузионного, электростатического и т. п. Поэтому значение теории подобия в механике аэрозолей чрезвычайно велико.

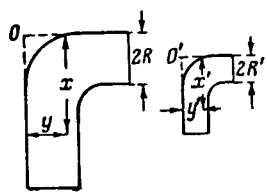


Рис. 35. Геометрическое подобие.

Для того чтобы движения двух аэрозольных систем были подобны, необходимо

- 1) геометрическое подобие ограниченных стенками и т. п. областей пространства, в которых происходят эти движения (рис. 35),
- 2) подобие движений среды в этих системах,
- 3) подобие движений самих частиц.

Геометрическое подобие обеих систем выражается уравнением

$$x/x' = y/y' = R/R' = C_l, \quad (31.1)$$

где x и y — координаты какой-нибудь точки первой системы;

x' и y' — координаты соответствующих точек второй системы;

R и R' — величины, характеризующие линейные размеры обеих систем — радиус трубы, полуосперечник обтекаемого тела и т. д.

Для подобия движений среды в обеих системах прежде всего необходимо соблюдение кинематического условия

$$U_x/U'_x = U_y/U'_y = U_0/U'_0 = C_u, \quad (31.2)$$

где U_x , U_y и U'_x , U'_y — составляющие скорости в соответствующих точках обеих систем;

U_0 и U'_0 — постоянные, характеризующие скорости течения в системах, например среднюю скорость течения в трубе или скорость на бесконечно большом расстоянии от обтекаемого тела.

Из подобия движений частиц в обеих системах следует аналогичное уравнение

$$V_x/V'_x = V_y/V'_y = C_v. \quad (31.3)$$

В тех частях систем, где среда движется прямолинейно и равномерно, а внешние силы равны нулю, скорости среды и частиц совпадают, т. е. $V_x/V'_x = U_x/U'_x$, откуда следует, что $C_v = C_u$.

Далее, соответственные моменты времени в обеих системах связаны уравнением

$$t/t' = C_t, \quad (31.4)$$

причем, так как $U_x = dx/dt$, то имеет место соотношение

$$C_u = C_l/C_t. \quad (31.5)$$

Аналогично имеем для соответствующих ускорений

$$\frac{dV_x}{dt} \left| \frac{dV'_x}{dt'} = \frac{dV_y}{dt} \left| \frac{dV'_y}{dt'} = C_a, \quad (31.6)$$

причем

$$C_a = C_u/C_t. \quad (31.7)$$

Как известно из гидродинамики, динамическим условием подобия движений среды в двух геометрически подобных системах является уравнение

$$U_0/U'_0 = C_u = \frac{\eta/R\gamma_g}{\eta'/R'\gamma'_g} \quad (31.8)$$

или же

$$\frac{2U_0R\gamma_g}{\eta} = \frac{2U'_0R'\gamma'_g}{\eta'} = Re_f = \text{const.} \quad (31.9)$$

Все сказанное выше не зависит, понятно, от закона сопротивления среды. Если сопротивление пропорционально скорости, то дифференциальные уравнения движения частиц имеют вид (30.1). Если отнести их к первой системе, то для нахождения соответствующих движений во второй системе следует заменить в этих уравнениях все переменные величины их выражениями, вытекающими из уравнений (31.2) и (31.6).

Обозначая ускорение под действием внешних сил F/m через a , получим

$$C_a \frac{dV'_x}{dt'} = \frac{C_u}{\tau} (U'_x - V'_x) + C_a a'_x \quad (31.10)$$

или

$$\frac{dV'_x}{dt'} = \frac{C_u}{C_a \tau} (U'_x - V'_x) + a'_x. \quad (31.11)$$

Так как дифференциальное уравнение движения частиц во второй системе должно иметь вид

$$\frac{dV'_x}{dt'} = \frac{1}{\tau'} (U'_x - V'_x) + a'_x, \quad (31.12)$$

то для подобия движений частиц в обеих системах необходимо, чтобы время релаксации частиц во второй системе τ' было связано с τ формулой

$$\tau' = \frac{C_a}{C_u} \tau = \tau/C_l, \quad (31.13)$$

как это, впрочем, следует непосредственно из (31.4). Принимая во внимание, что $C_l = C_l/C_u = RU'_0/R'U_0$, можно формулу (31.13) записать следующим образом:

$$\frac{\tau U_0}{2R} = \frac{\tau' U'_0}{2R'} = \text{const} = Stk \quad (31.14)$$

или

$$\frac{l_i}{2R} = \frac{l'_i}{2R'} = Stk. \quad (31.15)$$

Безразмерное отношение инерционного пробега частиц и характеристического размера системы называется «числом Стокса» (Stk). Если по условиям проблемы $a = a'$ (например, если F — сила тяжести и $a = g$), то $C_a = C'_a / C_l = 1$, $U_0^2 / R = U_0'^2 / R'$, что можно записать в виде

$$\frac{U_0^2 g}{2R} = \frac{U_0'^2 g}{2R'} = \text{const} = Fr \text{ (число Фруда)}. \quad (31.16)$$

Если число Re , характеризующее относительное движение частицы и среды, велико и сопротивление среды не пропорционально скорости, то применение теории подобия усложняется и делается нецелесообразным, за исключением случая прямолинейного и равномерного течения среды (см. § 18).

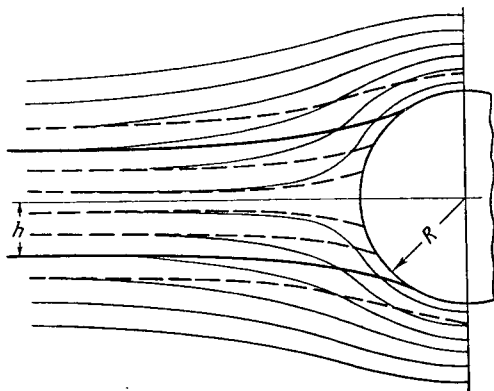


Рис. 36. Инерционное осаждение частиц и коэффициент осаждения.

Таким образом, условием подобия движений двух аэрозольных систем является равенство двух безразмерных величин — чисел Рейнольдса и Стокса, а при учете силы тяжести — также числа Фруда в обеих системах.

В случае ламинарного течения по трубам, каналам и т. п. подобие движений среды в геометрически подобных системах выполняется автоматически независимо от величины Re , для этого течения, если только она ниже критической. Подобие движений среды осуществляется также при обтекании шара при малых Re , а также при обтекании шара и цилиндра при больших Re , если можно пренебречь существованием пограничного слоя (см. § 34).

Важнейшей задачей механики аэрозолей является нахождение условий осаждения¹ частиц на стенках, обтекаемых телах и т. п. Назовем «коэффициентом осаждения» (ε) частиц на обтекаемом теле из прямолинейного потока отношение числа осажженных на теле частиц к числу частиц, центры которых прошли бы через тело, если бы двигались все время прямолинейно (рис. 36). Для нахождения ε следует определить крайние траек-

¹ Осаждением мы будем называть движение частиц под действием постоянной внешней силы, в частности силы тяжести, а осаждением — отложение частиц на поверхности различных тел.

тории частиц, на которых центры частиц еще соприкасаются с телом. Если обозначить через h расстояние от предельных траекторий до центральной линии тока (направленной к центру шара, к оси цилиндра и т. д.) на бесконечно большом расстоянии от тела, то в случае цилиндра $\varepsilon = h/R$, в случае шара $\varepsilon = (h/R)^2$. Согласно вышесказанному в случае чисто инерционного осаждения ε зависит только от числа Stk .

Уже из вида линий тока при потенциальном и вязком обтекании тел (см. рис. 45 на стр. 153) следует, что в первом случае при том же значении Stk коэффициент осаждения должен быть больше, чем во втором, так как в потенциальном течении линии тока огибают тело на более близком расстоянии и сильнее изгибаются, чем при вязком течении. Нетрудно убедиться в том, что наличие пограничного ламинарного слоя на поверхности обтекаемого тела приводит к уменьшению ε ; так как при уменьшении скорости течения расстояние между линиями тока возрастает, то вследствие сравнительно малой скорости течения в пограничном слое линии тока отодвигаются от поверхности тела. По мере уменьшения Re , и связанного с ним возрастания толщины пограничного слоя коэффициент осаждения, соответствующий данному значению Stk , непрерывно уменьшается, пока не достигнет величины, соответствующей вязкому режиму обтекания (более подробно этот вопрос рассматривается в § 34).

Если действием силы тяжести пренебречь нельзя, следует учесть также условие (31.16). Комбинируя его с условием (31.15), получим

$$\frac{2Stk}{9Fr} = \frac{2r^2 g}{9\eta U_0} = V_* / U_0 = \text{const}. \quad (31.17)$$

В том случае, если можно пренебречь инерцией частиц, остается только условие (31.17), согласно которому доля частиц, осажженных в системе с данной геометрической формой, зависит только от отношения скорости оседания частиц к скорости течения. В § 26 мы, в частности, нашли, что эффективность осаждения в горизонтальной трубе есть функция $LV_* / 2h\bar{U}$, где L — длина, а $2h$ — высота или диаметр трубы. Таким образом, в геометрически подобных трубах эффективность зависит только от отношения V_* / \bar{U} .

Вычислив, как указано выше, или определив экспериментально величину ε в функции Stk в случае преобладающего значения инерции или в функции V_* / \bar{U} в случае преобладания силы тяжести, мы сможем найти величину коэффициента осаждения любых частиц аэрозоля при любой скорости течения на телах данной формы при единственном условии — подобии течения.

Если в отличие от только что рассмотренных случаев распределение скоростей в потоке зависит также от числа Re , то сравнивать между собой можно только системы с одинаковыми Re , например с одинаковым отношением толщины пограничного слоя к диаметру тела. При этом возможность использования теории подобия значительно сужается. Так, если принимать во внимание только инерцию частиц, то комбинация

условий (31.9) и (31.15) дает $Re/18Stk = R^2\gamma_g/r^2\gamma = \text{const}$ или, при одинаковом составе, как среды, так и дисперсной фазы в сравниваемых системах

$$r/R = \text{const.} \quad (31.18)$$

Таким образом, движения частиц аэрозоля будут подобными только в том случае, если величина частиц пропорциональна линейным размерам системы, а эффективность осаждения в этом случае является функцией двух отношений: $l_i/2R$ и r/R .

Любопытно, что к тому же условию (31.18) приводит учет влияния геометрического размера (не массы!) частиц на величину ε . До сих пор мы приписывали, что частица осаждается в той точке, где траектория ее центра достигает поверхности тела. В действительности это происходит тогда, когда центр частицы приближается к поверхности на расстояние, равное радиусу частицы (эффект «зацепления»). При осаждении частиц аэрозоля на очень тонких цилиндрических телах (волокнах) или на других частицах аэрозоля этот эффект значительно увеличивает ε . Легко сообразить, что для сохранения подобия при осаждении частиц с учетом эффекта зацепления необходимо соблюдение условия (31.18).

Каковы бы ни были геометрическая форма системы и режим течения, эффективность инерционного осаждения ε_i возрастает вместе с $l_i/2R = \tau U_0/2R$, эффективность осаждения под действием силы тяжести ε_g — вместе с $V_g/U_0 = \tau g/U_0$. Таким образом, зависимость ε от свойств (размера и плотности) самой частицы и вязкости среды, входящих в выражение для τ , одинакова в обоих случаях. Иначе обстоит дело с зависимостью ε от линейных размеров системы R и скорости течения U_0 : ε_i увеличивается с возрастанием U_0 и с уменьшением R (при сохранении геометрического подобия системы); ε_g не зависит от R и уменьшается при возрастании U_0 . Эти закономерности имеют большое значение в повседневной жизни и в технике, как показывает несколько примеров.

Известно, что в переохлажденных водяных туманах особенно сильно обледеневают узкие предметы — тонкие веточки, провода и т. п. (на рис. 37 схематически изображены разрезы обледеневших былинки и древесного ствола). Обледенение возрастает с увеличением размера капелек и скорости ветра и достигает особенно большой величины на передних кромках крыльев и винтов самолетов. Осаждение же пыли на горизонтальных поверхностях (т. е. под действием тяжести) происходит, напротив, в местах, где скорость движения воздуха мала.

При дыхании в запыленной атмосфере грубая пыль осаждается в верхних дыхательных путях, мелкая — проникает в легкие и поэтому особенно опасна.

Во время песчаных бурь мельчайшие песчинки легко проникают через оконные и дверные щели, так что от пыли нельзя укрыться и в домах.

Дожди в той или иной степени очищают атмосферу от грубой пыли, но мало влияют на содержание в воздухе очень мелких частиц (тяжелых ионов).

В заключение упомянем о практически важной задаче моделирования циклонов, исследованной, главным образом, советскими авторами, двумя путями. С. Сыркин [207] и П. Волков [210] руководствовались тем соображением, что при моделировании с сохранением постоянства числа Re , можно уменьшить скорость течения и размеры циклона, только отказавшись от газообразной среды и перейдя к воде, в которой η/γ_g в 15 раз меньше, чем в воздухе, и, следовательно, во столько же раз можно уменьшить $U_0 R$. Поэтому эти авторы работали с водяной моделью циклона.

П. Коузов [192] исходил из допущения о подобии течения газа в циклонах. При очень высоких, характерных для циклонов, значениях Re , движение среды становится более или менее «автомодельным», т. е. не зависящим от Re . По получен-

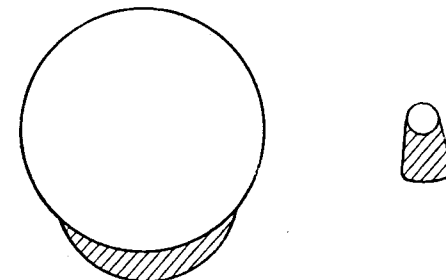


Рис. 37. Инерционное осаждение гололеда.

ным П. Коузовым безразмерным характеристикам циклонов исследованного им типа, т. е. по значениям эффективности циклона в функции чисел Stk и Fr , можно теоретически рассчитать эффективность при данном размере циклона, скорости течения и свойствах аэрозоля. К сожалению, в опытах П. Коузова определялась не эффективность осаждения отдельных фракций пыли, а суммарная эффективность; за радиус частиц в выражении для числа Stk принимался средний радиус весьма полидисперсных пылей. Поэтому этими данными трудно воспользоваться для сравнения теории циклона с опытом. Необходимых для этого надежных данных вообще нет в литературе, так как для этого нужно было бы проводить опыты с более или менее монодисперсными пылями, что при больших количествах пыли, требующихся при работе с циклонами, довольно затруднительно.

§ 32. Теория забора проб аэрозолей

Всякое исследование аэрозоля начинается с забора пробы в тот или иной прибор — фильтр, конденсатор, тицдаллиметр, ультрамикроскопическую кюветку и т. д. Для получения правильных результатов необходимо, чтобы разница в концентрации и распределении размеров частиц в исходном аэрозоле и в пробе была возможно меньше. Эта разница вызвана отчасти осаждением аэрозоля в самом приборе, в частности в трубке, через которую аэрозоль вводится в прибор, отчасти явлениями,

происходящими у входного отверстия прибора (начала заборной трубки). Осаждение частиц аэрозоля в заборной трубке и в других частях приборов рассматривается в § 26, 39 и 46, мы же остановимся лишь на первом этапе забора пробы, протекающем у входа в прибор.

При заборе пробы из текущего аэрозоля необходимо соблюдение следующих условий. Если заборная трубка будет расположена под углом к направлению потока (рис. 38,а, 39,з), то некоторые частицы благодаря инерции будут осаждаться на внутренней стенке трубки, и концентрация

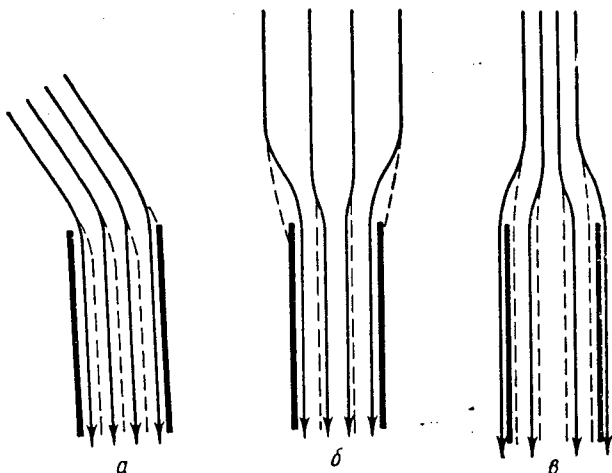


Рис. 38. Различные случаи забора проб аэрозоля.

аэрозоля в пробе станет ниже действительной. Если заборная трубка расположена параллельно потоку, но скорость течения в ней больше (рис. 38,б, 39,з) или меньше (рис. 38,в, 39,б), чем в главном потоке, то в первом случае в трубку не попадут частицы из крайних входящих в нее линий тока, а во втором случае в нее попадут частицы из ближайших проходящих вне ее линий тока. Таким образом, в первом случае концентрация аэрозоля в пробе будет занижена, во втором — завышена. При правильном («изокинетическом») заборе пробы (рис. 39,а) скорости течения в трубке и в главном потоке должны быть равны. Кроме того, стенки трубки у входного отверстия должны быть достаточно тонки, чтобы можно было пренебречь осаждением частиц на торце трубки.

Для теории забора пробы из оседающего под действием постоянной силы (например, силы тяжести) аэрозоля полезны следующие положения [211], справедливые в том случае, когда инерцией частиц можно пренебречь, т. е. согласно сказанному выше (стр. 140) при малой скорости течения при заборе пробы.

1) Никакое течение в облаке седиментирующих безинерционных частиц с равномерной начальной концентрацией не может изменить эту

концентрацию¹ (на достаточном расстоянии от границ облака). Для неседиментирующих частиц это положение очевидно, так как они себя

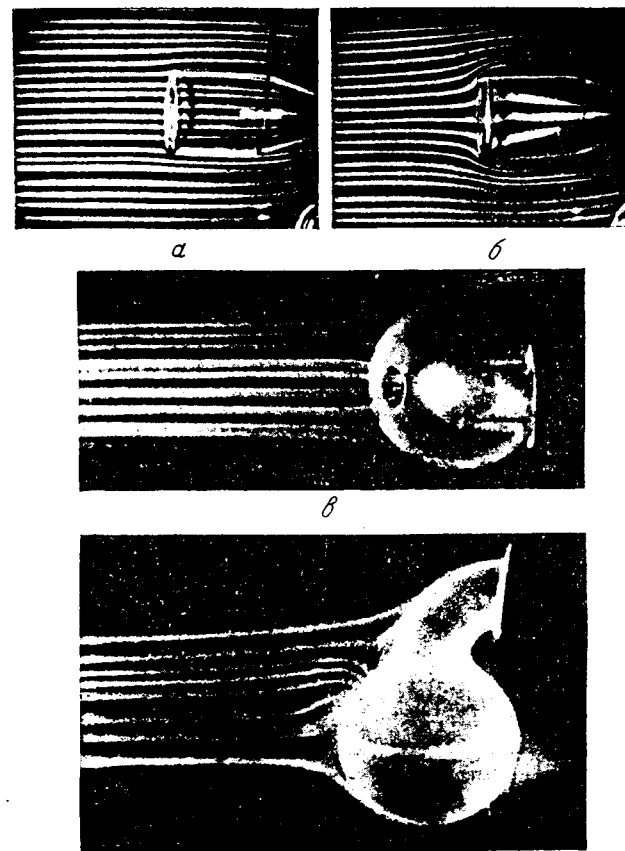


Рис. 39. Фотографии линий тока при заборе проб.

ведут подобно молекулам среды. Осаждение частиц со скоростью V_s эквивалентно осаждению всего облака с той же скоростью, так что внутри его концентрация не изменяется. В полидисперсном облаке осаждение нарушает равномерность концентрации лишь у верхней и нижней границ облака.

2) Число частиц седиментирующего безинерционного облака, проходящих в 1 сек. через данную неподвижную площадку, горизонтальная

¹ При наличии инерции это положение, конечно, неверно. Так, в вихревой трубке концентрация частиц будет уменьшаться.

проекция которой имеет площадь S , равна числу частиц, которые прошли бы через площадку в отсутствие оседания, плюс число частиц, которые прошли бы через нее в отсутствие движения среды, т. е. $V_s S$. Это положение вытекает из того, что полная скорость частиц в таком облаке есть векторная сумма скорости среды и скорости оседания в неподвижной среде.

Отсюда, в частности, следует, что при заборе пробы аэрозоля через горизонтальную трубку из камер, помещений и т. д., если можно пренебречь инерцией частиц, должны получаться правильные результаты. При заборе же через вертикальную направленную вверх трубку концентрация аэрозоля в пробе будет больше истинной в $1 + (V_s/\bar{U})$ раз, где \bar{U} — средняя скорость течения в трубке.

Вывод, касающийся горизонтального засоса аэрозоля, полезно проверить на конкретном примере — засосе через бесконечно узкую, бесконечно длинную горизонтальную щель в бесконечно тонкой вертикальной стенке¹. Здесь можно приять линии тока за прямые (рис. 40), а скорость течения равной $\Phi'/\pi\rho$, где Φ' — объем газа, засасываемый в 1 сек. на 1 см длины щели, ρ — расстояние от щели. В том случае, если можно пренебречь инерцией частиц, составляющие скорости их равны

$$V_x = -\frac{\Phi'x}{\pi\rho^2}, \quad V_y = -\frac{\Phi'y}{\pi\rho^2} + V_s. \quad (32.1)$$

Отсюда для траектории частиц можно найти уравнение

$$(x_0 - x)V_s/\Phi' = \varphi/\pi, \quad (32.2)$$

где значение угла φ видно из рис. 40, а x_0 означает начальную координату частицы (при $y = -\infty$). При $x_0 V_s/\Phi' < 1$ частицы засасываются, при $x_0 V_s/\Phi' > 1$ падают мимо щели. Таким образом, в щель попадают частицы, первоначально находившиеся в прилегающем к стенке слое толщиной $\Delta = \Phi'/V_s$. При $y = -\infty$ через направленную по оси x горизонтальную полоску шириной 1 см проходит в 1 сек. $N = n V_s \Delta$ седиментирующих частиц, принадлежащих этому слою (n — концентрация аэрозоля).

¹ Аналогичная задача — засос аэрозоля через точечное отверстие, рассмотрена Дэвисом [212].

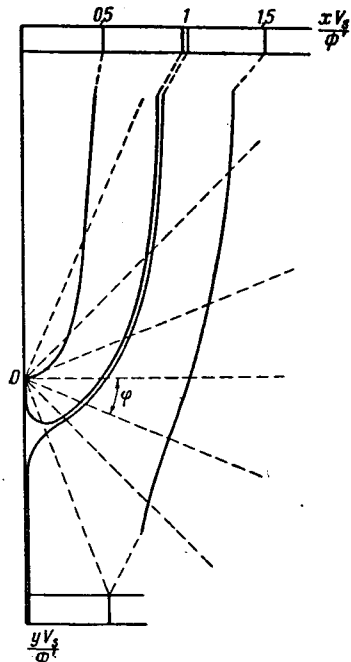


Рис. 40. Забор пробы в бесконечно узкую горизонтальную щель.

Концентрация в пробе равна, очевидно, $N/\Phi' = n$, т. е. исходной концентрации.

Из рис. 40 видно, что при наличии инерции частицы, движущиеся вблизи предельной траектории слева от нее, выйдут из безинерционных траекторий и не попадут в щель, а либо осядут на стенке под щелью, либо упадут вниз. Таким образом, суммарный эффект седиментации и инерции приводит к уменьшению концентрации в пробе, тогда как в отдельности ни седиментация, ни инерция не дают такого уменьшения.

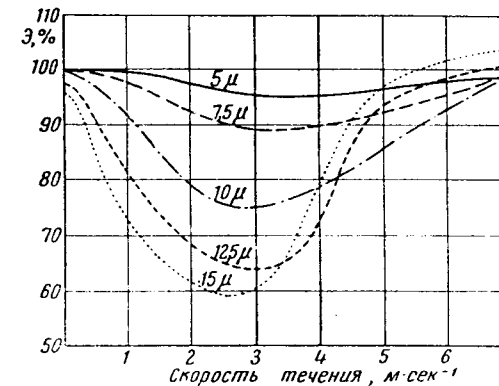


Рис. 41. Эффективность забора пробы аэрозоля из потока.

При переходе к щели конечной ширины $2h$ разбираемый здесь эффект должен, конечно, уменьшиться. Грубое представление о величине эффекта можно получить следующим образом. При повороте кверху частицы сдвигаются вниз из безинерционных траекторий на величину $\bar{V}\tau$, где \bar{V} — средняя скорость частиц у поворота — имеет величину порядка V_s . Таким образом, относительное количество потерянных частиц $\approx V_s \tau / 2h = g \tau^2 / 2h$, что соответствует эффективности забора пробы:

$$\mathcal{E} \approx 1 - \frac{g \tau^2}{2h}. \quad (32.3)$$

Для данного аэрозоля, т. е. при данном τ , ошибка обратно пропорциональна высоте заборного отверстия. Этот вывод, повидимому, имеет общее значение: так как для правильности забора пробы имеет значение выход частиц только из проходящих у краев входного отверстия безинерционных траекторий, то чем больше отношение площади отверстия к его периметру, т. е. чем больше отверстие, тем меньше будет ошибка.

Экспериментально подробно исследован вопрос о зависимости между эффективностью забора пробы из потока и скоростью последнего при постоянной скорости засоса. На рис. 41 приведены результаты опытов Мея [213]: туманы различной дисперсности пропускались с разной

скоростью по горизонтальной аэродинамической трубе и засасывались через 6-мм круглое отверстие, расположенное под углом в 45° к горизонтالي, со скоростью $6 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ (см. рис. 39, з). Такой же вид эти графики имеют и при засасывании аэрозолей через трубку, направленную навстречу потоку [214]. Как видно из рис. 41, при заборе пробы из неподвижного воздуха получается практически 100%-ная эффективность. При возрастании скорости потока эффективность сперва падает, затем возрастает и снова достигает 100% в изокINETических условиях. Объясняется это тем, что при заборе пробы из неподвижного воздуха линии тока прямолнейны или слегка выпуклы в сторону оси струи и, следовательно, инерционные потери не имеют места. При заборе пробы из потока линии тока на некотором расстоянии от входного отверстия приобретают вогнутость в сторону оси, причем кривизна их вначале возрастает по мере увеличения скорости потока, а следовательно, возрастает и потеря частиц. При дальнейшем увеличении скорости потока кривизна линий тока начинает убывать, доходя до нуля при изокINETическом заборе пробы.

То, что по величине \mathcal{E} частицы разного размера не располагаются на рис. 41 в одном и том же порядке, объясняется, вероятно, неточностью измерений. 100%-ная эффективность достигается в среднем при скорости потока, превышающей скорость засоса, что объясняется затормаживанием потока вблизи прибора, в который засасывается проба. Точное совпадение этих скоростей при 100%-ной эффективности может наблюдаться лишь при применении длинной узкой заборной трубки с очень тонкими стенками.

§ 33. Щелевые приборы

При исследовании аэрозолей, особенно в гигиенических работах, широко используются щелевые приборы для осаждения частиц [215]. В этих приборах аэрозоль пропускается со скоростью порядка $100\text{--}200 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ через плоскую щель или круглое отверстие, за которым помещается перпендикулярно к потоку стеклянная пластинка. Выходящая из щели струя аэрозоля ударяется о пластинку и растекается по ней. Частицы выходят благодаря инерции из линий тока и осаждаются на пластинке. Осадок в виде прямой черты или круглого пятна исследуется под микроскопом. Для улучшения прилипания твердых частиц к пластинке она либо смазывается глицерином, сплавом канифоли с касторовым маслом, полиизобутиеном и т. д., либо в камере прибора создается при помощи влажной бумаги высокая влажность: при адиабатическом расширении газа, выходящего из щели, на частицах конденсируется влага, способствующая прилипанию. Если заменить стеклянную пластинку медленно вращающейся чашкой Петри, покрытой слоем питательного агара, получается удобный прибор для определения числа частиц аэрозоля в 1 см^3 воздуха, содержащих те или иные микроорганизмы [216].

В импиджере осаждение происходит на дне пробирки с водой. Аэрозоль подводится через трубку с оттянутым кончиком, отстоящим на рас-

стоянии нескольких мм от дна пробирки. При пропускании аэрозоля газ вытесняет воду, дно пробирки обнажается, частицы ударяются о смоченную поверхность стекла и смываются водой. Неосадившиеся при ударе о дно пробирки частицы, вероятно, дополнительно улавливаются при

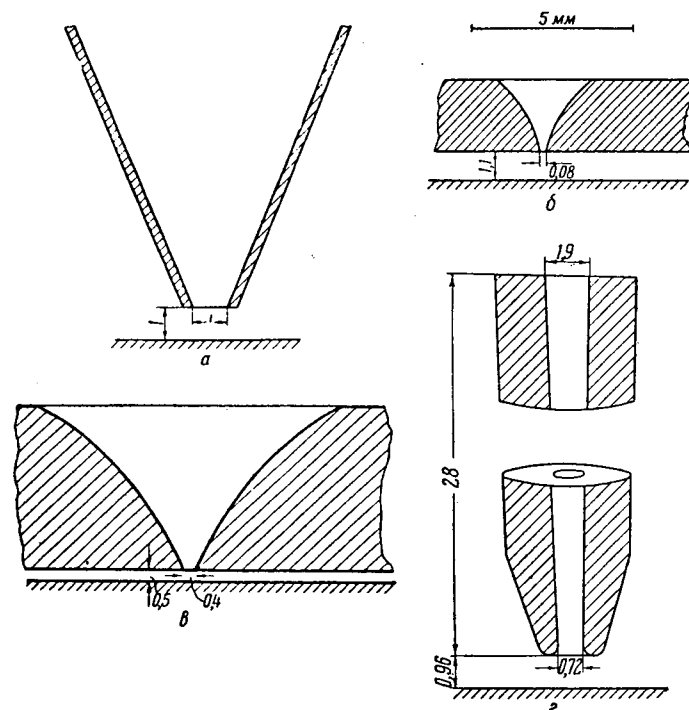


Рис. 42. Профили различных щелевых приборов.

прохождении пузырьков газа через слой воды. Исследование частиц производится в этом случае в получившейся указанным путем суспензии.

Стенки щелей делаются либо плоскими (рис. 42, а), например в импакторе Мея [217], либо закругленными, например в приборе Оуенса [218] (рис. 42, б) или Бауша и Лэмба (рис. 42, в). В случае круглого отверстия стенки делаются коническими, например в кониметре Котце (рис. 42, г). Как мы увидим ниже, профиль щели оказывает в некоторых случаях существенное влияние на работу прибора. Отношение расстояния от щели до пластинки к ширине щели в различных приборах равно $1,0\text{--}2,0$ и, по данным ряда авторов, не отражается заметно на эффективности осаждения.

Единственная попытка строгого расчета движения частиц в щелевых приборах принадлежит Девису [219]. При этом он принял, что длина щели бесконечно велика по сравнению с ее шириной $2h$, течение повсюду

потенциальное, а внутри щели и над пластинкой на достаточно большом расстоянии от щели течение прямолинейно и параллельно стенкам с постоянной по всему сечению струи скоростью (т. е. что пограничный слой отсутствует). Отсюда было определено поле течения и, в частности, выведена следующая зависимость между отношениями $\beta = d/2h$ и $\alpha = h/\Delta$, где d — расстояние от щели до пластинки, Δ — толщина струи на бесконечно большом расстоянии от щели (рис. 43):

$$2\beta = \frac{(\alpha^2 + 1) \ln(\alpha + 1)}{\pi\alpha^2(\alpha - 1)} + \frac{1}{\alpha}. \quad (33.1)$$

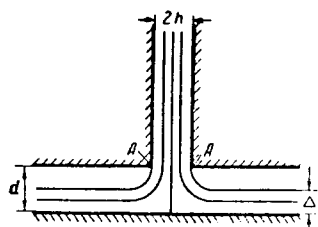


Рис. 43. Поле течения в щелевом приборе.

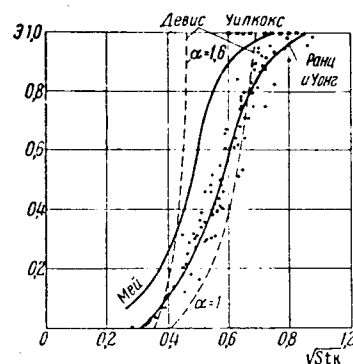


Рис. 44. Эффективность щелевых приборов.

Далее, указанным в § 31 методом приближенных вычислений были рассчитаны траектории частиц и эффективность осаждения в функции $Stk = l_i/2h$ для $\alpha = 1,0$; 1,6; 2,5 и 5,0. На рис. 44 представлены кривые для $\alpha = 1,0$ ($\beta = \infty$) и $\alpha = 1,6$ ($\beta = 0,8$), а также данные, полученные в других рассмотренных ниже теоретических и экспериментальных исследованиях. На оси абсцисс отложена величина $\sqrt{Stk} = \sqrt{l_i/2h}$, пропорциональная радиусу частиц. Как видно из кривых Девиса, существуют критические значения числа Стокса (Stk_{kr}), ниже которых осаждение в щелевом приборе равно нулю. Для $\alpha = 1$ $Stk_{kr} = 0,16$, для $\alpha = 1,6$ $Stk_{kr} = 0,12$. Эти значения Stk_{kr} близки к найденным опытным путем (см. ниже). Однако при вычислении движения частиц по центральной (проходящей через ось щели) линии тока Девис пришел к значению $Stk_{kr}' = 0,32$, совпадающему с найденным Л. Левиным [220] аналитическим путем (см. стр. 157) значением $1/\pi$, но сильно отличающемуся от экспериментального значения. Аналогичное расхождение получается для критических точек и при других α . Причину этого расхождения объяснить довольно трудно.

Попытаемся рассчитать эффективность осаждения частиц в щелевом приборе следующим примитивным способом: примем, что $\Delta = h$, что скорость течения U_0 постоянна по сечению струи на всем ее протяжении

и что линии тока в закруглениях — дуги окружностей с центрами в точках AA (см. рис. 43). Примем далее, что тангенциальные скорости частицы и среды совпадают. Частица обладает нормальной к линиям тока скоростью $V_p = U_0^2/\rho$, где ρ — радиус кривизны линии тока, и за время dt сместится по отношению к среде на расстояние $dp = V_p dt$ в направлении ρ или на $dz = V_p \sin \varphi dt$ по направлению к пластинке. Считая полное смещение частицы по отношению к среде за время движения по закруглению малым, т. е. ρ — постоянным, найдем для составляющей этого смещения по направлению к пластинке величину¹

$$\Delta z = \int \frac{U_0^2 \tau \sin \varphi}{\rho} dt = U_0^2 \tau \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = U_0^2 \tau = l_i. \quad (33.2)$$

Таким образом, для эффективности осаждения получается простое выражение

$$\mathcal{E} = l_i/h = 2 Stk. \quad (33.3)$$

Хотя формула (33.3) при больших \mathcal{E} более или менее согласуется с экспериментальными данными, однако она обладает крупным принципиальным недостатком: согласно этой формуле критического числа Стокса не существует, что противоречит указанному выше более строгому выводу и опытным данным (см. ниже). Нетрудно видеть причину этой ошибки: при малых значениях \mathcal{E} и Stk осаждение происходит лишь из ближайших к оси щели линий тока, проходящих вблизи точки застоя, где скорость течения сильно уменьшается и инерционное смещение частиц из линий тока незначительно. В упрощенном же поле течения скорость течения по таким линиям и инерционное смещение велики. Для удаленных от оси щели линий тока упрощенное поле течения приближается к истинному и наш примитивный расчет делается более или менее правильным.

Переходя к опытным данным об эффективности щелевых приборов, необходимо иметь в виду, что для сравнения с теорией можно брать лишь результаты опытов по осаждению туманов, так как в опытах с твердыми частицами получается ряд осложнений, о которых будет идти речь ниже. Наиболее точными являются, повидимому, опыты Ранца и Уонга [222] с довольно монодисперсными глицериновыми туманами с радиусом частиц, изменявшимся в различных опытах от 0,17 до 0,69 μ . Ширина плоских щелей равнялась 0,2—0,7 мм, круглых отверстий — 1,0—1,9 мм, скорость течения в щели 10—180 м · сек⁻¹. Величина отношения $d/2h$ изменялась в пределах 1—3 и не влияла заметно на результаты. На рис. 44 приведены результаты опытов с плоскими щелями (экспериментальные точки и проведенная по ним кривая). Для Stk_{kr} получается значение $\sim 0,11$. Если абсциссы всех точек кривой для плоской щели уменьшить в 1,5 раза, получается довольно точно кривая для круглого отверстия.

¹ В работе Уилкокса [221] для Δz выведено неправильное выражение $\frac{\pi}{2} l_i$.

дающего, таким образом, большую эффективность, чем плоская щель при той же ширине.

Опыты Мея [217] проводились с каскадным импактором, в котором аэрозоль последовательно пропускается через четыре щелевых прибора с постепенно уменьшающейся шириной щели и увеличивающейся скоростью течения, задерживающие все более мелкие фракции. На рис. 44 приведены результаты, полученные в третьем каскаде с шириной щели 1 мм и скоростью течения $50 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Как можно судить по приведенным в статье Мея кривым эффективности осаждения в каждом каскаде в функции размера капелек, обрывающимся примерно при $Stk = 0,06$ (см. рис. 44), $Stk_{кр}$ должно быть близко к этой величине. Однако сам Мей об этом не упоминает и свою кривую (Θ, Stk) произвольно проводит через начало координат.

В большинстве работ по щелевым приборам определялись лишь минимальные размеры частиц, полностью осажденных в приборе при данной скорости течения (т. е. минимальные значения Stk для $\Theta = 1$). Результаты обширных опытов Уилкокса [221] на приборах разных конструкций с шириной щели 0,25–6 мм и со скоростью течения 2,2–174 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$ дают, как видно из рис. 44, большой разброс, причем обнаружить какую-либо зависимость между значениями Stk , соответствующими полному осаждению, и режимом работы прибора довольно трудно.

Далее из рис. 44 следует, что совпадение между теоретическими и экспериментальными кривыми эффективности щелевых приборов, а также между данными опытов разных авторов довольно плохое. В настоящее время трудно указать основную причину этих расхождений. Характерное отличие теоретических кривых от экспериментальных состоит в том, что последние заметно загибаются вправо при больших значениях Θ , а это означает, что частицы, движущиеся по наиболее удаленным от оси щели линиям тока, осаждаются особенно плохо и что к ним приведенные выше теоретические расчеты неприменимы. Повсюду вероятности это объясняется завихрениями, неизбежно возникающими у свободной поверхности струи и выходе ее из щели и вызывающими размывание этой поверхности.

При работе с твердыми частицами аэрозоля эффективность щелевых приборов может значительно снизиться благодаря сдуванию осажденных частиц с пластины. Так как в условиях работы этих приборов крупные частицы сдуваются легче, чем мелкие, то существует не только нижний, но и верхний предел размеров улавливаемых прибором частиц. Так, по наблюдениям Ц. Пика и Л. Шурчилова [223], максимальный радиус частиц карборундовой пыли, задерживаемых в приборе Оуенса, равен 1,8 μ без увлажнения и 3,7 μ с увлажнением. По опытам Джордана [224], в приборе, показанном на рис. 42, а, частицы кварца с $r = 2 \mu$ и 1μ начинают заметно сдуваться с сухой стеклянной пластинки при скорости воздуха в щели соответственно 60 и 150 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Явление сдувания в приборах с круглым отверстием приводит к любопытному эффекту: вокруг

густого центрального осадка диаметром порядка 1 мм, образующегося против самого отверстия, нередко можно обнаружить размытое кольцо диаметром 5–10 мм из частиц, сдутых потоком из центрального осадка и остановившихся там, где скорость потока достаточно снизилась [225].

Особенно велико сдувание частиц в приборе Оуенса (см. рис. 42, б), так как в нем скорость воздуха очень велика ($300 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$); заметно сдуваются уже частицы с $r = 0,5 \mu$. В приборе Бауша и Лэмба (см. рис. 42, в) со скоростью воздуха около 150 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$ сдувание значительно меньше [218].

Лучшим способом борьбы со сдуванием является, повидимому, смазка пластинки достаточно вязким и липким составом. Таким путем удается практически устранить сдувание частиц угольной пыли с радиусом до 4 μ при скорости течения в щели 200–300 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Без смазки частицы с $r = 4 \mu$ сдувались в этих условиях полностью. Увлажнение воздуха дает значительно худшие результаты, чем смазка, не только для угольной, но и для гидрофильной кварцевой пыли [218].

Другое свойственное щелевым приборам вторичное явление — раздробление частиц при ударе о поверхность пластинки. Это явление наблюдается на частицах диаметром 5–10 μ таких твердых и хрупких веществ, как кварц и ортоклаз [226]. Интересно, что более мягкие, пластичные частицы, например споры растений, остаются при этом в целости.

При работе с пылями, содержащими агрегированные частицы, наблюдается разбивание агрегатов воздушным потоком еще до удара их о пластинку. Что агрегаты действительно разбиваются до соприкосновения с пластинкой, было доказано Девисом следующим образом [218]. Угольная пыль пропускалась через 0,4-мм щель без пластинки и определялись (посредством термопреципитатора) счетная концентрация пыли и распределение размеров частиц до и после щели. При скорости 50 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$ пыль не изменялась, а при 170 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$ число мелких частиц значительно возрастало, а крупных — убывало. При заборе пыли в щелевой прибор с хорошей смазкой пластинки число частиц с радиусом 1 μ не изменялось, выше 1 μ — несколько убывало, ниже 1 μ — увеличивалось в несколько раз. Во влажном воздухе эффект уменьшается, так как влага делает агрегаты более прочными. Эффект сильно зависит от профиля щели: в щелях с закругленным профилем он гораздо больше, чем в щелях с коническим профилем. Причина разбивания агрегатов заключается, по мнению Девиса, в огромной относительной скорости движения частиц и среды у входа в щель вследствие инерции частиц. Так, в щели, изображенной на рис. 42, б, для частиц с радиусом 10 μ относительная скорость достигает по расчету 150 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Ясно, что при коническом профиле, т. е. при равномерном ускорении потока, относительная скорость должна быть меньше, чем при закругленном профиле. Важным фактором при дезагрегации частиц воздушным потоком является также неравномерность потока, наличие очень больших градиентов скорости течения у входа в щель (см. стр. 333).

В щелях с закругленным профилем, по Девису, имеет место также инерционное осаждение частиц на стенках самой щели. Это явление возрастает с увеличением линейной скорости воздуха в щели и поэтому особенно сказывается в приборе Оуенса.

На том же принципе удара струи аэрозоля о поверхность основаны некоторые технические аппараты для обеспыливания газов [227]: газ пропускается через большое число отверстий диаметром 2—5 мм в металлической пластинке и ударяется о другую пластинку, расположенную параллельно первой на расстоянии 2—3 мм от нее. К сожалению, никаких данных об эффективности этих аппаратов по отношению к частицам определенной величины не имеется, так что сравнение с теорией произвести невозможно.

§ 34. Инерционное осаждение аэрозолей на телах простой формы

Несмотря на большое практическое значение инерционного осаждения частиц аэрозоля из потока на телах различной формы, по этому вопросу опубликовано очень мало экспериментальных работ. Значительно больше сделано теоретических расчетов коэффициента осаждения (см. стр. 138) частиц на телах простой формы. Такие расчеты были выполнены указанным в § 30 методом для случаев осаждения при обтекании шара и бесконечно длинного цилиндра и плоской полосы, расположенных перпендикулярно к потоку. В основу этих вычислений положены следующие гидродинамические формулы (написанные в безразмерных координатах).

1. Обтекание бесконечно длинного круглого цилиндра идеальной жидкостью (потенциальное течение) [228]¹

$$U_x = 1 - \frac{\cos 2\theta}{\rho^2}, \quad U_y = -\frac{\sin 2\theta}{\rho^2}. \quad (34.1)$$

2. Обтекание бесконечно длинного круглого цилиндра вязкой жидкостью при малых Re_f [229]²

$$U_x = \frac{\ln \rho - 0,5 \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) \cos 2\theta}{2,002 - \ln Re_f}, \quad U_y = -\frac{0,5 \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) \sin 2\theta}{2,002 - \ln Re_f}. \quad (34.2)$$

3. Обтекание шара идеальной жидкостью [230]

$$U_x = 1 + \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{2\rho^3}, \quad U_y = -\frac{3}{4} \frac{\sin 2\theta}{\rho^3}. \quad (34.3)$$

4. Обтекание шара вязкой жидкостью при малых Re_f [231]

$$U_x = 1 - \frac{3}{4\rho} (1 + \cos^2 \theta) - \frac{1}{4} \frac{1}{\rho^3} (1 - 3 \cos^2 \theta),$$

$$U_y = -\frac{3}{8} \frac{\sin 2\theta}{\rho} \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right). \quad (34.4)$$

¹ Потенциальное обтекание бесконечно длинной полосы см. [232].

² Мы включили эту формулу для полноты, хотя расчеты коэффициента осаждения для этого случая опубликованы не были.

В этих формулах U_x и U_y — составляющие скорости течения; при этом скорость течения на бесконечно большом расстоянии от тела U_0 (направленная в положительную сторону оси x) принята за единицу. ρ — расстояние от центра шара или оси цилиндра, причем их радиус принят за единицу. θ — угол между радиусом-вектором и осью x . Поля течения в случаях 3 и 4 изображены на рис. 45, а и б.

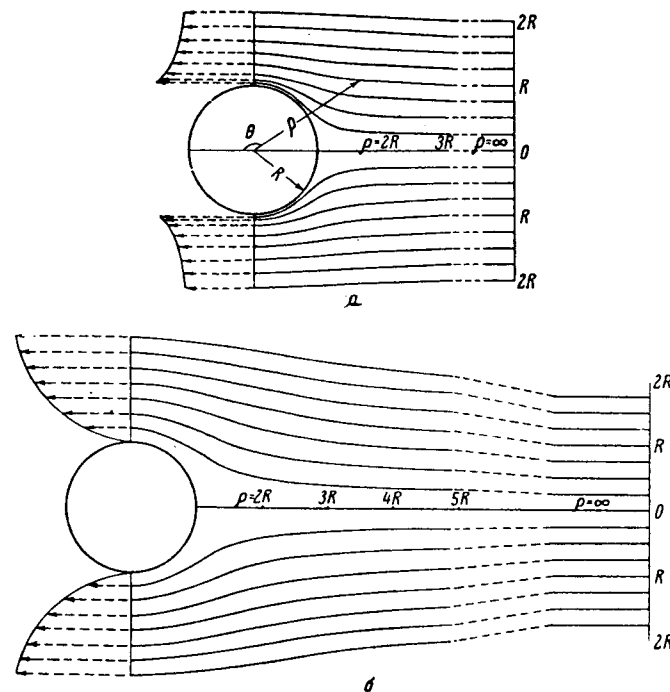


Рис. 45. Поле течения при потенциальном (а) и вязком (б) обтекании шара.

По поводу приведенных выше формул заметим следующее. Формулы (34.2) и (34.4) точно описывают движение среды вблизи от цилиндра или шара, но делаются все более неправильными по мере удаления от него. Так как при вычислении коэффициента осаждения частиц из потока основное значение имеет их движение вблизи обтекаемого тела, то расчеты, основанные на этих формулах, вероятно, близки к действительности. Известно, что осесимметричные формулы обтекания шара вязкой жидкостью лучше передают движение среды вдали от шара и хуже — вблизи от него, чем формулы Стокса (34.4) [233]. Поэтому в данном случае целесообразно пользоваться последними.

По мере возрастания Re_f окружающая тело при вязком обтекании толстая рубашка из заторможенной телом среды постепенно утоньшается и превращается в пограничный слой. За телом характер течения при этом

резко изменяется, в нем возникают вихри, а при очень больших Re , течение делается турбулентным. Напротив, перед телом ламинарный характер течения сохраняется даже при очень больших Re , (если течение нетурбулентно само по себе), и формулы (34.1) и (34.3) точны вплоть до прилегающего к телу пограничного слоя, в котором происходит возрастание скорости течения от нуля до выражаемой этими формулами величины. Толщина пограничного слоя при возрастании Re , непрерывно уменьшается. Так как инерционное осаждение частиц, рассчитываемое по формулам, приведенным выше, происходит на наветренной, т. е. обращенной навстречу потоку, стороне тела, то завихрения и турбулентность за телом не влияют на осаждение. С другой стороны, эти завихрения иногда приводят к осаждению частиц на подветренной стороне тела (см. стр. 242).

Переходя к изложению опубликованных результатов вычислений коэффициента осаждения на телах простой формы, подчеркнем, что в этих расчетах не принимались во внимание ни эффект зацепления (см. стр. 140), т. е. они применимы лишь при малой величине отношения размеров частиц и обтекаемого тела, ни влияние пограничного слоя, т. е. для потенциального обтекания они применимы лишь при очень больших Re . К вопросу о величине вызываемых этими упрощениями ошибок мы вернемся немного ниже.

Для потенциального обтекания бесконечно длинного цилиндра наиболее надежными являются весьма близкие друг к другу данные расчетов Лэнгмюра и Блоджетт [234, 235] и И. Мазина [206] (рис. 46). Для Stk_{kr} Лэнгмюр и Блоджетт получили, в частности, значение 0,0625, точно совпадающее с найденным Я. Левиным аналитическим путем, что подтверждает надежность этих расчетов. Результаты более старых работ Селла [204] и Альбрехта [205] в этом и других рассмотренных ниже случаях иногда явно ошибочны и поэтому здесь не приведены.

Ландаль [236] произвел (очень грубо) расчет для обтекания цилиндра при $Re = 10$, используя теоретически вычисленное для этого случая Томом [237] распределение скоростей течения, и пришел к эмпирической формуле

$$\vartheta = \frac{(Stk)^3}{(Stk)^3 + 0,77 (Stk)^2 + 0,22} \quad (34.5)$$

Как видно из рис. 46, при больших значениях Stk кривые для коэффициента осаждения при $Re = 10$ и при очень больших Re , близки друг к другу; при малых Stk коэффициент осаждения значительно возрастает с Re .

Девис [565] произвел расчет для случая $Re = 0,2$. Полученный им график также приведен на рис. 46.

Для потенциального обтекания бесконечно длинной полоски без отрыва течения от краев полоски Лэнгмюр и Блоджетт получили кривую, также изображенную на рис. 46 [238].

При потенциальном обтекании шара коэффициент осаждения может быть по Лэнгмюру и Блоджетт [239, 240] выражен в области $Stk \geq 0,1$

эмпирической формулой (рис. 47)

$$\vartheta = \frac{(Stk)^3}{(Stk + 0,125)^3} \quad (34.6)$$

Для Stk_{kr} получена величина 0,0417 в полном согласии с найденным Л. Левиным теоретическим значением $1/24$.

Для вязкого обтекания шара Лэнгмюр и Блоджетт [239, 241] получили кривую, выражаемую эмпирической формулой

$$\vartheta = \left[1 + \frac{0,75 \ln(4 Stk)}{2 Stk - 1,214} \right]^{-2} \quad (34.7)$$

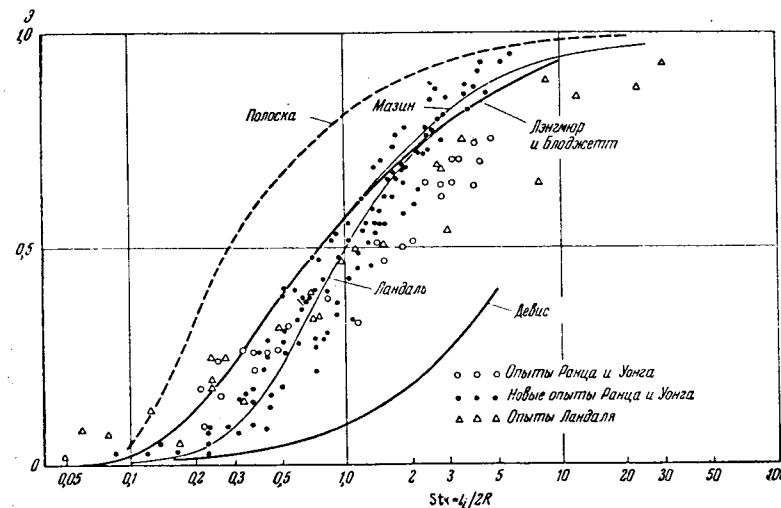


Рис. 46. Эффективность инерционного осаждения на цилиндре.

Как и следовало ожидать, здесь коэффициент осаждения значительно меньше, чем при потенциальном обтекании, и равен нулю уже при $Stk = 0,607$. Для промежуточной гидродинамической области Лэнгмюр предложил вычислять ϑ на шаре путем интерполяции значений, найденных для потенциального и вязкого течений [242]; однако предложенный Лэнгмюром метод интерполяции недостаточно обоснован, а полученные таким путем результаты весьма ненадежны и здесь не приводятся.

Не лишне упомянуть о том, что, хотя ϑ уменьшается с увеличением размера обтекаемого тела, общее количество осадка на теле растет с его размером. Это видно из того, что кривые (ϑ, Stk) в обычных координатах всегда вогнуты к оси абсцисс; поэтому ϑ/Stk , а следовательно, и ϑR уменьшаются с ростом Stk , т. е. с убыванием R .

Крупный шаг в теории инерционного осаждения частиц был сделан Л. Левиным [220], указавшим общий аналитический метод определения Stk_{kr} при потенциальном обтекании тел различной формы. Вблизи точки застоя скорость течения в проходящей через эту точку центральной

линии тока может быть приближенно выражена формулой

$$U_x = -ax, \quad (34.8)$$

если начало координат поместить в точке застоя. Так, например, при обтекании круглого цилиндра скорость течения по центральной линии тока ($\theta = -\pi/2$) согласно (34.1) равна $1 - (1/\rho^2)$ или в новой системе координат при малых x

$$U_x = 1 - \frac{1}{(1-x)^2} \approx -2x, \quad (34.9)$$

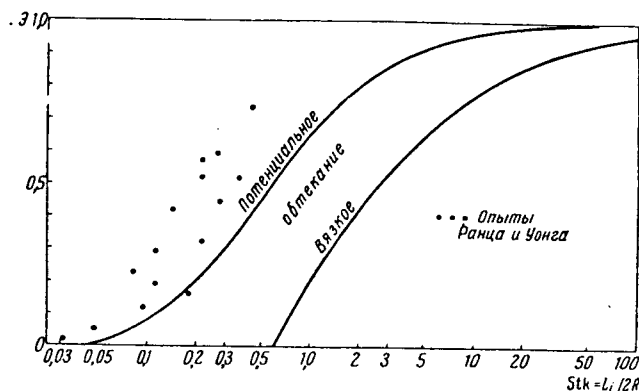


Рис. 47. Эффективность инерционного осаждения на шаре.

т. е. $a = 2$. Дифференциальное уравнение движения частиц по центральной линии тока имеет вид [см. (30.2)]

$$\tau \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - U_x \equiv \tau \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + ax = 0. \quad (34.10)$$

Корни соответствующего характеристического уравнения $\tau\lambda^2 + \lambda + a = 0$ при $1 - 4\tau a < 1$ будут комплексными сопряженными: $\lambda = \alpha \pm i\beta$, и решенные уравнения (34.10) будут иметь общий вид:

$$x = A \cos \alpha t + B \sin \beta t. \quad (34.11)$$

Так как уравнение $A \cos \alpha t + B \sin \beta t = 0$ имеет конечные корни при любых конечных значениях A и B (точки пересечения синусоид $A \cos \alpha t$ и $-B \sin \beta t$), то в случае $1 - 4\tau a < 0$ или $\tau > 1/4a$ частицы должны достигнуть точки застоя за конечное время. В случае $\tau < 1/4a$, как показал Л. Левин, частицы могут достигнуть точки застоя только при $t = \infty$. Принимая во внимание, что в безразмерной системе координат $Stk \equiv \tau U_0 / 2R = \tau/2$, получаем

$$Stk_{kr} = 1/8a. \quad (34.12)$$

В частности, для цилиндра $Stk_{kr} = 1/16$ в согласии с вычислениями Лэнгмюра и Блоджетт. Приведем значения Stk_{kr} , найденные таким путем Л. Левиным для потенциального обтекания некоторых тел простой формы.

При обтекании:

бесконечно длинной полоски шириной $2R$ без отрыва: $1/8$, с отрывом: $2/(\pi + 4)$;

эллиптического цилиндра с отношением большой и малой оси, равным κ : $1/8(1 + \kappa)$;

круглого цилиндра: $1/16$;

шара: $1/24$;

круглого диска: $\pi/32$;

при ударе плоской струи о плоскость под прямым углом при $d/2h = \infty$ (см. рис. 43): $1/\pi$.

Заметим, что в случае вязкого обтекания Stk_{kr} не может быть определено указанным выше путем, так как в этом случае скорость течений у точки застоя не может быть выражена формулой (34.8).

Влияние эффекта зацепления на коэффициент осаждения при малой величине отношения $\kappa = r/R$ можно оценить следующим образом [243]. Рассчитаем, насколько увеличится ε благодаря зацеплению в двух крайних случаях: при $Stk = \infty$, т. е. когда инерция частицы настолько велика, что частица движется все время прямолинейно, и при $Stk = 0$, т. е. когда частица не обладает инерцией и движется по линиям тока. В первом случае приращение ε равно

$$\Delta \varepsilon = \frac{r+R}{R} - 1 = \frac{r}{R} = \kappa \quad (34.13)$$

для цилиндра и

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{r+R}{R}\right)^2 - 1 = \kappa^2 + 2\kappa \approx 2\kappa \quad (34.14)$$

для шара. В случае потенциального обтекания цилиндра с радиусом 1, уравнения линий тока имеют вид $\psi = [\rho - 1/\rho] \sin \theta = C$ (рис. 48). При $\rho \rightarrow \infty$ $C = \rho \sin \theta$. Таким образом, постоянная C есть расстояние h от соответствующей линии тока до оси на бесконечно большом расстоянии от цилиндра. При $\theta = \pi/2$, т. е. в экваториальном сечении, $C = \rho - 1/\rho$. При изображенном на рис. 48 положении частицы $C = 1 + \kappa - 1/(1 + \kappa)$ и, так как для безинерционной частицы без эффекта зацепления $\varepsilon = 0$, следовательно,

$$\Delta \varepsilon = 1 + \kappa - \frac{1}{1 + \kappa} \approx 2\kappa. \quad (34.15)$$

Для потенциального обтекания шара $\psi = [\rho^2 - (1/\rho)] \sin^2 \theta = C^2$

$$\Delta \varepsilon = (1 + \kappa)^2 - \frac{1}{1 + \kappa} \approx 3\kappa. \quad (34.16)$$

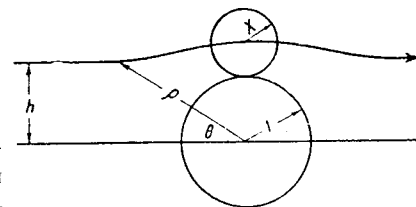


Рис. 48. Эффект зацепления.

Для вязкого обтекания шара $\psi = [\rho^2 - 1,5\rho + (1/2\rho)] \sin^2 \theta = C^2$

$$\Delta\vartheta = (1 + \kappa)^2 - \frac{3}{2}(1 + \kappa) + \frac{1}{2(1 + \kappa)} \approx \frac{3}{2}\kappa^2. \quad (34.17)$$

Для вязкого обтекания цилиндра из формул (34.2) следует, что

$$\Delta\vartheta = \left[(1 + \kappa) \ln(1 + \kappa) - \frac{\kappa(2 + \kappa)}{2(1 + \kappa)} \right] / (2,002 - \ln Re_f). \quad (34.18)$$

Таким образом, при потенциальном обтекании цилиндра $\Delta\vartheta$ лежит между κ и 2κ , при потенциальном обтекании шара — между 2κ и 3κ . Для вязкого обтекания этот метод оценки эффекта зацепления непригоден.

На практике встречаются случаи, когда величина частиц — одного порядка с поперечным размером обтекаемого тела. Например, при изучении атмосферных аэрозолей их осаждают на тончайших нитях (толщиной 0,1 μ), натянутых перпендикулярно к ветру. Такие нити либо вытягивают из растворов высокополимеров [244], либо же используют паутинки, выделяемые некоторыми пауками [245]. Если размер частицы превышает диаметр нити, можно пренебречь отклонением траектории частиц от прямолинейности, т. е. коэффициент осаждения будет практически равен $1 + (r/R)$ [см. формулу (34.13)].

Влияние пограничного слоя на величину коэффициента осаждения заключается в том, что ближайшие к телу линии тока несколько отодвигаются от него. За меру толщины пограничного слоя примем «толщину вытеснения» [246] δ , т. е. будем считать, что внутри слоя скорость течения равна нулю, а вне слоя выражается гидродинамическими уравнениями (34.1) или (34.3)¹. В таком случае ближайшая к телу линия тока отодвинется от него на расстояние δ . Очень грубо можно считать, что на такую же величину отодвинется от тела и траектория частиц, определяющих величину ϑ , т. е. наиболее удаленных от оси, но еще осаждающихся на теле. В этом предположении влияние пограничного слоя делается таким же, как и влияние эффекта зацепления для частиц с радиусом $r = \delta$, но противоположно ему по знаку.

Толщина вытеснения несколько возрастает от точки застоя к экваториальному сечению, близ которого происходит отрыв пограничного слоя от тела. Отношение $\delta Re_f^{1/2} / R$ для цилиндра равно 0,44 у точки застоя ($\theta = 0^\circ$), 0,57 при $\theta = 60^\circ$ и 0,80 при $\theta = 90^\circ$ [247]. Значения δ для шара — почти такие же. Так как интересующие нас частицы осаждаются примерно при $\theta = 60-80^\circ$, примем $\delta Re_f^{1/2} / R = 0,7$. Таким образом, уменьшение ϑ благодаря пограничному слою для цилиндров лежит, грубо говоря, между $0,7 Re_f^{-1/2}$ и $1,4 Re_f^{-1/2}$, для шаров — между $1,4 Re_f^{-1/2}$ и $2,1 Re_f^{-1/2}$. Было бы крайне желательно произвести расчет траекторий частиц и эффективности осаждения с учетом пограничного слоя и эффекта зацепления. В этом случае

¹ Мы ограничиваемся случаем ламинарности пограничного слоя до точки отрыва ($Re_f < 10^5$).

следует определить ϑ в функции двух параметров — Stk и Re_f , или, что то же самое, Stk и r/R .

Такой расчет произведен Девисом для цилиндра при $Re = 0,2$. Результаты расчета автор выразил эмпирической формулой

$$\vartheta = 0,16 [\kappa + (0,5 + 0,8\kappa) Stk - 0,1052 \kappa Stk^2]. \quad (34.19)$$

Экспериментально эта формула не проверялась.

Переходим к экспериментальным исследованиям инерционного осаждения аэрозолей на телах простой формы. Ставя вертикально и перпендикулярно ветру цилиндры диаметром 0,1—9 мм, Ландаль [236] определял количество осадившегося на них тумана, полученного механическим распылением бутылфталата. Средний радиус капелек изменялся в пределах 1,6—13 μ , скорость ветра — в пределах 0,5—4 м·сек⁻¹, так что Re_f равнялось 2,5—2500. Некоторые из данных Ландаля приведены на рис. 46. Они дают большой разброс, и выяснить из них, как влияет Re_f на вид кривой (ϑ, Stk), невозможно. Надо вообще заметить, что весьма полидисперсные туманы, получаемые механическим распылением, представляют собой исключительно неудачный объект для такого рода исследований.

Опыты Иеманса [248], изучавшего осаждение тумана на круглых дисках, поставленных перпендикулярно к ветру, трудно использовать, так как они проводились при очень малых значениях Stk и ϑ .

Опыты Ранца и Уонга [222] были проведены с более или менее изодисперсными серноокислотными туманами со средним радиусом капелек 0,18—0,65 μ при скорости воздуха в аэродинамической трубе 12—97 м·сек⁻¹. Осаждение происходило на проволочке диаметром 77 μ и на шарике диаметром 0,9 мм. Таким образом, в первом случае Re_f равнялось 55—450, во втором 650—5000. Более высоких Re_f нельзя было получить вследствие срывания жидкости с поверхности при больших скоростях течения. Как видно из рис. 46, в случае цилиндра опытные данные Ранца и Уонга согласуются с теоретической кривой Ландаля при малых Stk и несколько меньше теоретической величины при больших Stk . На рис. 46 приведены также результаты более поздних измерений, проведенных этими авторами [566] на проволочках с диаметром 29—106 μ при $Re_f = 13-330$.

Учитывая трудности получения точных и воспроизводимых результатов в таких опытах, следует считать в данном случае согласие между теорией и опытом удовлетворительным. Напротив, в случае осаждения на шаре (см. рис. 47) экспериментальные значения ϑ в несколько раз больше теоретических. Причина расхождения лежит, повидимому, в какой-то ошибке в постановке опытов с шариком.

М. Химач и Н. Шишкин [249] изучали посредством микроскопа рост капелек воды с радиусом порядка 0,1 мм, подвешенных на стеклянных нитях в аэродинамической трубе, через которую продувался со скоростью от 0,3 до нескольких м·сек⁻¹ конденсационный водяной туман с радиусами капелек 3—12 μ . Величина числа Re_f в этих опытах порядка 10. Авторы

приняли, что обтекание неподвижных капель воздухом было стоковское, и для расчета коэффициента осаждения применили эмпирическую формулу

$$\vartheta = \left(1 - \frac{0,607}{St_k}\right)^2, \quad (34.20)$$

дающую для ϑ значения, довольно близкие к вычисляемым по формуле (34.7), но более удобную для интегрирования. Найдя из микрофотографий распределение размеров капелек в тумане, авторы не воспользовались этим распределением непосредственно, а определили по нему радиус r_m , отвечающий максимуму на кривой распределения, и, приняв для расчетов асимптотическое распределение М. Смолуховского (49.36), вычислили теоретическую скорость роста капелек за счет инерционного осаждения, принимая, что каждое соприкосновение между каплями ведет к их слипанию. Отношение вычисленной и измеренной скоростей роста капелек в отдельных опытах колебалось очень сильно, но среднее из всех опытов значение этого отношения (0,97) очень близко к единице. Аналогичные результаты получены в опытах Ганна (см. стр. 293).

Найденные Буше [250] значения коэффициента осаждения капелек на пластинке шириной 0,5 см сильно отличались от вычисленных значений, причем отклонения были в обе стороны, но всей вероятности, вследствие несовершенства методики опытов. Следует вообще признать, что экспериментальное изучение инерционного осаждения находится еще в очень несовершенном состоянии.

Представляющая практический интерес в связи с обледенением проводов в высоковольтных линиях проблема осаждения незаряженного водяного тумана на заряженном бесконечно длинном горизонтальном цилиндре с учетом оседания капелек под действием тяжести исследована Коше [185]. Принимая, что обтекание цилиндра воздухом потенциальное, что движение капель подчиняется закону Стокса, что капельки — проводящие, т. е. что индукционный фактор $(\epsilon_k - 1)/(\epsilon_k + 2) = 1$, и пренебрегая инерцией капель, Коше вычислил ϑ для ряда значений E_0^2/R от 0 до 15 400 и U_0/r^2 от 0 до $1,6 \cdot 10^8$ см⁻¹ сек.⁻¹, где E_0 — напряженность электрического поля (в эл.-ст. ед.) у поверхности цилиндра, R — радиус последнего (в см), U_0 — скорость течения вдали от цилиндра (в см.сек⁻¹). Для случая $R = 0,65$ см, $r = 10^{-3}$ см, $E_0 = 100$ кривая ϑ в функции U_0 вычислена также с учетом инерции капелек.

Глава V

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ И ДИФфуЗИЯ В АЭРОЗОЛЯХ

§ 35. Броуновское движение в аэрозолях

Теория броуновского движения достаточно полно освещена в литературе [251, 252, 253], поэтому остановимся лишь на некоторых вопросах, представляющих непосредственный интерес для физики аэрозолей.

Тепловое движение взвешенных в сопротивляющейся среде частиц выражается следующими, выведенными Эйнштейном [254] уравнениями:

$$\overline{x^2} = 2Dt, \quad (35.1)$$

$$D = kTB, \quad (35.2)$$

где $\overline{x^2}$ — средний квадрат смещения частицы по каждой из координатных осей за время t ;

D — характеризующая интенсивность броуновского движения величина — коэффициент диффузии частицы, связанный с ее подвижностью уравнением (35.2).

При выводе этих уравнений необходимо сделать следующие предположения:

- 1) частицы в дисперсной системе движутся независимо друг от друга;
- 2) средняя энергия поступательного движения частицы по каждой координатной оси равна, согласно общему закону статистической механики, $\frac{1}{2} kT$;
- 3) движения частицы за последовательные промежутки времени $0-t$; $t-2t$; $2t-3t$ и т. д. независимы.

Рассмотрим эти предположения в отдельности. Первое предположение эквивалентно условию об отсутствии сил взаимодействия между частицами аэрозоля. Это взаимодействие сводится к гидродинамическим (§ 23), молекулярным и, в случае заряженных частиц, электростатическим силам. Вследствие быстрого и беспорядочного изменения направления броуновского движения частиц усредненные по времени гидродинамические силы должны здесь равняться нулю. Молекулярные силы между частицами могут появиться лишь на расстоянии между ними, малом

по сравнению с их размером, электростатические силы — на расстояниях, в несколько раз превышающих размер частиц.

В том случае, если расстояние между частицами настолько мало, что силы взаимодействия имеют заметную величину, уравнение (5.1) уже неприменимо и должно быть заменено более сложным уравнением, в котором учтено упорядоченное движение частиц под влиянием этих сил (см. § 51).

То, что средняя энергия поступательного теплового движения частицы по каждой координатной оси равна $\frac{1}{2} kT$, не может вызвать, конечно, сомнений

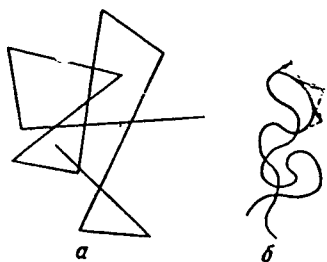


Рис. 49. Траектории молекул газа (а) и броуновских частиц (б).

при отсутствии упорядоченного движения частицы под действием внешних сил. Для того чтобы объяснить результаты некоторых опытов, согласно которым горизонтальное броуновское смещение частиц аэрозоля отлично от вертикального, Ф. Франком [255] было высказано мнение, что в среднюю энергию вертикального броуновского движения следует включить и энергию оседания $mV_s^2/2$. В этом случае на долю теплового движения осталось бы количество энергии, меньшее $\frac{1}{2} kT$, и соответственно должно было бы уменьшиться вертикальное броуновское смещение частиц. Нетрудно видеть, что эта точка зрения противоречит принципам статистической механики.

Предположение о независимости движений частицы за последовательные промежутки времени величиной t можно выразить еще следующим образом [253]: последовательные положения частицы в моменты $0, t, 2t, \dots$ образуют «дискретную цепь Маркова», т. е. положение частицы в момент $(n+1)t$ зависит только от положения ее в предшествующий момент nt , но не зависит от положения в момент $(n-1)t$ и в более ранние моменты. Легко убедиться в том, что время t не может быть сколь угодно малым. Рассмотрим для этого молекулярно-кинетический механизм броуновского движения. На рис. 49 схематически представлены в масштабе $3 \cdot 10^6 : 1$ проекции на плоскость чертежа движения молекулы азота (рис. 49, а) и частицы аэрозоля с радиусом 1μ (рис. 49, б) и плотностью 1 в воздухе при обыкновенном давлении и температуре.

Траектория молекулы газа состоит из отрезков прямой. Каждый отрезок соответствует пути молекулы между двумя столкновениями. При каждом столкновении направление и скорость движения молекулы резко изменяются: если пренебречь персистентностью скорости при столкновениях, можно считать, что все направления для молекулы после столкновения в среднем равновероятны. Если G_0 — скорость, l — средняя длина свободного пути молекулы, а $\tau = G_0/l$ — среднее время прохож-

дения этого пути, то для того, чтобы скорости движения газовой молекулы за последовательные промежутки времени t были независимы, должно быть $t \gg \tau$.

В действительности даже при столкновениях молекул газа имеет место известная персистентность скорости, т. е. частица после столкновения сохраняет в среднем определенную составляющую скорости в прежнем направлении. В случае частиц аэрозоля персистентность скорости выражена неизмеримо сильнее: вследствие большой массы частиц по сравнению с массой молекул газа скорость частицы при столкновении с последними изменяется ничтожно мало. Заметное изменение направления и скорости движения частицы может произойти лишь в результате огромного числа таких столкновений. Поэтому траектория частицы имеет практически форму плавной кривой. Роль средней длины свободного пути здесь переходит к «кажущейся средней длине пути» [256] частицы l_B , т. е. расстоянию, проходимому частицей до полного изменения направления ее движения. l_B можно определить как среднюю длину касательных к траектории частицы до пересечения их с ближайшими перпендикулярными к ним касательными (см. рис. 49, б). Более точно величину l_B можно найти путем следующего рассуждения. Частица все время обладает некоторой поступательной скоростью, средний квадрат которой равен $\overline{G^2} = 3kT/m$. Окружающая среда непрерывно затормаживает поступательное движение частицы согласно общему уравнению (см. 17.7)

$$G = G_0 e^{-t/\tau}. \quad (35.3)$$

Одновременно вследствие флуктуаций в величине импульсов, получаемых частицей от бомбардирующих ее молекул газа, она приобретает скорость в направлении, перпендикулярном к первоначальному направлению. Поэтому, несмотря на указанное затормаживание, средняя абсолютная скорость частицы не изменяется. Путь, пройденный частицей в первоначальном направлении, равен согласно уравнению (17.18)

$$l_B = \bar{G}\tau, \quad (35.4)$$

где τ — время релаксации частицы, \bar{G} — средняя скорость ее теплового движения. Таким образом, направление движения частицы существенно изменяется за время порядка τ , и для того, чтобы положения частицы в моменты $0, t, 2t, \dots$ составляли цепь Маркова, необходимо, чтобы $t \gg \tau$.

Это рассуждение можно уточнить [257, 258] и получить для среднего квадрата смещения частицы по оси x выражение:

$$\bar{x}^2 = 2\bar{G}_x^2\tau [t - \tau(1 - e^{-t/\tau})], \quad (35.5)$$

где \bar{G}_x^2 — средний квадрат скорости частицы в направлении оси x . Так как $\bar{G}_x^2\tau = \frac{kT\tau}{m} = kTB = D$, то формулу (35.5) можно переписать в виде

$$\bar{x}^2 = 2D [t - \tau(1 - e^{-t/\tau})]. \quad (35.6)$$

При $t \gg \tau$ (35.6) переходит в основное уравнение (35.1). При $t \ll \tau$, разлагая в формуле (35.5) $e^{-t/\tau}$ в ряд, получим

$$\bar{x}^2 = \bar{G}_x^2 t^2, \quad (35.7)$$

т. е. уравнение движения частицы с постоянной скоростью \bar{G}_x . Отсюда ясно, что условием применимости основного уравнения (35.1) является требование $t > \tau$.

По мнению некоторых авторов [259], персистентность броуновского движения в вертикальном направлении благодаря оседанию частиц больше, чем в горизонтальном, а поэтому и броуновское смещение должно быть больше, чем по уравнению (35.1). Мы не будем обсуждать этот сложный вопрос; укажем только, что это мнение противоречит результатам точных измерений броуновского движения в газообразной среде (см. § 36).

То важное обстоятельство, что подвижность частицы, входящая в уравнение (35.2), совпадает с подвижностью под действием постоянной силы, вызывало особые сомнения у некоторых авторов ввиду специфического характера броуновского движения. Неосновательность этих сомнений следует из эйнштейновского вывода этого уравнения. Рассмотрим находящуюся в равновесном состоянии в поле силы тяжести изодисперсную систему, частицы которой не коагулируют и не прилипают к стенкам сосуда. Концентрация частиц на высоте z выразится формулой Больцмана

$$n = n_0 e^{\frac{-mgz}{kT}}. \quad (35.8)$$

Через горизонтальную площадку в 1 см^2 , находящуюся на высоте z , пройдет в единицу времени сверху вниз вследствие седиментации

$$I_1 = nV_s \quad (35.9)$$

частиц. Одновременно благодаря диффузии в обратном направлении пройдет¹

$$I_2 = -D \frac{dn}{dz} = \frac{nDmg}{kT} \quad (35.10)$$

частиц. Так как система находится в равновесии, то $I_1 = I_2$, т. е. $\frac{D}{kT} = \frac{V_s}{mg} = B$, откуда следует уравнение (35.2). Из вывода видно, что B означает подвижность при действии постоянной силы, и доказывать это путем подробного исследования механизма броуновского движения [260] нет особенной нужды.

В табл. 13 приведены значения величин, характеризующих броуновское и другие движения частиц аэрозоля — коэффициента диффузии D , средней скорости $\bar{G} = \sqrt{\frac{8G^2}{3\pi}}$, времени релаксации τ , кажущейся средней длины пути l_B , среднего смещения в определенном направлении $\bar{\Delta x}_B = \sqrt{\frac{4Dt}{\pi}}$ (см. стр. 175) за 1 сек. — и для сравнения расстояние Δx_s , про-

¹ О применимости уравнений диффузии к броуновским частицам см. § 37.

ходимое частицей за 1 сек. под действием силы тяжести, для шарообразных частиц различного размера с плотностью 1, находящихся в воздухе при атмосферном давлении и 23° . При этом для подвижности частиц принято выражение (8.6). В последнем ряду таблицы указано, на какую степень γ следует умножить приведенные в таблице значения для частиц с другой плотностью.

Таблица 13
Характеристические величины в механике аэрозолей

r , см	D , см ² · сек ⁻¹	G , см · сек ⁻¹	τ , сек.	l_B , см	$\bar{\Delta x}_B$, см	Δx_s , см
10^{-7}	$1,28 \cdot 10^{-3}$	4965	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$6,59 \cdot 10^{-6}$	$1,28 \cdot 10^{-1}$	$1,31 \cdot 10^{-6}$
$2 \cdot 10^{-7}$	$3,23 \cdot 10^{-3}$	1760	$2,67 \cdot 10^{-3}$	$4,68 \cdot 10^{-6}$	$6,40 \cdot 10^{-2}$	$2,62 \cdot 10^{-6}$
$5 \cdot 10^{-7}$	$5,24 \cdot 10^{-4}$	444	$6,76 \cdot 10^{-3}$	$3,00 \cdot 10^{-6}$	$2,58 \cdot 10^{-2}$	$6,63 \cdot 10^{-6}$
10^{-6}	$1,35 \cdot 10^{-4}$	157	$1,40 \cdot 10^{-2}$	$2,20 \cdot 10^{-6}$	$1,31 \cdot 10^{-2}$	$1,37 \cdot 10^{-5}$
$2 \cdot 10^{-6}$	$3,59 \cdot 10^{-5}$	55,5	$2,97 \cdot 10^{-2}$	$1,64 \cdot 10^{-6}$	$6,75 \cdot 10^{-3}$	$2,91 \cdot 10^{-5}$
$5 \cdot 10^{-6}$	$6,82 \cdot 10^{-6}$	14,0	$8,81 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$	$2,95 \cdot 10^{-3}$	$8,64 \cdot 10^{-5}$
10^{-5}	$2,21 \cdot 10^{-6}$	4,96	$2,28 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-6}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-4}$
$2 \cdot 10^{-5}$	$8,32 \cdot 10^{-7}$	1,76	$6,87 \cdot 10^{-1}$	$1,21 \cdot 10^{-6}$	$1,03 \cdot 10^{-3}$	$6,73 \cdot 10^{-4}$
$5 \cdot 10^{-5}$	$2,74 \cdot 10^{-7}$	0,444	$3,54 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$5,90 \cdot 10^{-4}$	$3,47 \cdot 10^{-4}$
10^{-4}	$1,27 \cdot 10^{-7}$	0,157	$1,31 \cdot 10^{-1}$	$2,06 \cdot 10^{-6}$	$4,02 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-3}$
$2 \cdot 10^{-4}$	$6,10 \cdot 10^{-8}$	$5,55 \cdot 10^{-2}$	$5,03 \cdot 10^{-1}$	$2,80 \cdot 10^{-6}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	$4,93 \cdot 10^{-3}$
$5 \cdot 10^{-4}$	$2,38 \cdot 10^{-8}$	$1,40 \cdot 10^{-2}$	$3,08 \cdot 10^{-1}$	$4,32 \cdot 10^{-6}$	$1,74 \cdot 10^{-4}$	$3,02 \cdot 10^{-1}$
10^{-3}	$1,38 \cdot 10^{-8}$	$4,96 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-1}$	$6,08 \cdot 10^{-6}$	$1,23 \cdot 10^{-4}$	1,21
			γ^0	$\gamma^{-1/2}$	γ	γ^0

Как видно из таблицы, все указанные в ней величины весьма сильно изменяются в зависимости от размера частиц, за исключением средней кажущейся длины пути частиц l_B , сохраняющей порядок своей величины вплоть до молекулярных размеров (для молекул газа $l \cong 10^{-5}$ см). Далее из таблицы следует вывод о практической невозможности наблюдения действительной траектории частиц при современных технических средствах; например, в случае частиц с радиусом 10^{-4} см для этого пришлось бы делать не менее 10^6 снимков в сек. с увеличением порядка 10^6 . Мы видим также, что ограничения, наложенные теорией броуновского движения на величину промежутка наблюдений ($t > \tau$), не имеют никакого практического значения, так как минимальная допускаемая теорией величина t все равно не может быть достигнута экспериментально. Далее, мы замечаем чрезвычайно быстрый рост отношения $\bar{\Delta x}_B/\Delta x_s$ при переходе величины r от 10^{-4} к 10^{-5} см. Это обстоятельство позволяет при наличии некоторого опыта визуально производить оценку величины частиц в этом важном интервале дисперсности по характеру их движения без всяких измерений. Наконец, из таблицы видно, что число Re для теплового движения частиц весьма мало и, таким образом, сопротивление среды пропорционально скорости частиц, как и предполагается при выводе основного уравнения (35.2).

§ 36. Экспериментальное изучение броуновского движения в аэрозолях

Первое экспериментальное подтверждение теории броуновского движения получила на системах с жидкой средой. При работе с аэрозолями нередко наблюдались существенные отклонения от теории; в частности, средние квадратичные смещения в горизонтальном направлении в одних работах оказались меньше, в других — больше, чем в вертикальном направлении [259, 261]. Особенно заметные отклонения получались при работе под уменьшенным давлением — крупные частицы давали слишком большие смещения, мелкие — слишком малые [262]. Как уже указывалось, для объяснения этих наблюдений были даже предложены специальные гипотезы. Найти причину отклонений от теории в каждой отдельной работе весьма трудно. Несомненно, что одной из причин было недостаточное число наблюдений над одной и той же частицей. Во всяком случае, как мы увидим ниже, в тех немногих работах, в которых число наблюдений было достаточно велико и были устранены возможные систематические ошибки наблюдений, получено прекрасное совпадение с теорией.

Измерения броуновского движения в газах, вообще говоря, труднее, чем в жидкостях, вследствие более интенсивной конвекции в среде и более быстрого оседания частиц. С другой стороны, в аэрозолях, в отличие от систем с жидкой средой, пользуясь методом вертикального электрического поля, можно с большой точностью определять подвижность частиц (см. § 15) и, кроме того, наблюдать их в течение очень долгого времени, т. е. делать большое число измерений с одной и той же частицей.

Изучение броуновского движения в аэрозолях возможно как по горизонтальному, так и по вертикальному смещению частиц. В первом случае измеряют время, прошедшее между моментами пересечения изображения частицы двух вертикальных линий в окуляре горизонтального микроскопа. Опыт повторяют большое число раз. Если t_v — время в v -ом опыте, а h — действительное расстояние, соответствующее расстоянию между окулярными линиями, то коэффициент диффузии частицы выразится формулой (см. стр. 178)

$$D = \frac{1}{2} h^2 \lim_{v \rightarrow \infty} \frac{1}{v} \sum \frac{1}{t_v} = \frac{1}{2} h^2 \overline{\left(\frac{1}{t} \right)}. \quad (36.1)$$

Средняя относительная ошибка в определении D при v наблюдениях равна [263]

$$\left| \frac{\Delta D}{D} \right| = \sqrt{\frac{2}{v}}. \quad (36.2)$$

В аэрозолях по ряду причин удобнее измерять вертикальную составляющую броуновского движения. Для этого определяют время, прошедшее между моментами пересечения изображением оседающей под действием силы тяжести частицы двух горизонтальных линий в окуляре горизонтального микроскопа, затем поднимают частицу посредством электриче-

ского поля, дают ей падать снова и т. д. Для того чтобы воспрепятствовать уходу частицы из поля зрения в горизонтальном направлении, одна из обкладок конденсатора делается из двух, изолированных друг от друга частей, внешней и внутренней [264]. Создавая между ними разность потенциалов надлежащего знака, можно втянуть обратно вышедшую из центральной части конденсатора частицу и продолжать наблюдения неограниченное число раз. Таким путем удалось довести число наблюдений над одной и той же частицей до 6000.

Полученная усреднением найденных значений t_v величина t_s определяет скорость оседания частицы $V_s = h/t_s$. В случае неагрегированной шарообразной частицы отсюда определяются ее радиус и подвижность B . Для определения коэффициента диффузии по найденным значениям t_v существуют два способа. В первом используется формула [263], аналогичная (36.1) (см. стр. 178)

$$D = \frac{1}{2} h^2 \lim_{v \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{v} \sum \frac{1}{t_v} - \frac{1}{\frac{1}{v} \sum t_v} \right] = \frac{1}{2} h^2 \left[\overline{\left(\frac{1}{t} \right)} - \frac{1}{\bar{t}} \right]. \quad (36.3)$$

Средняя относительная ошибка определяется той же формулой (36.2).

По второму способу [265] все экспериментальные значения t_v группируются на большие и на меньшие, чем t_s . Пусть средняя величина первых равна t_+ , вторых t_- и $t_d = \frac{t_+ - t_-}{2}$. Тогда коэффициент диффузии может быть определен по формуле

$$\frac{1}{D} = \frac{4t_s^3}{\pi h^2 t_d^2} \left[1 - \frac{(\pi - 2) D t_s}{\pi h^2} \right]^2, \quad (36.4)$$

причем средняя относительная ошибка снова приблизительно равна $\sqrt{2/v}$ [266]. Заметим, что в условиях опытов по измерению броуновского движения в газах второй член в квадратных скобках в формуле (36.4) обычно имеет величину порядка 0,01 и им можно пренебречь.

Для проверки теории броуновского движения полученные тем или иным способом значения D сравниваются с вычисленными по уравнению (35.2). В табл. 14 приведены для иллюстрации результаты измерений Флетчера [264] с масляными капельками в воздухе при давлениях 120—200 мм. В таблице указаны: радиус капельки, число проведенных с ней

Таблица 14

Коэффициент диффузии масляных капелек из измерений броуновского движения

$r \cdot 10^5, \text{см}$	3,12	3,21	3,39	3,41	3,99	3,68	3,31	4,11	3,64	2,79	3,93	4,04
v	617	1713	1079	907	1854	1768	1354	1377	5950	380	557	1281
D_E/D_C	1,023	1,002	1,030	1,038	1,022	1,012	0,973	0,967	1,003	0,940	1,015	0,987
β_E	0,023	0,002	0,030	0,038	0,023	0,012	-0,027	-0,033	0,003	-0,060	0,015	-0,013
β_T	0,056	0,035	0,043	0,047	0,031	0,033	0,038	0,038	0,018	0,072	0,059	0,039

наблюдений ν , отношение найденных (D_E) и вычисленных по (35.2) (D_C) значений коэффициента диффузии¹, относительная ошибка $(D_E - D_C)/D_C = \beta_E$ и средняя теоретическая относительная ошибка согласно (36.2) β_T .

Взвешенное среднее значение D_E/D_C из 18 837 наблюдений — 1,003, средняя относительная ошибка 0,003, средняя теоретическая ошибка 0,010. Таким образом, относительные ошибки в этих опытах были систематически меньше теоретической величины. Можно предположить, что автор отбрасывал те серии наблюдений, которые давали большие отклонения от средней величины.

Шмид [267], работая с частицами селена в атмосфере азота, нашел в среднем из 9000 наблюдений $D_E/D_C = 1,015$, $\beta_E = 0,015$, $\beta_T = 0,015$.

Эти работы, выполненные с большой тщательностью, свидетельствуют о безусловной применимости основных уравнений (35.1) и (35.2) к броуновскому движению в аэрозолях.

Броуновское движение может быть использовано для измерения величины частиц в аэрозолях, однако этот метод менее точен и удобен, чем методы, описанные в предыдущих главах, основанные на измерении скорости движения частиц под действием постоянной силы. В самом деле, предположим, что величина частицы измерена сперва по среднему времени t_s прохождения определенного вертикального расстояния h , а затем по отклонениям от этого среднего, как указано выше, причем сделано всего ν наблюдений. Во втором случае средняя относительная ошибка в определении D и V выразится формулой (36.2). В первом приближении ту же величину будет иметь и ошибка в определении r . Ошибка при определении t_s при ν наблюдениях будет, очевидно, такая же, как при однократном измерении времени прохождения частицей вертикального расстояния h . За это время частица испытает среднее вертикальное броуновское смещение $\sqrt{2D\nu t_s}$, и относительная ошибка при определении скорости оседания составит $\sqrt{2D\nu t_s}/h\nu$. Так как V_s в первом приближении пропорционально r^2 , то относительная ошибка при определении r будет вдвое меньше.

Составим отношение β обеих ошибок. Мы найдем

$$\beta = \sqrt{2D\nu t_s}/2h\nu : \sqrt{2\nu} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Dt_s}{h^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{hV_s}}. \quad (36.5)$$

Как показывает табл. 14, для частиц с радиусом $0,3 \mu$ $D/V_s = 3,6 \cdot 10^{-4}$. Принимая во внимание, что расстояние h брать меньше 10^{-2} см неудобно, для β получается значение $\leq 0,1$, т. е. ошибка при определении размера частиц указанной величины по броуновскому движению в 10 раз больше, чем по скорости оседания. Это различие станет еще больше, если измерять скорость движения частиц в достаточно сильном электрическом поле (см. стр. 65). Лишь для частиц с $r \leq 10^{-5}$ см, т. е. недалеко от грани ультра-

¹ Флетчер пользовался в своих вычислениях формулой (36.4) с другим коэффициентом во втором члене. Однако, как указано выше, это обстоятельство не имеет большого значения.

микроскопической видимости, измерение броуновского смещения может дать более точные результаты, чем измерение скорости упорядоченного движения.

Для определения размера частиц аэрозоля по броуновскому движению целесообразно пользоваться фотографическим методом, позволяющим одновременно измерить большое число частиц. Весьма перспективен на первый взгляд метод фотографирования частиц на равномерно движущейся в горизонтальном направлении киноплёнке при прерывистом освещении, служащем для отсчета времени на снимках [268]. Через полученные на снимках пунктирные волнистые линии проводятся наиболее хорошо приближающиеся к ним прямые, служащие для определения скорости оседания частиц, а отклонения от этих прямых принимаются за броуновские смещения. Авторы работы считали достаточным для определения размера частицы снять 100 точек при 20 перерывах освещения в сек. и измеряли на снимках смещение частицы от точки к точке. При этом оказалось, что радиусы частиц, вычисленные по скорости оседания, систематически и значительно превышали радиусы, найденные по броуновским смещениям. По мнению авторов это происходило вследствие нисходящих конвекционных токов в середине кюветки. Однако эта методика вызывает серьезные возражения: согласно (36.2) по 100 смещениям радиус частицы определяется со средней ошибкой около 15%. Далее, для частиц с радиусом $0,2-0,6 \mu$, с которыми проводились опыты, среднее смещение от точки к точке, т. е. за $0,05$ сек., составляет $1-2 \mu$ и могло быть измерено лишь очень грубо. Наконец, для частиц с радиусом $0,2 \mu$ среднее броуновское смещение и оседание за время $0,05 \times 100 = 5$ сек. — величины одного порядка и при определении скорости оседания по снимкам возможны ошибки в 100%! Действительно, для некоторых частиц указанной величины авторы нашли скорость оседания равной нулю. Мы подробно остановились на этой работе, так как она ясно показывает, к каким результатам приводит недостаточно критическая постановка опытов по броуновскому движению. Повидимому, более надежные и достаточно точные для практических целей результаты можно было бы получить, двигая киноленту вертикально, т. е. измеряя горизонтальное смещение частиц и увеличивая в несколько раз число снимков.

§ 37. Вероятность перехода, вероятность нахождения и вероятность достижения границы частицами

I. Основную роль в теории броуновского движения частиц аэрозоля играют некоторые вероятностные функции. Рассмотрим сперва проекцию движения частицы на ось x . При этом предположим, что, помимо броуновского движения, частица обладает также упорядоченным движением под действием внешней силы или движения среды. Пусть в момент $t = 0$ координата частицы равна x_0 . Обозначим через $w(x_0, x, t) dx$ вероятность того, что через промежуток времени t частица окажется в интервале

$(x, x + dx)$. Функция $w(x_0, x, t)$ удовлетворяет интегральному уравнению [269]

$$w(x_0, x, t + t') = \int w(x_0, x', t) w(x', x, t') dx', \quad (37.1)$$

где интегрирование производится во всей доступной для частицы области значений x' . Физический смысл уравнения (37.1) следующий: переход из положения x_0 в положение x за время $t + t'$ может быть осуществлен путем перехода сперва от x_0 к любому доступному x' за время t и затем от x' к x за время t' . Вероятность двух таких переходов при условии их независимости равна произведению вероятности обоих, т. е. $w(x_0, x', t) \times w(x', x, t')$, а искомая вероятность $w(x_0, x, t + t')$ получается путем суммирования вероятностей всех возможных двойных переходов, ведущих от x_0 к x . Условием справедливости (37.1) является независимость $w(x_0, x', t)$ и $w(x', x, t')$ или, согласно сказанному в § 35, требование $t \gg \tau$.

Из уравнения (37.1) чисто математическим путем может быть выведено так называемое уравнение Эйнштейна—Фоккера¹, имеющее для одно-родной среды вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial (V_x w)}{\partial x} + D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (37.2)$$

где D — коэффициент диффузии частицы, а V_x — проекция скорости ее упорядоченного движения на ось x . Так как вероятность перехода в любую доступную точку равна 1, то w должно, помимо (37.2), удовлетворять также уравнению

$$\int w dx = 1, \quad (37.3)$$

а также начальным условиям:

$$\begin{aligned} w(x_0, x_0, 0) &= 1, \\ w(x_0, x, 0) &= 0 \text{ при } x \neq x_0, \end{aligned} \quad (37.4)$$

смысл которых очевиден.

В случае отсутствия внешних сил или движений среды $V_x = 0$ и (37.2) переходит в

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (37.5)$$

Уравнения (37.2) и (37.5) являются известными уравнениями теплопроводности и диффузии в движущейся (37.2) и неподвижной (37.5) среде. Заметим, впрочем, что в применении к броуновскому движению эти уравнения следовало бы писать в форме конечных приращений, причем Δt должно быть согласно сказанному выше $\gg \tau$. Однако ввиду малости τ это обстоятельство может иметь практическое значение только в некоторых специальных проблемах (в теории коагуляции, см. § 49).

¹ Вывод наиболее общей формы уравнения Эйнштейна—Фоккера и глубокий анализ относящихся сюда математических проблем дан А. Колмогоровым [270]. В упрощенном виде этот вывод приведен у М. Леоновича [253].

Ввиду изотропности газовой среды и независимости коэффициента диффузии шарообразных частиц от направления такие же уравнения получаются и для других координат. Вероятность $w(x_0, x; y_0, y; z_0, z; t) \times dx dy dz$ перехода частицы из точки x_0, y_0, z_0 в элемент пространства $(x, x + dx; y, y + dy; z, z + dz)$, очевидно, равна произведению¹ $w_x dx \cdot w_y dy \times w_z dz$. Так как w_x не зависит от y и z и т. д., то отсюда следует, что

$$\frac{\partial w}{\partial t} = w_y w_z \frac{\partial w_x}{\partial t} + w_x w_z \frac{\partial w_y}{\partial t} + w_x w_y \frac{\partial w_z}{\partial t}, \quad (37.6)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{V}w) = w_y w_z \frac{\partial (V_x w_x)}{\partial x} + w_x w_z \frac{\partial (V_y w_y)}{\partial y} + w_x w_y \frac{\partial (V_z w_z)}{\partial z}, \quad (37.7)$$

$$\begin{aligned} -D\Delta w &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \\ &= -D \left[w_y w_z \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + w_x w_z \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + w_x w_y \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right], \end{aligned} \quad (37.8)$$

где \mathbf{V} — вектор скорости упорядоченного движения частицы; Δ — оператор Лапласа. Складывая эти уравнения, получим согласно (37.2) и аналогичным уравнениям для других координат

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\operatorname{div}(\mathbf{V}w) + D\Delta w, \quad (37.9)$$

т. е. известное уравнение для диффузии или теплопроводности в трех измерениях. При $\mathbf{V} = 0$ оно переходит в

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D\Delta w. \quad (37.10)$$

Условие нормировки и начальные условия выразятся здесь уравнениями

$$\int w dv = 1, \quad (37.11)$$

где интеграл распространен по всему доступному для частицы объему и

$$\begin{aligned} w(x_0, x_0; y_0, y_0; z_0, z_0; 0) &= 1, \\ w(x_0, x; y_0, y; z_0, z; 0) &= 0 \text{ если точки } (x, y, z) \text{ и } (x_0, y_0, z_0) \text{ не совпадают.} \end{aligned} \quad (37.12)$$

II. Обозначим через $W(x, t) dx$ вероятность нахождения частицы в интервале $(x, x + dx)$ в момент t , если в момент $t = 0$ эта вероятность выражается функцией $W(x, 0) dx$. Вероятность нахождения удовлетворяет, очевидно, уравнению

$$W(x, t) = \int W(x_0, 0) w(x_0, x, t) dx_0. \quad (37.13)$$

Найдем, чему равна функция

$$\Phi(x, t) = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial (V_x W)}{\partial x} - D \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}. \quad (37.14)$$

¹ $w_x = w(x_0, x, t)$ и т. д.

Проведя в (37.13) дифференцирование под знаком интеграла, получим согласно (37.2)

$$\Phi(x, t) = \int W(x_0, 0) \left[\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(V_x w)}{\partial x} - D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] dx_0 = 0. \quad (37.15)$$

Таким образом, W удовлетворяет тому же уравнению (37.2), что и w , и тому же условию нормировки (37.3), однако начальные условия в этом случае задаются функцией $W(x, 0)$. Аналогично пространственная вероятность нахождения $W(x, y, z, t)$ удовлетворяет уравнениям (37.9) или (37.10) и (37.11).

Если отнести приведенные уравнения к системе, содержащей большое число частиц n_0 , то $n(x, t) = n_0 W(x, t)$ означает, очевидно, счетную концентрацию частиц в интервале $(x, x + dx)$ в момент t . Таким образом, уравнения (37.5) и (37.2) перейдут в обычные уравнения одномерной диффузии в неподвижной среде

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad (37.16)$$

или в потоке

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{\partial(V_x n)}{\partial x} + D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}. \quad (37.17)$$

Уравнения же (37.10) и (37.9) перейдут в уравнения пространственной диффузии

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \Delta n \quad (37.18)$$

или

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \operatorname{div}(\nabla n) + D \Delta n. \quad (37.19)$$

Таким образом, эти уравнения применимы и к броуновскому движению отдельной частицы и к диффузии системы частиц, рассматриваемой с макроскопической точки зрения.

III. В некоторых проблемах аэрозолей большое значение имеет введенная в теорию броуновского движения А. Колмогоровым и М. Леонтовичем [271] функция вероятности достижения границы. Пусть координата частицы равна x . Обозначим через $W^*(x, t)$ вероятность того, что за время t частица достигнет некоторой граничной точки. Проще всего принять за x расстояние от этой точки. Через $w^*(x, x', t) dx'$ обозначим вероятность того, что наша частица окажется в момент t на расстоянии $(x', x' + dx')$ от границы, ни разу не коснувшись ее при этом; очевидно, что $w^*(x, x', t) \ll w(x, x', t)$.

Функции W^* и w^* связаны между собой уравнением

$$W^*(x, t) + \int_0^\infty w^*(x, x', t) dx' = 1. \quad (37.20)$$

Первый член в левой части уравнения означает вероятность того, что за время t частица достигнет границы, а второй член — что частица не

достигнет границы. Далее имеет место уравнение

$$W^*(x, t + t') = W^*(x, t) + \int_0^\infty w^*(x, x', t) W^*(x', t') dx', \quad (37.21)$$

смысл которого следующий. Частица может достигнуть границы за время $t + t'$ в двух исключаящих друг друга случаях: 1) если она достигнет границы уже за время t ; 2) если она не достигнет границы за время t , но достигнет ее в интервале времени $(t, t + t')$. Первый и второй члены правой части уравнения выражают соответственно вероятности обоих случаев.

Из уравнений (37.20) и (37.21) может быть выведено дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial W^*}{\partial t} = V_x \frac{\partial W^*}{\partial x} + D \frac{\partial^2 W^*}{\partial x^2}. \quad (37.22)$$

Далее $W^*(x, t)$ должно, очевидно, удовлетворять начальным условиям:

$$W^*(x, 0) = 0 \quad \text{при } x \neq 0, \quad W^*(x, 0) = 1 \quad \text{при } x = 0 \quad (37.23)$$

и граничному условию

$$W^*(0, t) = 1 \quad \text{при } t \geq 0. \quad (37.24)$$

Заметим, что уравнение (37.22) совпадает с уравнением Эйнштейна — Фоккера (37.2) только в том случае, если V_x не зависит от x . Если имеется большое число одинаковых частиц n_0 , то $n_0 W^*$ означает, очевидно, число частиц, находившихся в момент $t = 0$ в точке x и достигнувших за время t границы.

Аналогично вероятность $W^*(x, y, z, t)$ достижения частицей с координатами x, y, z поверхности, ограничивающей данное пространство, или вообще какой-нибудь поверхности за время t удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial W^*}{\partial t} = \nabla \operatorname{grad} W^* + D \Delta W^* \quad (37.25)$$

или, в случае $V = 0$,

$$\frac{\partial W^*}{\partial t} = D \Delta W^* \quad (37.26)$$

и условиям

$$W^*(x, y, z, 0) = 0 \quad \text{для точек, не лежащих на этой поверхности,} \quad (37.27)$$

$$W^*(x, y, z, 0) = 1 \quad \text{для точек, лежащих на этой поверхности.} \quad (37.28)$$

Наконец, нам понадобится еще функция $W^{**} = \partial W^* / \partial t$, выражающая, очевидно, вероятность того, что частица достигнет границы в интервале времени $(t, t + dt)$. Дифференцируя уравнение (37.25) по t , можно убедиться в том, что при не зависящей от времени V функция W^{**} также удовлетворяет этому уравнению.

При помощи рассмотренных выше вероятностных функций можно решить ряд важных проблем броуновского движения в аэрозолях. С мате-

матической стороны дело сводится к интегрированию дифференциального уравнения Эйнштейна — Фоккера при различных начальных и граничных условиях, для чего можно воспользоваться хорошо разработанным математическим аппаратом теории теплопроводности.

Для вероятности перехода $w(x_0, x, t)$ в отсутствие упорядоченного движения частицы получается выражение [272]

$$w(x_0, x, t) dx = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-(x-x_0)^2/4Dt} dx, \quad (37.29)$$

а при наличии упорядоченного движения с постоянной скоростью V_x

$$w(x_0, x, t) dx = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-(x-x_0-V_x t)^2/4Dt} dx. \quad (37.30)$$

Для вероятности перехода в пространстве в случае $V = 0$ имеем

$$w(x_0, x; y_0, y; z_0, z; t) dx dy dz = \frac{1}{V(4\pi Dt)^3} e^{-[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2]/4Dt} dx dy dz = \frac{1}{V(4\pi Dt)^3} e^{-\rho^2/4Dt} dv, \quad (37.31)$$

где ρ — расстояние между точками x, y, z и x_0, y_0, z_0 ;
 dv — элемент объема.

Пользуясь формулой (37.29), легко определить величину среднего квадрата смещения частицы $(x-x_0)^2$ за время t . Посредством подстановки $(x-x_0)/\sqrt{4Dt} = \xi$ находим

$$\overline{(x-x_0)^2} = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-x_0)^2 e^{-(x-x_0)^2/4Dt} dx = \frac{4Dt}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 e^{-\xi^2} d\xi = 2Dt, \quad (37.32)$$

т. е. основное уравнение (35.1). Аналогично из (37.31) можно определить величину среднего квадрата смещения в пространстве $\overline{\rho^2}$. Однако проще найти ее, учитывая, что $\overline{(x-x_0)^2} = \overline{(y-y_0)^2} = \overline{(z-z_0)^2} = 2Dt$, и, следовательно,

$$\begin{aligned} \overline{\rho^2} &= \overline{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} = \\ &= \overline{(x-x_0)^2} + \overline{(y-y_0)^2} + \overline{(z-z_0)^2} = 6Dt. \end{aligned} \quad (37.33)$$

Если частица обладает постоянной упорядоченной скоростью V_x , то, пользуясь уравнением (37.30) и подстановкой $(x-x_0-V_x t)/\sqrt{4Dt} = \xi$, можно получить [273]

$$\begin{aligned} \overline{(x-x_0)^2} &= \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-x_0)^2 e^{-(x-x_0-V_x t)^2/4Dt} dx = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (V_x t + \xi \sqrt{4Dt})^2 e^{-\xi^2} d\xi = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(V_x^2 t^2 \sqrt{\pi} + 4Dt \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right) = V_x^2 t^2 + 2Dt. \end{aligned} \quad (37.34)$$

Таким образом, в этом случае средний квадрат смещения равен просто сумме квадратов «упорядоченного» смещения и броуновского смещения, которое имело бы место в отсутствие упорядоченного движения.

Для средней абсолютной величины броуновского смещения при $V_x = 0$ получается аналогично выражение

$$|x-x_0| = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_{-\infty}^{\infty} |x-x_0| e^{-(x-x_0)^2/4Dt} dx = \sqrt{\frac{4Dt}{\pi}}. \quad (37.35)$$

§ 38. Диффузионное осаждение аэрозолей в неподвижной среде

Большое практическое значение имеет вопрос о вызванном броуновским движением осаждении аэрозолей на «стенках», т. е. на поверхности соприкасающихся с аэрозолем твердых или жидких тел. По изложенным в § 56 соображениям можно считать, что коснувшиеся стенки частицы прилипают к ней и в отсутствие сильных сотрясений или воздушных потоков не переходят обратно во взвешенное состояние. Таким образом, определение скорости осаждения частиц на стенках сводится к вычислению вероятности достижения известных границ расположенными определенным образом частицами, что может быть сделано при помощи упомянутой в предыдущем параграфе функции W^* . Однако в большинстве случаев удобнее пользоваться более наглядным методом исследования, рассматривая процесс осаждения, как диффузию системы из большого числа одинаковых частиц к «поглощающей» стенке. Так как коснувшиеся ее частицы мгновенно удаляются из газового пространства, то концентрацию частиц у стенки следует принять равной нулю. Во всех рассмотренных ниже случаях, кроме особо оговоренных, предполагается, что частицы не обладают упорядоченным движением.

I. Рассмотрим простейший случай плоской стенки, соприкасающейся с бесконечно большим объемом аэрозоля, имеющего повсюду одинаковую начальную концентрацию n_0 (случай вертикальной стенки). Расположим ось x перпендикулярно к стенке и поместим на последней начало координат. Концентрация частиц $n(x, t)$ должна, как мы знаем, удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad (38.1)$$

и, кроме того, начальному условию

$$n(x, 0) = n_0 \text{ при } x > 0 \quad (38.2)$$

и граничному условию

$$n(0, t) = 0 \text{ при } t > 0. \quad (38.3)$$

Решение этой задачи дается выражением [274]

$$n(x, t) = \frac{2n_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_0^x e^{-\xi^2/4Dt} d\xi = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/\sqrt{4Dt}} e^{-\xi^2} d\xi = n_0 \operatorname{Erf} \left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}} \right), \quad (38.4)$$

где Erf — интеграл вероятностей (функция Крампа). Распределение концентраций частиц, выражаемое формулой (38.4), представлено на рис. 50.

Из формулы (38.4) следует, что у стенки градиент концентрации равен $\partial n / \partial x_{x=0} = n_0 / \sqrt{\pi D t}$, а число осажженных за время $(t, t + dt)$ на 1 см^2 стенки частиц равно

$$Idt = D \frac{\partial n}{\partial x_{x=0}} dt = n_0 \sqrt{\frac{D}{\pi t}} dt. \quad (38.5)$$

Отсюда для числа частиц, осажженных за время t , получается выражение

$$N(t) = \int_0^t Idt = 2n_0 \sqrt{\frac{Dt}{\pi}}. \quad (38.6)$$

В работах по аэрозолям нередко применяют следующий упрощенный прием для определения числа частиц, осажженных на стенке благодаря диффузии. Учитывая, что половина частиц движется в каждый момент по направлению к стенке, а половина — от нее, принимают, что за время t на стенке осадится половина всех частиц, содержащихся в прилегающем к стенке слое толщиной $\bar{\Delta x}$, где $\bar{\Delta x}$ — среднее абсолютное смещение частиц за время t , выражаемое формулой (37.35). При этом, очевидно, получается вдвое меньшее число, чем по правильной формуле (38.6). Таким образом, применяя этот метод расчета, следует считать, что осадятся все содержащиеся в указанном слое частицы. Причина этого расхождения станет ясной при

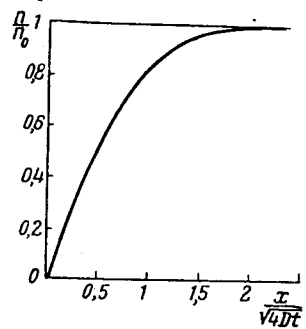


Рис. 50. Распределение концентраций аэрозоля вблизи плоской стенки.

рассмотрении вопроса о том, сколько частиц уйдет из аэрозоля за время t через свободно проникаемую для частиц стенку, например, через отверстие в стенке сосуда.

В этом случае к прежнему начальному условию $n(x, 0) = n_0$ при $x > 0$ следует, очевидно, добавить условие $n(x, 0) = 0$ при $x < 0$, означающее, что в начальный момент за стенкой частиц не имелось. Граничное же условие (38.3) отпадает, так как частицы не удаляются из газового пространства. Решение этой задачи дается формулой [272]

$$n(x, t) = \frac{n_0}{2} \left[1 + Erf\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right) \right], \quad (38.7)$$

т. е. в данном случае у стенки устанавливается постоянная концентрация частиц, равная $n_0/2$ (рис. 51), а градиент концентрации и скорость диффузии у стенки будет вдвое меньше, чем у поглощающей стенки. С точки зрения броуновского движения индивидуальной частицы это различие

объясняется тем, что для прошедшей через проникаемую стенку частицы существует одинаковая вероятность возврата и невозврата в пространство, из которого она вышла, при поглощающей же стенке возврат невозможен; поэтому во втором случае убывание частиц в аэрозоле идет вдвое скорее.

Третий возможный случай «отражающей» стенки здесь не рассматривается, так как он не имеет места в аэрозолях, по крайней мере при той степени их дисперсности, при которой броуновское движение и диффузия вообще имеют какое-нибудь значение.

II. Найдем вероятность того, что находящаяся на расстоянии h от плоской стенки и обладающая направленным движением с постоянной скоростью V_0 частица впервые достигнет стенки в интервале времени $(t, t + dt)$. Мы обозначили выше эту вероятность через $W^{**}dt$

и могли бы найти ее, решая уравнение (37.22) с соответствующими начальными и граничными условиями. Однако проще решить эквивалентную проблему: в момент $t = 0$ на расстоянии h от поглощающей стенки находится большое число N одинаковых частиц, обладающих упорядоченной направленной к стенке скоростью V_0 . Какая их часть достигнет стенки в интервале $(t, t + dt)$? Здесь, очевидно, нужно решить уравнение (37.17) с прежним граничным условием (38.3) и с начальными условиями:

$$n(x, 0) = 0 \text{ при } x \neq h; \quad \int_{h-\Delta}^{h+\Delta} n(x, 0) dx = N, \quad (38.8)$$

причем интеграл берется по бесконечно малому интервалу 2Δ , содержащему точку h . Решение этой проблемы дается выражением [275]

$$n(x, t) = \frac{N}{V \sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{2V_0(x-h) + V_0^2 t}{4D}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{(x-h)^2}{4Dt}\right] - \exp\left[-\frac{(x+h)^2}{4Dt}\right] \right\}. \quad (38.9)$$

Легко убедиться, что оно действительно удовлетворяет и уравнению (37.17) и упомянутым условиям. Отсюда для вероятности того, что частица коснется стенки в интервале $(t, t + dt)$, получим

$$W^{**}(x, t) dt = \frac{D}{N} \frac{\partial n}{\partial x_{x=0}} dt = \frac{h}{V \sqrt{4\pi Dt^3}} \exp\left[-\frac{(h-V_0 t)^2}{4Dt}\right] dt. \quad (38.10)$$

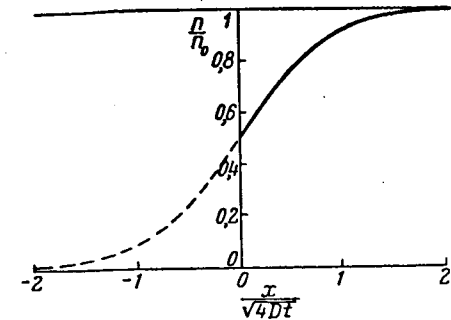


Рис. 51. Распределение концентраций аэрозоля вблизи отверстия.

Из (38.10) следует, что среднее время достижения стенки частицей равно¹

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t W^{**} dt = \frac{h}{V_{4\pi D}} \int_0^{\infty} t^{-1/2} e^{-(h-V_0 t)^2/4D} dt = h/V_0, \quad (38.11)$$

т. е. такое же, как и в отсутствие броуновского движения. Средняя же обратная величина этого времени равна¹

$$\left(\frac{1}{t}\right) = \int_0^{\infty} \frac{1}{t} W^{**} dt = \frac{h}{V_{4\pi D}} \int_0^{\infty} t^{-3/2} e^{-(h-V_0 t)^2/4D} dt = \frac{2D}{h^2} + \frac{V_0}{h}. \quad (38.12)$$

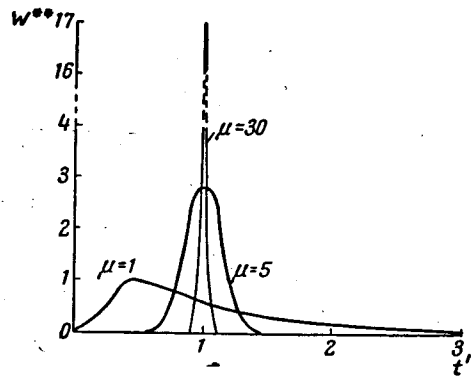


Рис. 52. Оседание броуновских частиц.

формула

$$W^{**} dt = \frac{h}{V_{4\pi D t^3}} e^{-h^2/4Dt} dt, \quad (38.14)$$

а $\left(\frac{1}{t}\right)$ равно в этом случае

$$\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{2D}{h^2}. \quad (38.15)$$

Эта формула применяется при изучении горизонтального броуновского движения (см. стр. 166).

Придадим уравнению (38.10) безразмерную форму, для чего примем среднее время достижения стенки $\bar{t} = h/V_0$ за единицу времени, т. е. положим $t' = t/\bar{t}$. Обозначив безразмерную величину $V_{4\pi D h}/V_0$ через μ , можно привести (38.10) к виду

$$W^{**} dt' = \frac{\mu}{V_{\pi t'^3}} e^{-\mu^2(1-t')^2/t'} dt'. \quad (38.16)$$

¹ Посредством подстановки $t = ht'/V$ эти интегралы приводятся к формам $\int_0^{\infty} t^{-1/2} e^{-\frac{(t'+1)^2}{q^2}} dt$ и $\int_0^{\infty} t^{-3/2} e^{-\frac{(t'+1)^2}{q^2}} dt$, значения которых приведены в справочниках.

На рис. 52 приведены кривые, вычерченные по этому уравнению для $\mu = 1; 5$ и 30 , что при $h = 0,4$ см соответствует значениям радиуса частицы $0,1; 0,3$ и 1μ . Рисунок отчетливо показывает, как сильно изменяется относительная роль оседания и броуновского движения в указанном интервале дисперсности.

III. Рассмотрим осаждение бесконечно протяженного аэрозоля с равномерной концентрацией n_0 на горизонтальной стенке, т. е. с учетом оседания частиц под действием силы тяжести. Для этого можно воспользоваться выражением (38.10) и проинтегрировать его по h от 0 до ∞ . При этом для числа частиц, осевших за время $(t, t + dt)$ на 1 см^2 стенки получится формула

$$I(t) dt = n_0 \left\{ \sqrt{\frac{D}{\pi t}} e^{-V_0^2 t/4D} + \frac{V_0}{2} \left(1 + \text{Erf} \sqrt{\frac{V_0^2 t}{4D}} \right) \right\} dt. \quad (38.17)$$

При $t \gg \frac{4D}{V_0^2}$ эта формула переходит в $I(t) = n_0 V_0$, т. е. броуновское движение уже не влияет на скорость осаждения: последняя определяется лишь скоростью оседания. При $t \ll \frac{4D}{V_0^2}$ (38.17) переходит в $I(t) = n_0 \left(\sqrt{\frac{D}{\pi t}} + \frac{V_0}{2} \right)$.

Таким образом, в этом случае осаждение складывается из диффузионного осаждения в отсутствие оседания [см. (38.5)] и половины седиментационного осаждения в отсутствие диффузии. Из этого примера ясно видно, что при вычислении скорости осаждения аэрозолей на стенках при одновременном действии броуновского движения и внешних или инерционных сил простое суммирование обоих эффектов может привести к серьезным ошибкам. К сожалению, вследствие больших математических трудностей приходится нередко ограничиться таким суммированием.

Необходимо заметить, что приведенные выше формулы справедливы лишь при неподвижности среды, что практически может иметь место только в сравнительно небольших объемах газа. Даже в дымовых камерах, не говоря уже о свободной атмосфере, конвекция весьма сильно изменяет всю картину.

IV. Для практики ультрамикроскопического счета частиц представляет интерес следующая задача: чему равна вероятность того, что находящаяся где-то между двумя параллельными вертикальными стенками частица осадится на них благодаря диффузии за время t . Если поместить начало координат на одной из стенок, эта проблема сводится к решению уравнения (37.16) при начальных условиях

$$n(x, 0) = n_0 \text{ при } 0 < x < h; \quad n(x, 0) = 0 \text{ при } x < 0 \text{ и } x > h, \quad (38.18)$$

где h — расстояние между стенками, и при граничных условиях

$$n(0, t) = 0; \quad n(h, t) = 0 \text{ при } t > 0. \quad (38.19)$$

Решение этой задачи дается бесконечным рядом [276]

$$n(x, t) = \frac{4n_0}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{2v-1} \sin \left[(2v-1) \frac{\pi x}{h} \right] \exp \left[-\frac{(2v-1)^2 \pi^2 D t}{h^2} \right]. \quad (38.20)$$

Таким образом, за время $(t, t+dt)$ осадится

$$Idt = 2D \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=0} dt = \frac{8Dn_0}{h} \sum_{v=1}^{\infty} \exp \left[-\frac{(2v-1)^2 \pi^2 D t}{h^2} \right] dt \quad (38.21)$$

частиц, а за время t

$$N(t) = \int_0^t I dt = \frac{8n_0 h}{\pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(2v-1)^2} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(2v-1)^2 \pi^2 D t}{h^2} \right] \right\} =$$

$$= n_0 h \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(2v-1)^2} \exp \left[-\frac{(2v-1)^2 \pi^2 D t}{h^2} \right] \right\} \quad (38.22)$$

частиц¹. Разделив это выражение на первоначальное число частиц, содержащихся между стенками на 1 см^2 их площади, т. е. на $n_0 h$, найдем искомую вероятность

$$W^*(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(2v-1)^2} \exp \left[-\frac{(2v-1)^2 \pi^2 D t}{h^2} \right]. \quad (38.23)$$

Для среднего времени пребывания частицы между стенками получается согласно (38.21) выражение²

$$\bar{t} = \frac{1}{n_0 h} \int_0^{\infty} I t dt = \frac{8D}{h^2} \int_0^{\infty} t \sum_{v=1}^{\infty} \exp \left[-\frac{(2v-1)^2 \pi^2 D t}{h^2} \right] dt = \frac{h^2}{12D}. \quad (38.24)$$

В ультрамикроскопических кюветках с механическим ограничением счетного объема подсчитываются частицы, находящиеся в слое толщиной $0,1 \text{ мм}$ между двумя параллельными стеклянными пластинками³. Вызывалось мнение, что при этом методе счета некоторые частицы будут оседать благодаря броуновскому движению на стенках до того, как будут сосчитаны. Предположим, что для того, чтобы сосчитать частицы после остановки аэрозоля, требуется время порядка $0,1 \text{ сек}$. Тогда для частиц с радиусом $0,1 \mu$, что примерно соответствует нижнему пределу применимости ультрамикроскопии к аэрозолям, согласно формуле (38.23) получится $W^* = 0,11$, для $r = 0,3 \mu$ $W^* = 0,05$, т. е. указанная ошибка будет

¹ Здесь использована формула $\sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(2v-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

² Здесь использована формула $\sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(2v-1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$.

³ Необходимо отметить, что этот метод в настоящее время несколько устарел. Более совершенным является «поточный» метод счета частиц, разработанный Б. Дерягиным и Г. Власенко [277].

сравнительно невелика. Соответственные значения \bar{t} равны $3,8$ и $16,7 \text{ сек}$. Отсюда видно, однако, что исследования, требующие более продолжительного наблюдения, например, измерение броуновского смещения, в таких узких кюветках невозможны. Поэтому применение кардиондных и т. п. конденсоров при работе с аэрозолями отпадает.

Л. Радужкевич [278] исследовал скорость осаждения частиц стеариновой кислоты на стенках плоско-параллельной кюветки с толщиной просвета $0,1 \text{ мм}$, определяя концентрацию оставшихся в кюветке частиц путем ультрамикроскопического подсчета. Средний размер частиц определялся счетно-весовым методом. В сравнительно изодисперсных, только что приготовленных дымах получилось более или менее удовлетворительное совпадение результатов опытов с формулой (38.23), но в скоагулировавших, более полидисперсных дымах скорость осаждения оказалась больше теоретически вычисленной. Л. Радужкевич правильно объясняет это расхождение тем, что средний кубический радиус частиц $\sqrt[3]{\bar{r}^3}$, определяемый по счетно-весовому методу, в случае полидисперсного дыма значительно больше, чем та средняя величина r' , определяемая уравнением $(1 + A \frac{l}{r'}) / r' = (1 + A \frac{l}{r}) / r$, от которой зависит скорость диффузии полидисперсного аэрозоля.

На рис. 53 показано изменение числа содержащихся в слое частиц с временем, т. е. функция $1 - W^*$. При этом время выражено в безразмерных единицах Dt/h^2 .

Известный интерес представляет также случай слоя аэрозоля, заключенного между параллельными горизонтальными стенками [279]. Если ввести безразмерные переменные $x' = x/h$, $t' = t/t_0$ (где $t_0 = h/V_s$) и обозначить, как выше, $\sqrt{V_s h/4D}$ через μ , то для распределения концентрации аэрозоля получается выражение

$$n = n_0 \sum_{v=1}^{\infty} \frac{2}{\pi v} \frac{1 - (-1)^v e^{-2\mu^2 v^2}}{1 + \frac{\mu^4}{\pi^2 v^2}} \sin \pi v x' \exp \left[-\frac{2x' - \left(1 + \frac{\pi^2 v^2}{4\mu^2}\right) t'}{\mu^2} \right]. \quad (38.25)$$

На рис. 54 показаны распределения при значениях $\mu = 0$ (отсутствие оседания), $1,2$ и 5 . Как видно из рисунка, при малых μ , т. е. в высокодисперсных аэрозолях, отчетливая верхняя граница не может получиться

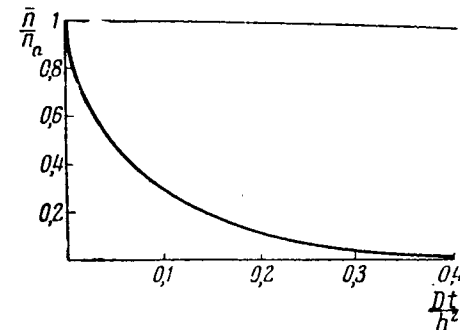


Рис. 53. Распределение концентраций аэрозоля в вертикальной плоско-параллельной щели.

даже в идеальных условиях — отсутствии конвекции и полной изодисперсности системы.

V. Если аэрозоль с начальной концентрацией n_0 находится в шарообразном сосуде с радиусом R , то за время t средняя концентрация упадет до величины [276]

$$\bar{n} = n_0 \frac{6}{\pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v^2} e^{-D\pi^2 v^2 t / R^2}. \quad (38.26)$$

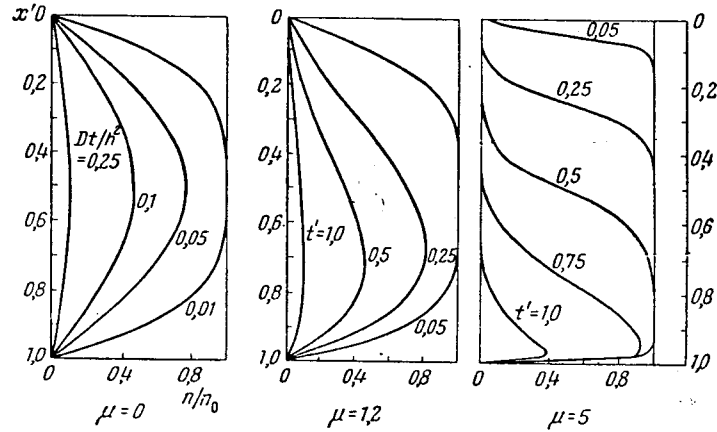


Рис. 54. Распределение концентраций аэрозоля в горизонтальной плоскопараллельной щели.

Число частиц, осевших на стенках за это время, равно, очевидно, $\frac{4}{3} \pi R^3 (n_0 - \bar{n})$. На рис. 55 показана зависимость между \bar{n}/n_0 и безразмерной величиной Dt/R^2 .

VI. Аналогичная задача для аэрозоля, находящегося в бесконечно длинном цилиндрическом сосуде с радиусом R , приводит к следующему выражению для средней концентрации частиц в момент t [276]:

$$\bar{n} = 4n_0 \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_v^2} e^{-D\beta_v^2 t / R^2}. \quad (38.27)$$

Здесь $\beta_1^2, \beta_2^2, \dots$ — квадраты нулей функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка $J_0(x)$, имеющие следующие значения: $\beta_1^2 = 5,784$; $\beta_2^2 = 30,47$; $\beta_3^2 = 74,89$; $\beta_4^2 = 132,8$; $\beta_5^2 = 222,9$.

На рис. 56 показана зависимость между \bar{n}/n_0 и Dt/R^2 . Если бы мы стали вычислять \bar{n} по упоминавшемуся уже упрощенному способу, считая, что за время t на стенках осадят все частицы, находившиеся в момент $t = 0$ на расстоянии от стенки, меньшем, чем $2\sqrt{\frac{Dt}{\pi}}$, то получили бы пунктирную кривую, пригодную примерно до $Dt/R^2 = 0,1$.

VII. Весьма большое значение для физики аэрозолей имеет задача о диффузии к поверхности шара, находящегося в бесконечно большом объеме аэрозоля с начальной концентрацией n_0 . Начальное условие этой задачи: $n(\rho, 0) = n_0$ при $\rho > R$; граничное условие: $n(R, t) = 0$ при $t > 0$. В полярных координатах вследствие независимости величины коэффициента диффузии от направления уравнение (37.18) переходит в

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} = D \frac{\partial^2(n\rho)}{\partial \rho^2}. \quad (38.28)$$

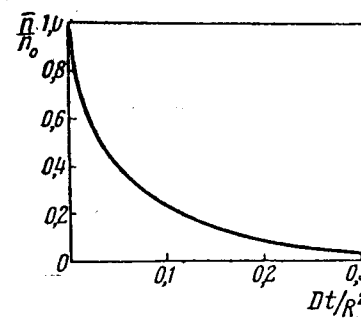


Рис. 55. Изменение концентрации аэрозоля в шарообразном сосуде.

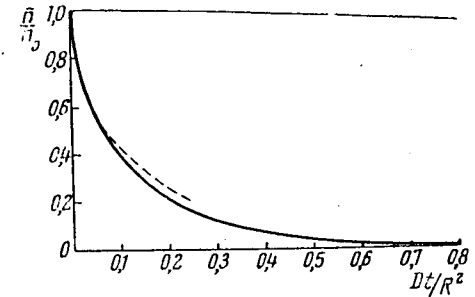


Рис. 56. Изменение концентраций аэрозоля в цилиндрическом сосуде.

Таким образом, функция $\rho n(\rho, t)$ удовлетворяет уравнению (38.28) и условиям

$$\rho n(\rho, 0) = \rho n_0 \text{ при } \rho > R, \quad (38.29)$$

$$R n(R, t) = 0 \text{ при } t > 0. \quad (38.30)$$

Решение этой задачи дается выражением [280]

$$n = n_0 \left[1 - \frac{R}{\rho} + \frac{2R}{\rho V \pi} \int_0^{\frac{\rho-R}{2\sqrt{Dt}}} e^{-\xi^2} d\xi \right]. \quad (38.31)$$

Отсюда следует, что за время $(t, t + dt)$ на шаре осадится

$$\Phi dt = 4\pi R^2 D \frac{\partial n}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R} dt = 4\pi D R n_0 \left(1 + \frac{R}{V \pi Dt} \right) dt \quad (38.32)$$

частиц, а за время t

$$N = \int_0^t \Phi dt = 4\pi R D n_0 \left(t + \frac{2R\sqrt{t}}{V \pi D} \right) \quad (38.33)$$

частиц. При $Dt/R^2 \ll 1$ осаждение на шаре происходит из узкого прилегающего к поверхности шара слоя аэрозоля с такой же скоростью, как на плоской стенке [см. формулу (38.6)]. При $Dt/R^2 \gg 1$ вокруг шара устанавливается практически постоянное распределение концентраций

частиц, выражаемое уравнением

$$n = n_0 \left(1 - \frac{R}{\rho}\right). \quad (38.34)$$

Таким образом, градиент концентрации у поверхности шара равняется

$$\frac{\partial n}{\partial \rho_{\rho=R}} = -\frac{n_0}{R}, \quad (38.35)$$

а скорость осаждения (т. е. число осаждающихся за 1 сек. частиц) на шаре также делается постоянной и равной

$$\Phi = 4\pi DRn_0. \quad (38.36)$$

VIII. Более сложно решение проблемы диффузионного осаждения аэрозолей на внешней поверхности бесконечно длинного цилиндра [281]. Ограничимся тем, что приведем таблицу значений $\Phi'/\pi R^2 n_0$ (Φ' — число частиц, осевших на единице длины цилиндра за время t) в функции Dt/R^2 .

Таблица 15

Диффузионное осаждение аэрозоля на бесконечно длинном круглом цилиндре

Dt/R^2	0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,4
$\Phi'/\pi R^2 n_0$	0,072	0,164	0,235	0,337	0,550	0,805	1,190	1,632

Dt/R^2	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\Phi'/\pi R^2 n_0$	2,279	2,721	3,125	4,04	4,87	5,67	6,38	7,10

В приведенные в этом параграфе выводы следует ввести поправку на «собственный размер» частиц (см. стр. 140). В данном случае это делается очень просто: на расстоянии r , равном радиусу частиц, от рассматриваемой поверхности строится параллельная ей «поглощающая» поверхность. Так как при соприкосновении частицы с действительной поверхностью ее центр соприкасается с поглощающей поверхностью, то теперь можно рассматривать частицы как точки и применить к полученной системе все вышеприведенные выводы.

§ 39. Диффузия аэрозолей в ламинарном потоке

Значительно более трудная проблема диффузии аэрозолей в ламинарном потоке точно разрешена только для очень немногих случаев.

I. Проблема диффузии (или теплопередачи) к стенкам круглой трубы из ламинарно текущей в ней жидкости была в разное время разрешена несколькими авторами, не знавшими о работах своих предшественников [282—285]. При этом в основу вывода было положено предположение, что скорость конвективного переноса вещества значительно больше, чем

диффузионного переноса. Иными словами, если ось x направлена параллельно линиям тока, то в основном уравнении (37.17) член $D\partial^2 n/\partial x^2$ весьма мал по сравнению с $\partial(V_x n)/\partial x \approx U\partial n/\partial x$ (U — скорость течения) и им можно пренебречь.

Пусть n_0 — начальная концентрация частиц в аэрозоле, \bar{n} — средняя концентрация в аэрозоле, прошедшем через трубу с радиусом R и длиной x , \bar{U} — средняя скорость течения в трубе. Для \bar{n}/n_0 получается выражение

$$\bar{n}/n_0 = 0,82 e^{-3,86\mu} + 0,097 e^{-22,2\mu} + 0,0135 e^{-53\mu}, \quad (39.1)$$

в котором μ — безразмерная величина, равная $\mu = Dx/R^2 \bar{U}$. (39.2)

Здесь мы взяли практически совпадающие значения коэффициентов, найденные Нуссельтом [283] и Гормлеем и Кеннеди [285]. Таунсенд [284] нашел для первого коэффициента значение 0,78. При выводе формулы (39.1) предполагалось, что концентрация непрерывно убывает вдоль оси трубы и от оси к периферии, что соответствует установившемуся режиму диффузии к стенкам. В действительности при малых μ такой режим еще не успевает установиться, $n = n_0$ по всему сечению, кроме пристенного слоя, и формула (39.1) не применима. Действительно, при $\mu = 0$ она дает $\bar{n}/n_0 = 0,93$ вместо 1. Для этого случая можно воспользоваться упрощенным способом расчета и принять, что за время t на стенках трубы будут осаждаться все частицы, находившиеся в момент $t = 0$, т. е. при входе в трубу, на расстоянии, меньшем, чем

$$\delta = 2\sqrt{\frac{Dt}{\pi}} \quad (39.3)$$

от стенок. Распределение скоростей вблизи стенок при установившемся ламинарном течении [см. формулу (26.11)] можно приближенно представить в виде

$$U = 2\bar{U} \left(\frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \right) = 2\bar{U} \left(\frac{R + \rho}{R} \right) \left(\frac{R - \rho}{R} \right) \approx 4\bar{U} \frac{\delta}{R}, \quad (39.4)$$

где δ — расстояние от стенки. Средняя скорость в прилегающем к стенке слое толщиной δ равна, таким образом, $2\bar{U}\delta/R$ и за время t находящаяся в этом слое частица пройдет вдоль оси трубы в среднем расстояние

$$x = 2\bar{U}\delta t/R. \quad (39.5)$$

Исключая t из (39.3) и (39.5), получим

$$\delta = \left(\frac{2DxR}{\pi\bar{U}} \right)^{1/2}. \quad (39.6)$$

Таким образом, число частиц, проходящих в 1 сек. через поперечное сечение трубы, находящиеся на расстоянии x от входа, равно

$$\Phi = \int_0^{R-\delta} n_0 2\bar{U} \left(\frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \right) 2\pi\rho d\rho \approx (R^2 - 4\delta^2) \pi n_0 \bar{U} = \frac{R^2 - 4\delta^2}{R^2} \Phi_0, \quad (39.7)$$

где Φ_0 — соответствующее число у входа в трубу. Так как отношение $\bar{n}/n_0 = \Phi/\Phi_0$, то

$$\frac{\bar{n}}{n_0} = 1 - \frac{48^2}{R^2} = 1 - 2,96\mu^{1/2}. \quad (39.8)$$

Более строгий вывод (Левек [286], В. Левич [287]) приводит к формуле

$$\frac{\bar{n}}{n_0} = 1 - 2,57\mu^{1/2}. \quad (39.9)$$

На рис. 57 представлены кривые, отвечающие формулам (39.1) (кривая 1) и (39.9) (кривая 2). Их следует применять соответственно при $\mu > 0,03$ и $\mu < 0,03$. На практике можно пользоваться графиком, вычерченным на рис. 57 непрерывной линией.

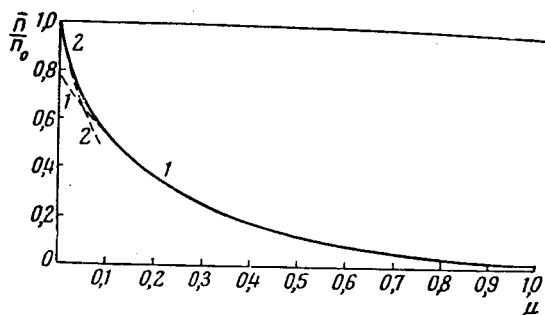


Рис. 57. Падение концентрации аэрозоля при течениях через цилиндрический капилляр.

При выводе указанных выше формул предполагалось, что выражаемое уравнением (26.11) пуазейлевское течение устанавливается у самого входа в трубу. В действительности это происходит лишь примерно на расстоянии $0,1 R Re$, от входа и необходимо выяснить, как отразится наличие входного участка на точность указанных формул. Оценим для этого, какая часть α аэрозоля осаждается на стенках входного участка трубы. Ввиду того, что, чем больше скорость течения у стенок, тем меньшая часть аэрозоля осадится на них благодаря диффузии, и так как, начиная от входа в трубу и до конца входного участка скорость течения у стенок непрерывно уменьшается, мы получим верхнюю границу для α , приняв, что пуазейлевское течение устанавливается у самого входа, т. е. $\alpha = 2,57 \mu^{1/2}$. Полагая $x = 0,1 R Re$, мы получим $\alpha = 2,57 (0,2D/\nu)^{1/2}$, где ν — кинематическая вязкость среды. Для воздуха $\nu = 0,15$ и $\alpha \approx 3D^{1/2}$. Из табл. 13 видно, что уже для частиц с $r = 10^{-6}$ см $\alpha < 0,01$. Таким образом, формула (39.9) нуждается в существенных поправках лишь для аэрозолей с частицами величиной порядка 10^{-7} см.

Л. Радужкович [288] применил формулу (39.1) для определения среднего размера частиц в дымах хлористого аммония. Для этого он пропускал дым через систему вертикальных капилляров длиной 20 см и радиусом 0,012 см со средней скоростью $1,84 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ и определял путем ультрамикроскопического счета концентрацию в дыме до и после пропускания. В этих опытах μ было порядка 0,5. Из найденных таким путем значений

\bar{n}/n_0 была рассчитана средняя величина радиуса частиц, оказавшаяся на 20–30% выше, чем определенная счетно-весовым методом. Это расхождение объясняется, вероятно, тем, что частицы дыма хлористого аммония представляют собой более или менее рыхлые агрегаты, и их действительный размер больше, чем определенный счетно-весовым методом.

II. Аналогичная задача для плоско-параллельного канала с расстоянием h между плоскостями [289] приводит к формуле¹

$$(\mu = Dx/h^2\bar{U}):$$

$$\bar{n}/n_0 = 1,066e^{-7,34\mu} + 0,0065e^{-88,8\mu}. \quad (39.10)$$

Нолэн и Гверрини [289] пропускали атмосферный воздух через систему вертикальных плоско-параллельных каналов и определяли посредством счетчика Айткена процент осевших на стенках каналов атмосферных ядер конденсации. Найдя отсюда по формуле (39.10) μ , авторы получили для радиуса ядер конденсации величину $2,85 \cdot 10^{-6}$ см. Далее они повторили этот опыт при горизонтальном положении каналов и, приняв, что разность между результатами обоих опытов соответствует числу ядер, осевших благодаря седиментации, рассчитали среднюю скорость их оседания и отсюда их массу и плотность. Полученная ими несообразно большая величина плотности (1,7) указывает на недопустимость такого упрощенного способа расчета.

III. Задача о диффузии к поверхности шара из потока была исследована теоретически и экспериментально для случая конденсации пара на поверхности капелек (или их испарения). Скорость диффузии к шару, выражаемая в случае неподвижной среды формулой (38.36), увеличивается в потоке на множитель [290] $1 + 0,27 Re^{1/2} Sc^{1/2}$, где $Sc = \nu/D$ — число Шмидта. Однако в аэрозолях D на несколько порядков величины меньше, чем в парах; число Sc в парах — порядка единицы, а в аэрозолях — весьма велико ($\sim 10^5$ при $r = 10^{-5}$ см, $\sim 10^3$ при $r = 10^{-6}$ см). По этой причине перенесение экспериментальных данных по диффузии паров на аэрозоли недопустимо. Число Sc может служить мерой отношения скорости конвективного и диффузионного переноса вещества (при постоянном Re) в задачах разбираемого здесь типа. При $Sc \approx 1$ толщина диффузионного слоя и гидродинамического слоя трения вокруг обтекаемого тела имеют одинаковый порядок величины. При $Sc \gg 1$ диффузионный перенос сравнивается с конвективным лишь на очень малом расстоянии от поверхности тела, т. е. диффузионный слой весьма тонок по сравнению со слоем трения². Поэтому скорости диффузии должны в этих двух случаях иметь различное математическое выражение. Так как при диффузии в растворах Sc также весьма велико, мы можем воспользоваться результатами работы

¹ Более точная формула [578] $\bar{n}/n_0 = 0,910 e^{-7,34\mu} + 0,053 e^{-86\mu} + \dots$

² Вопрос о характере диффузии к поверхности обтекаемых тел в зависимости от порядка величины Sc подробно разобран Д. Франк-Каменецким [291] и В. Левичем [292].

В. Левича [293], нашедшего для скорости диффузии к шару при стоковом обтекании выражение

$$\Phi = 7,9n_0 D^{1/2} U^{1/2} R^{1/2}. \quad (39.11)$$

В выводе этой формулы принято согласно вышесказанному, что толщина диффузионного слоя весьма мала по сравнению с радиусом шара. Так как при уменьшении U толщина диффузионного слоя возрастает, то при очень малой скорости течения формула (39.11) неприменима.

IV. В заключение рассмотрим свободную диффузию аэрозоля, выпускаемого из узкого отверстия («точечный источник») или из расположенного перпендикулярно к направлению потока бесконечно длинной плоской щели («линейный источник») в движущуюся прямолинейно и с одинаковой повсюду скоростью U среду. При этом оседанием частиц мы пренебрежем. Направим ось x параллельно потоку, начало координат поместим в источнике и, в случае линейного источника, совместим с ним ось y .

Проще всего решается задача мгновенного источника [294], так как в движущейся вместе с потоком системе координат решение в случае точечного источника, помещенного в начале координат, дается несколько измененной формулой (37.31)

$$n(x, y, z, t) = \frac{N}{V(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-(x^2+y^2+z^2)/4Dt}, \quad (39.12)$$

где N — число частиц, выпущенных источником в момент $t = 0$. В неподвижной системе координат (39.12) перейдет в

$$n(x, y, z, t) = \frac{N}{V(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-[(x-Ut)^2+y^2+z^2]/4Dt}. \quad (39.13)$$

В случае бесконечно длинного линейного источника имеем аналогично

$$n(x, y, z, t) = \frac{N'}{4\pi Dt} e^{-[(x-Ut)^2+z^2]/4Dt}. \quad (39.14)$$

где N' — число частиц, выпущенных 1 см длины источника.

V. В случае непрерывно действующего источника должно установиться стационарное распределение концентраций аэрозоля в пространстве. Точное вычисление его затруднительно. Однако, учитывая сказанное выше о сравнительной величине конвективного и диффузионного переноса частиц, т. е. отбрасывая член $D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$ в уравнении (37.19) и полагая в нем $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$, приведем его в случае линейного источника к виду

$$\frac{\partial n(z, x)}{\partial x} = \frac{D}{U} \frac{\partial^2 n(z, x)}{\partial z^2} \quad (39.15)$$

при граничном условии

$$n(z, 0) = 0 \text{ при } z \neq 0 \quad (39.16)$$

и условии нормировки

$$U \int_{-\infty}^{\infty} n(z, x) dz = \Phi', \quad (39.17)$$

показывающем, что любую перпендикулярную к оси x плоскость пересекает в 1 сек. то количество частиц (равное Φ' на 1 см длины источника), которое выпускается источником. Решение уравнения (39.15), математически эквивалентного уравнению (37.16), дается формулой, получающейся из (37.29) при замене t на x , $x - x_0$ на z , D на D/U и умножением на Φ'/U :

$$n = \frac{\Phi'}{V 4\pi D U x} e^{-\frac{U z^2}{4 D x}} \text{ (линейный источник),} \quad (39.18)$$

а для постоянного точечного источника получается формула

$$n = \frac{\Phi}{4\pi D x} e^{-\frac{U(y^2+z^2)}{4 D x}}. \quad (39.19)$$

§ 40. Тканевые и волокнистые фильтры

Рассмотрим два важных типа механических аэрозольных фильтров: 1) тканевые (сетчатые) и 2) волокнистые фильтры. Важнейшими представителями последних являются фильтровальные бумаги и картоны, изготовляемые из целлюлозных, стеклянных, асбестовых и т. п. волокон.

Тканевые фильтры служат для задержания сравнительно грубых аэрозолей. Поэтому в них основную роль играет рассмотренное в § 34 инерционное осаждение частиц на нитях. Если отношение просвета между нитями $2h$ к их диаметру $2R$ больше 1 (редкая ткань), то течение газа через ткань мало отличается от обтекания изолированных нитей, и в этом эффективность фильтра при малых скоростях течения очень невелика.

Однако при уменьшении h/R линии тока приближаются к поверхности нитей, и эффективность осаждения должна значительно увеличиться. К сожалению, распределение скоростей в газе, текущем через плотную ткань ($h/R < 1$), неизвестно, и от теоретического разбора процесса фильтрации аэрозолей в плотных тканевых фильтрах приходится пока отказаться. Опыт показывает [295], что задерживающая способность тканей действительно быстро возрастает с увеличением их плотности (значительно скорее, чем число нитей на 1 см² ткани).

Опыты с многослойными тканевыми фильтрами показали [296, 297], что концентрация n_v аэрозоля, прошедшего через v слоев, может быть приближенно выражена формулой

$$n_v = n_0 e^{-\gamma v} \quad (40.1)$$

или

$$\lg(n_v/n_0) = -0,43\gamma v, \quad (40.2)$$

где n_0 — начальная концентрация.

Таким образом, логарифм проскока (n_v/n_0) линейно зависит от числа слоев. Это соотношение справедливо только в том случае, если каждый слой пропускает один и тот же процент $e^{-\alpha}$ входящих в него частиц, например, при фильтровании изодисперсного аэрозоля. В полидисперсных

аэрозолях α имеет различную величину для разных фракций. Для частиц с радиусом, превышающим $0,1 \mu$, α увеличивается с возрастанием r ; поэтому в лобовых слоях фильтра задерживаются, главным образом, более крупные частицы. Дисперсность аэрозоля при этом возрастает, α уменьшается, и кривая $\lg(n_s/n_0)$ в функции γ более или менее выпукла к оси γ в зависимости от степени полидисперсности аэрозоля. Так как крупные частицы быстро забивают лобовые слои фильтра, последние рекомендуется время от времени менять. Это относится, конечно, к многослойным фильтрам как из ткани или сеток, так и из фильтровальной бумаги [296, 297].

Эффективность тканевых фильтров значительно возрастает по мере забивания их пылью [298—300]. При этом образуется фильтрующий слой пыли; просвет между частицами этого слоя значительно меньше, чем между нитями ткани, а поэтому эффективность слоя больше. Особенно эффективна асбестовая пыль [300, 301]. Целесообразно наносить эту пыль на фильтровальную ткань перед ее употреблением. При периодическом встряхивании тканевых фильтров рекомендуется оставлять на них часть пыли [301]. В литературе встречаются, впрочем, и обратные указания [302] — увеличение проскока пыли по мере забивания фильтра (из «шерстянки»). Причина этого противоречия неясна.

Толстые, ворсистые, особенно шерстяные ткани значительно эффективнее тонких гладких бумажных тканей и в отличие от последних дают хорошие результаты и без предварительного забивания пылью [298]. Кроме того, возрастание сопротивления их по мере забивания пылью идет гораздо медленнее, чем при тонких гладких тканях [300], т. е. они обладают благодаря своему большому рабочему объему значительно большей пылеемкостью.

С фильтров из металлических сеток осадившаяся пыль почти полностью сдувается током газа; поэтому их необходимо покрывать слоем вязкой жидкости [303]. Они применяются главным образом для фильтрации воздуха, поступающего в двигатели внутреннего сгорания (автомобильные моторы), где опасность представляют лишь сравнительно грубые частицы пыли.

Переходя к волокнистым фильтрам (фильтровальной бумаге и картону)¹, заметим, что вследствие их сравнительно большого гидравлического сопротивления они в большинстве случаев эксплуатируются при малых скоростях течения, при которых их сопротивление пропорционально первой степени скорости, что указывает на ламинарный характер течения. В капиллярных ходах волокнистых фильтров Re имеет величину порядка $0,001—0,1$. Поэтому попытки расчета величины инерционного осаждения аэрозолей на волокнистых фильтрах, основанные на приведенных в § 34 данных об осаждении частиц на цилиндрах при потенциальном обтекании [295], не могут привести к правильным результатам.

¹ Волокнистые фильтры из ваты, шерсти, пуха и т. п. в настоящее время устарели и находят себе применение лишь в специальных случаях.

Течение газа в волокнистых фильтрах носит очень сложный характер, так как поток непрерывно меняет направление, огибая беспорядочно расположенные волокна. Для того чтобы получить хотя бы представление о величине осаждения аэрозолей в волокнистых фильтрах, необходимо исходить из идеализированной модели фильтра, например из изображенной на рис. 58 в поперечном разрезе системы одинаковых параллельных цилиндров (волокон), расположенных в шахматном порядке на расстоянии $2h$ друг от друга [304]. Так как пористость (объем пор в 1 см^3 материала) в фильтровальных бумагах и картонах варьирует примерно от 0,70 до 0,98, то отношение h/R заключено приблизительно в пределах 0,6—5,0.

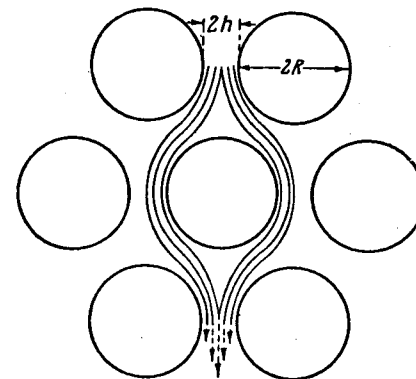


Рис. 58. Модель волокнистого фильтра.

Определение поля течения даже в этой, крайне упрощенной модели фильтра представляет очень большие трудности. Еще труднее, конечно, вычисление эффективности фильтра. Поэтому на приведенные ниже расчеты не следует смотреть даже как на грубо количественные: они могут служить лишь для первоначальной ориентации в вопросе о механизме действия волокнистых фильтров.

При расчете величины осаждения частиц в фильтрах можно исходить, учитывая малость Re , из формул вязкого обтекания цилиндра (34.2). Особенно надежен этот метод, к которому мы вернемся несколько ниже, в случае фильтров с высокой пористостью, т. е. с большим отношением h/R , когда волокна можно рассматривать как изолированные цилиндры. Автором был выбран противоположный путь, правильный при малых значениях h/R , т. е. для очень плотных фильтров принято, что в криволинейных капиллярах, образованных промежутками между волокнами, течение носит пуазейлевский характер (на рис. 58 изображено несколько трубок тока в этом течении). Течение последовательно подтормаживается то с одной, то с другой стороны. Ввиду малости Re можно считать, что пуазейлевский профиль течения успевает установиться в каждом участке капилляра.

Если отвлечься от эффекта электростатических сил, при осаждении аэрозолей на волокнистых фильтрах действуют четыре механизма: инерционный эффект, эффект зацепления, седиментация и диффузия частиц. Инерционный эффект можно рассчитать, как в случае щелевого прибора (стр. 149), принимая, однако, что линии тока поворачиваются не на 90° , а примерно на $30—45^\circ$. Таким образом, для коэффициента осаждения на одном цилиндре (волокне), а следовательно, и на одном ряду волокон

получается формула (33,3), но примерно с вдвое меньшим числовым коэффициентом:

$$a_i = l_i / 2h = \tau \bar{U} / 2h, \quad (40.3)$$

где за \bar{U} мы примем среднюю скорость течения в промежутках между волокнами. Очевидно,

$$\bar{U} = \left(1 + \frac{R}{h}\right) U_0, \quad (40.4)$$

где U_0 — скорость газа при входе в фильтр. В параллельном поверхности фильтра слое толщиной Δx содержится $\Delta x / \sqrt{3} (R + h)$ рядов волокон (точнее, их осей). При пропускании через этот слой аэрозоля с концентрацией n последние уменьшится на величину

$$\Delta n = \frac{l_i n \Delta x}{2 \sqrt{3} h (R + h)}. \quad (40.5)$$

Отсюда следует, что по выходе из фильтра толщиной H концентрация аэрозоля равна

$$n = n_0 e^{-a_i}, \quad (40.6)$$

где n_0 — начальная концентрация. Величину

$$a_i = \frac{\tau U_0 H (1 + R/h)}{2 \sqrt{3} h (R + h)} = \frac{\tau U_0 H}{2 \sqrt{3} h^2} \quad (40.7)$$

мы назовем коэффициентом инерционного поглощения аэрозоля фильтром¹. Эффективность фильтра (доля задержанных частиц) равна¹

$$\mathcal{E}_i = 1 - e^{-a_i}. \quad (40.8)$$

При расчете эффекта зацепления необходимо исходить из скорости течения у самой поверхности волокна. Приняв, что распределение скоростей течения в промежутке между волокнами такое же, как в плоско-параллельном капилляре толщиной $2h$ [см. (26.2)], получим для скорости течения на расстоянии x от поверхности волокна приближенное выражение

$$U = 3x\bar{U} / h. \quad (40.9)$$

Поток газа в 1 сек. в пристенном слое толщиной x равен на единицу длины волокна

$$\int_0^x U dx = 3x^2 \bar{U} / 2h. \quad (40.10)$$

Таким образом, благодаря эффекту зацепления на единице длины волокна в 1 сек. осадится с каждой стороны $3r^2 n \bar{U} / 2h$ частиц. Так как полный поток частиц в промежутке между волокнами равен за 1 сек. $2hn\bar{U}$, то коэффициент осаждения на 1-м ряде волокон выразится формулой

$$a_h = 2 \cdot 3r^2 n \bar{U} / 2h : 2hn\bar{U} = \frac{3r^2}{2h^2}, \quad (40.11)$$

¹ Здесь в отличие от § 22 и 42 коэффициенты α отнесены не к слою поглощающей среды толщиной 1 см, а к данному фильтру.

а коэффициент поглощения аэрозоля благодаря эффекту зацепления равен

$$\alpha_h = \frac{3r^2 H}{2 \sqrt{3} h^2 (R + h)}. \quad (40.12)$$

В теории волокнистых фильтров обычно пренебрегают седиментацией частиц. Рассчитаем эффект седиментации в нашей модели фильтра. На единице длины горизонтального цилиндра, обтекаемого аэрозолем, осаждаются в единицу времени в первом приближении $nV_s \cdot 2R$ частиц. При этом безразлично, течет ли аэрозоль в фильтре горизонтально или вертикально. Так как объем газа, обтекающего единицу длины волокна в 1 сек., равен $2U_0(h + R)$, то для одного ряда волокон

$$a_s = V_s R / U_0 (h + R) = g\tau / U_0 (1 + h/R) \quad (40.13)$$

и коэффициент седиментационного поглощения аэрозоля фильтром равен

$$\alpha_s = \frac{g\tau H}{V_s U_0 R (1 + h/R)^2}. \quad (40.14)$$

Таким образом, α_i пропорционально, а α_s обратно пропорционально скорости течения. Оба эффекта сравниваются лишь при очень малых скоростях течения порядка десятых долей см·сек⁻¹, и в практических условиях седиментационный эффект действительно имеет второстепенное значение.

Переходя к диффузионному осаждению аэрозолей в фильтрах, заметим, что наша модель фильтра очень напоминает трубчатый холодильник, и кажется заманчивым использовать данные по теплопередаче в таких холодильниках. Однако, как было указано (стр. 187), такая аналогия недопустима, и мы снова воспользуемся упрощенным методом расчета, как в § 39, I. Используя формулу (40.13) и повторяя рассуждения § 39, I, придем вместо (39.6) к следующему выражению для толщины «поглощаемого» волокном слоя:

$$\delta = \left(\frac{8LhD}{3\pi\bar{U}} \right)^{1/3}. \quad (40.15)$$

За путь L , проходимый диффундирующей частицей вдоль поверхности волокна, примем половину окружности волокна, т. е. πR . Таким образом,

$$\delta = \left(\frac{8hDR}{3\bar{U}} \right)^{1/3}. \quad (40.16)$$

Поступая так же, как при расчете эффекта зацепления, найдем

$$a_D = 3x_0^2 / 2h^2, \quad (40.17)$$

$$\alpha_D = \frac{2HD^{2/3}}{3^{1/3} U_0^{2/3} R h^{1/3} (1 + h/R)^{2/3}}. \quad (40.18)$$

Из формул (40.7), (40.12), (40.14) и (40.18) следует, что инерционное осаждение симбатно с размером и плотностью частиц и скоростью течения; седиментационное осаждение симбатно с размером и плотностью частиц и антибатно со скоростью течения; осаждение, обусловленное эффектом зацепления, возрастает с размером частиц и не зависит ни от их плотности, ни от скорости течения. Диффузионное осаждение антибатно размерам частиц и скорости течения и не зависит от плотности частиц. Все типы осаждения быстро возрастают с уменьшением расстояния между волокнами. Зависимость осаждения от толщины волокон при постоянной величине расстояний между ними носит более сложный характер. При постоянной пористости фильтра осаждение быстро возрастает с уменьшением толщины волокон. Все эти выводы не зависят от принятой здесь модели фильтра и предположений о характере течения и имеют общее значение. Так как при дальнейшем уплотнении (уменьшении пористости) уже достаточно плотного фильтра h быстро уменьшается, то эффективность фильтра должна при этом расти весьма сильно, как это известно из практики. Иначе дело обстоит с рыхлыми фильтрами, к которым мы перейдем ниже.

Для иллюстрации приводим таблицу эффективности фильтров, обусловленной различными механизмами и вычисленной по вышеприведенным формулам для фильтра толщиной 0,2 см с радиусом волокон 10 μ и с отношением $h/R = 0,7$ при двух скоростях течения.

Таблица 16

Эффективность модельного фильтра

$r, \text{ см}$	$U_* = 1 \text{ см·сек}^{-1}$				$U_* = 20 \text{ см·сек}^{-1}$			
	\mathcal{E}_i	\mathcal{E}_h	\mathcal{E}_s	\mathcal{E}_D	\mathcal{E}_i	\mathcal{E}_h	\mathcal{E}_s	\mathcal{E}_D
10^{-6}	0	0	0	1	0	0	0	1
$3 \cdot 10^{-6}$	0	0	0	1	0,10	0	0	0,80
10^{-5}	0,03	0,02	0,01	0,95	0,43	0,02	0	0,33
$3 \cdot 10^{-5}$	0,17	0,16	0,06	0,67	0,97	0,16	0	0,14
10^{-4}	0,80	0,86	0,41	0,35	1	0,86	0,03	0,06
$3 \cdot 10^{-4}$	1	1	1	0,17	1	1	0,20	0,03

О величине суммарной эффективности можно лишь сказать, что она больше отдельных слагаемых, но меньше их арифметической суммы. Из всего сказанного следует, что при очень больших и очень малых значениях радиуса частиц эффективность фильтров должна стремиться к единице. Таким образом кривая \mathcal{E} в функции r должна иметь минимум при некотором $r = r_{\min}$, причем r_{\min} уменьшается с возрастанием скорости течения (см. ниже, стр. 198).

Так как при очень малых и очень больших скоростях течения эффективность фильтров также стремится к единице, то и кривые \mathcal{E} в функции U должны иметь минимум при некотором $U = U_{\min}$, причем U_{\min} должно зависеть от r и от структуры фильтра, как это и следует из опыта (рис. 59).

Таким образом, уменьшение промежутков между волокнами, т. е. уплотнение фильтров или переход к более тонким волокнам, ведет к возрастанию эффективности фильтров, но при этом возрастает и их сопротивление. Качество фильтра определяется его эффективностью при данном сопротивлении. Теоретический расчет зависимости качества фильтра от его толщины и расположения волокон весьма труден. Экспериментальные данные показывают, что эффективность фильтров повышается с уменьшением толщины волокон [305, 308—310], но качество фильтра может при этом и повыситься и понизиться в зависимости от условий фильтрования.

Девисом [565], Лэнгмюром и Ченом [567] применен другой метод расчета эффективности волокнистых фильтров. Исходя из уравнений обтекания цилиндра при малых Re , они сперва вычисляют обусловленные различными механизмами коэффициенты осаждения частиц на отдельном волокне. Затем вводят теоретические или эмпирические поправки на влияние соседних волокон. Областью применимости этого метода являются, очевидно, фильтры с высокой пористостью.

Для коэффициента инерционного осаждения на цилиндрическом волокне Девис принял вычисленные им значения, приведенные на рис. 46 (все расчеты Девиса относятся к случаю $Re = 0,2$). По мнению Лэнгмюра, при фильтровании высокодисперсных аэрозолей можно вообще пренебречь инерционным осаждением. Для коэффициента осаждения благодаря зацеплению американские авторы применяют формулу (34.18), а Девис — рассчитанные им графики, дающие при $\kappa = 0,75—1,5$ значения \mathcal{E} , примерно совпадающие с вычисленными по формуле (34.18), но при $\kappa < 0,7$ — более высокие значения. Для суммарного коэффициента осаждения благодаря инерции и зацеплению Девис использовал формулу (34.19). Лэнгмюр применил для вычисления коэффициента диффузионного осаждения формулу (34.18), заменив в ней $\kappa = r/R$ на δ/R , где δ — толщина окружающего цилиндр слоя, из которого все частицы успевают продиффундировать к поверхности цилиндра за время обтекания. δ определялось Лэнгмюром по грубо приближенной формуле

$$\delta/R = [1,12(2,0 - \ln Re) D/\bar{U}R]^{1/2}, \quad (40.19)$$

где \bar{U} — средняя скорость воздуха в фильтре. Девис ввел безразмерный параметр $D/\bar{U}R$, характеризующий интенсивность диффузионного осаждения, и суммировал его с числом Stk в формуле (34.19), не приводя никаких обоснований к этому способу расчета.

Для учета влияния соседних волокон на величину \mathcal{E} Девис использовал рассчитанное Ковасным [568] поле течения жидкости через двухмерную решетку при малых Re , и получил для коэффициента осаждения благодаря зацеплению выражение

$$\mathcal{E}_h = \kappa(0,16 + 10,9\phi - 17\phi^2). \quad (40.20)$$

$$0,9\phi - 17\phi^2), (40.21)$$

Комбинируя эту формулу с (34.19), Девис вывел для суммарного коэффициента осаждения:

$$\eta = [\kappa + (0,5 + 0,8\kappa)Stk - 0,105\kappa Stk^2] (0,16 + 1$$

где снова в число Stk включен и диффузионный парабол. При этом в выражении $\kappa = r/R$ следует, по Девису, понимать r — радиус волокон, отличный от их действительного среднего радиуса вследствие беспорядочного и неравномерного расположения агрегатов и т. д. Определить $R_{эф}$ можно по сопротивлению (40.22).

От коэффициентов осаждения частиц на одном волокне можно перейти к коэффициенту поглощения аэрозоля фильтром, что все волокна

$$\alpha = \frac{2\phi\eta H}{\pi(1-\phi)R},$$

которую легко вывести, если учесть, что на единицу площади $2R\eta\bar{U}$ частиц в секунду, что $\bar{U} = U_0/(1 - \phi)$ — скорость воздуха над фильтром, и что общая длина волокон, содержащихся в 1 см³ фильтра, равна $\phi/\pi R^2$. В этом выводе предполагается, что все волокна расположены равномерно и перпендикулярно к потоку.

Для гидравлического сопротивления волокнистых фильтров было предложено использовать для оп- Известная формула Козени — Кармана, широко используемая для жидкостей и газов, оказалась применимой лишь к очень пористым материалам, а не к фильтрам с высокой пористостью. Результаты его применения к фильтрам с высокой пористостью при различных значениях ϕ (0,006—0,3) Девис вывел формулу (40.23).

$$\Delta p = \frac{16\eta U_0 H}{R^2 \phi} \phi^{1,5} (1 + 56\phi^3). \quad (40.24)$$

Здесь $R_{эф}$ — «эффективный» радиус волокон, совпадающий с действительным радиусом при малых ϕ и превышающий его при больших ϕ . По опытам Блазевича и Джексона [569], сопротивление фильтров из стеклянных волокон изменяется при увеличении их плотности в 10 раз пропорционально $\phi^{1,5}$ в соответствии с формулой (40.24).

$$\Delta p = \frac{17,5\eta U_0 H}{R_{эф}^2} \phi^{1,5} (1 + 52\phi^{1,5}),$$

$R_{эф} = R_{эф}$ лишь при $\phi < 0,02$, при больших ϕ $R_{эф}$ увеличивается. Сильверман и Сильверман [570] для различных фильтров нашли, что сопротивление пропорционально $\phi^{1,5}$ в соответствии с формулой (40.24).

При этом в выражении $R_{эф}$ «эффективный» радиус следует понимать радиус волокон, отличный от их действительного среднего радиуса вследствие беспорядочного и неравномерного расположения агрегатов и т. д. Определить $R_{эф}$ можно по сопротивлению (40.22).

где снова в число Stk включен и диффузионный парабол. При этом в выражении $\kappa = r/R$ следует, по Девису, понимать r — радиус волокон, отличный от их действительного среднего радиуса вследствие беспорядочного и неравномерного расположения агрегатов и т. д. Определить $R_{эф}$ можно по сопротивлению (40.22).

От коэффициентов осаждения частиц на одном волокне можно перейти к коэффициенту поглощения аэрозоля фильтром, что все волокна

фильтров было предложено использовать для оп- Известная формула Козени — Кармана, широко используемая для жидкостей и газов, оказалась применимой лишь к очень пористым материалам, а не к фильтрам с высокой пористостью. Результаты его применения к фильтрам с высокой пористостью при различных значениях ϕ (0,006—0,3) Девис вывел формулу (40.23).

Здесь $R_{эф}$ — «эффективный» радиус волокон, совпадающий с действительным радиусом при малых ϕ и превышающий его при больших ϕ . По опытам Блазевича и Джексона [569], сопротивление фильтров из стеклянных волокон изменяется при увеличении их плотности в 10 раз пропорционально $\phi^{1,5}$ в соответствии с формулой (40.24).

Здесь $R_{эф}$ — «эффективный» радиус волокон, совпадающий с действительным радиусом при малых ϕ и превышающий его при больших ϕ . По опытам Блазевича и Джексона [569], сопротивление фильтров из стеклянных волокон изменяется при увеличении их плотности в 10 раз пропорционально $\phi^{1,5}$ в соответствии с формулой (40.24).

$R_{эф} = R_{эф}$ лишь при $\phi < 0,02$, при больших ϕ $R_{эф}$ увеличивается. Сильверман и Сильверман [570] для различных фильтров нашли, что сопротивление пропорционально $\phi^{1,5}$ в соответствии с формулой (40.24).

стоящую при $\phi = 0$ — это сопротивление при $\phi = 0$. Эта сила, подобно рассмотренной в § 14 силе, действующей на систему оседающих в ограниченном пространстве частиц, зависит от расстояния между волокнами, т. е. от величины ϕ . Обозначим через $F(\phi)$ силу, действующую на единицу длины волокна, расположенного перпендикулярно к потоку. Пользуясь найденной Уайтом [571] эмпирической формулой для сопротивления, испытываемого цилиндром, движущимся в вязкой среде в ограниченном пространстве, Чен нашел для $F(\phi)$ выражение

$$F(\phi) = -A\eta\bar{U}/(B + \lg \phi), \quad (40.25)$$

где A и B — константы.

Учитывая, что общая длина волокон в 1 см³ фильтра равна $\phi/\pi R^2$, из формулы (40.25) получается следующее выражение для сопротивления фильтра:

$$\Delta p = \frac{\phi H F(\phi)}{\pi R^2} = - \frac{\phi H \eta U_0 A}{(1 - \phi) \pi R^2 (B + \lg \phi)}. \quad (40.26)$$

Опыты Чена с фильтрами из стеклянных волокон диаметром 0,5—14 м при $\phi < 0,1$ показали, что в соответствии с формулами (40.25) и (40.26) Δp пропорционально скорости течения до максимальной исследованной скорости, соответствующей $Re = 6$, и что для одного и того же материала при разной степени уплотнения $1/F(\phi)$ линейно зависит от $\lg \phi$, однако значения констант A и B для фильтров, отличающихся толщиной волокон и способом изготовления, дают довольно большие отклонения от средних значений $A = 5,3$ и $B = 0,388$. Из приведенных Ченом данных трудно обнаружить какую-либо зависимость между величиной этих констант и диаметром волокон. Повидимому, большее значение имеет расположение волокон в фильтре.

Как видно из формулы (40.25), $F(\phi)$ убывает при уменьшении ϕ . При определенном значении ϕ , зависящем от числа Re , $F(\phi)$ достигает величины, соответствующей сопротивлению, испытываемому волокном в отсутствие соседних волокон и выражаемому формулой Ламба (12.13), а сопротивление перестает быть пропорциональным скорости течения. Это происходит для $Re = 1$ примерно при $\phi = 6 \cdot 10^{-2}$, для $Re = 0,1$ при $\phi = 6 \cdot 10^{-3}$, для $Re = 0,01$ при $\phi = 7 \cdot 10^{-4}$ и для $Re = 0,001$ при $\phi = 7 \cdot 10^{-5}$. Эти расчеты подтверждаются опытами Уонга.

Из пропорциональности сопротивления и скорости течения следует, что течение в фильтрах автомодельно, т. е. поле течения не зависит от Re . Поэтому надо полагать, что формулы (34.18) и (40.19), в основе которых лежит допущение, что поле течения в фильтрах зависит от Re , не могут служить для расчета эффективности фильтров.

При экспериментальном исследовании зависимости эффективности фильтров из стеклянных волокон от степени их уплотнения Чен пришел к следующей эмпирической формуле для коэффициента осаждения на

одном волокне, справедливой только при $\phi < 0,1$:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + 4,5\phi). \quad (40.27)$$

Сравнение формул (40.27) и (40.21) показывает, что последняя дает сильно завышенное влияние плотности фильтра на его эффективность. Следует указать, что, по опытам Сильвермана и Фирста [570], сжатие очень рыхлых фильтров из стеклянных волокон, приводящее к возрастанию ϕ от 0,0007 до 0,003, не изменяет их эффективности. К такому же выводу пришел Уонг [567] при уплотнении фильтров от $\phi = 0,045$ до 0,1. Подчеркнем еще раз, что при дальнейшем уплотнении плотных фильтров дело обстоит иначе.

Из сравнения формул (40.27) и (40.26) или (40.23) следует, что сопротивление рыхлых фильтров возрастает при их уплотнении значительно скорее, чем коэффициент осаждения. Поэтому положенное Лэнгмюром [567] в основу его расчетов эффективности фильтров допущение о пропорциональности этих двух величин неправильно.

Опыты Чена по фильтрованию аэрозолей с различной степенью дисперсности ($r = 0,07-0,4 \mu$) через фильтры из стеклянных волокон с диаметром $2,5 \mu$ и с $\phi = 0,02-0,08$ показали, что эффективность фильтров резко повышается с возрастанием размера частиц при скорости течения 47 см/сек , почти не меняется при $U_0 = 5,2 \text{ см/сек}$ и несколько уменьшается при $U_0 = 1,7 \text{ см/сек}$. Увеличение скорости течения сопровождается резким уменьшением эффективности для частиц с радиусом $0,075 \mu$ и очень слабым уменьшением при $r = 0,36 \mu$. Существование такого размера частиц, при котором эффективность фильтров минимальна, Чену удалось обнаружить лишь при $U_0 < 4 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$.

При фильтровании аэрозолей через фильтровальную бумагу со скоростью $3-28 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ Ламер [567] нашел, что эффективность монотонно падает с уменьшением размера частиц вплоть до самого малого изученного размера $r = 0,02 \mu$.

Работая с фильтрами из древесно-массовой бумаги и с аэрозольными частицами вплоть до $r = 0,1 \mu$, Грин и Томас [572] не обнаружили минимума эффективности при скорости течения $24 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$. При $U_0 = 6 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ $r_{\min} = 0,03-0,05 \mu$. Для асбесто-целлюлозных фильтров при $U_0 = 2,5 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ $r_{\min} = 0,15 \mu$ [307]. Встречающиеся в литературе указания, что $r = 0,20$ [305] или $0,17 \mu$ [306], верны лишь по отношению к определенным условиям работы фильтров.

Подробные данные об эффективности волокнистых фильтров опубликованы Рамскиллом и Андерсоном [310], работавшими с туманами H_2SO_4 и диоктилфталата с довольно высокой степенью монодисперсности. В табл. 17 приведены сведения о применявшихся в этой работе фильтрах.

Результаты опытов представлены на рис. 59¹. Рис. 59, а и 59, б иллюстрируют зависимость эффективности от радиуса частиц, указанного

¹ На этих графиках по оси ординат отложена не эффективность фильтра \mathcal{E} , а пролог, т. е. $1 - \mathcal{E}$.

Таблица 17

Характеристика фильтров в работе Рамскилла и Андерсона

Фильтры	Материал	Средний диаметр волокон, μ	Толщина фильтра, см	Сопротивление фильтра, $\text{мг Н}_2\text{О}$ при $U = 14 \text{ см/сек}$	Сопротивление на 1 см толщины фильтра	Способ изготовления
A	Вискоза	17	0,110	7	64	Мокрый, без каландрирования
B	Стекло	3	0,05	10	200	То же
C	"	3	0,028	10	350	Сухой, без каландрирования
D	Эспарто	15	0,06	67	1100	Мокрый, со средним каландрированием
E	Древесная масса	15	0,015	219	15000	Мокрый, с сильным каландрированием
F	Вискоза	12	0,15	21	140	Мокрый, без каландрирования
G	Хлопок	16	0,075	4	53	То же
H	Вискоза	17	0,22	14	64	" "
I	Стекло	3	0,08	14	175	" "
J	"	2	0,07	40	570	" "
K	"	1	0,045	100	2200	" "

на кривых. Видно, что по крайней мере для фильтра J \mathcal{E} значительно уменьшается при переходе от $r = 0,15 \mu$ к $r = 0,13 \mu$ во всем интервале изученных скоростей. Рис. 59, в показывает влияние уплотнения (каландрирования) на эффективность: фильтры G, D и E состоят из волокон почти одинаковой толщины. Однако, как видно из табл. 17, возрастание \mathcal{E} при уплотнении фильтра сопровождается огромным ростом сопротивления. Из рис. 59, г (туман диоктилфталата, $r = 0,15 \mu$) видно, как повышается эффективность фильтров при уменьшении диаметра волокон. Однако, как следует из сопоставления с данными табл. 17, качество стеклянных фильтров возрастает с уменьшением диаметра волокон лишь при больших скоростях течения и убывает при меньших скоростях. Рис. 59, д показывает, насколько возрастает \mathcal{E} с увеличением плотности частиц, что характерно для инерционного осаждения.

Кривые (\mathcal{E} , U) для фильтров с тонкими волокнами (B, C, I, J, K) обладают ясно выраженным минимумом, тогда как в случае толстых волокон минимумы слабо выражены или вовсе отсутствуют, так как смещены к очень малым скоростям течения, при которых измерения не производились. Этот факт можно объяснить следующим образом. Как видно из формул (40.7) и (40.18), диффузионное осаждение быстро возрастает с уменьшением толщины волокон, тогда как инерционное осаждение непосредственно от R не зависит. Поэтому при малых R диффузионное осаждение

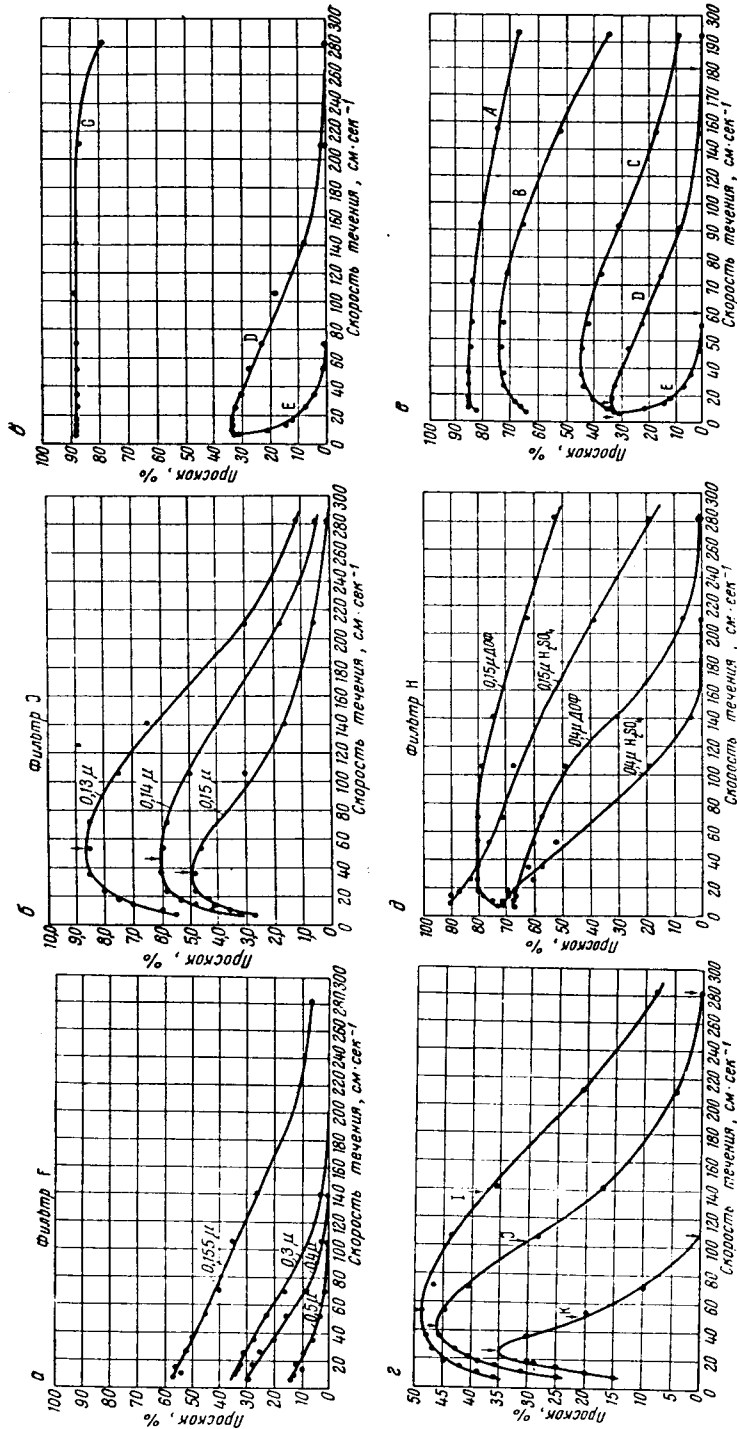


Рис. 59. Эффективность волокнистых фильтров.

преобладает над инерционным (и следовательно, \mathcal{E} антибатно U) до значительно больших скоростей течения, чем при больших R .

Первые противодымные фильтры состояли из слоя ваты и тому подобных материалов, обладающих достаточной задерживающей способностью только при довольно значительной толщине слоя. Такие фильтры дают довольно высокое сопротивление. Большим прогрессом было введение фильтров с развернутой поверхностью (рис. 60), изготовленных из фильтровального картона [311]. Благодаря своей большой поверхности ($\sim 1000 \text{ см}^2$) они работают в нормальных условиях при малой скорости течения (в противогазах $\sim 1 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$) и поэтому дают очень малое сопротивление (меньше $20 \text{ мм H}_2\text{O}$ при пропускании 30 л воздуха в 1 мин.). Между тем при применении фильтров в противогазах и респираторах их сопротивление имеет решающее значение, так как уже при сопротивлении больше $20\text{--}25 \text{ мм H}_2\text{O}$ появляется чувство стесненности дыхания.

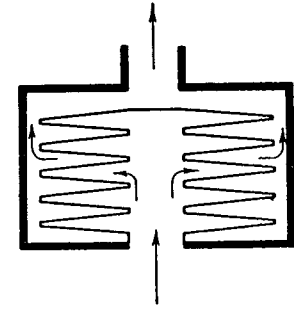


Рис. 60. Фильтр с развернутой поверхностью.

Наилучшие современные фильтры, по-видимому — асбесто-целлюлозные фильтровальные бумаги и картоны [300, 307, 312]. В этих фильтрах волокна целлюлозы толщиной $\sim 15 \mu$ служат каркасом, на котором лежат очень тонкие волокна асбеста, толщина которых составляет доли микрона. При сопротивлении, равном приблизительно $U \text{ см H}_2\text{O}$, где U — скорость течения в $\text{см} \cdot \text{сек}^{-1}$, они дают при U порядка нескольких $\text{см} \cdot \text{сек}^{-1}$ эффективность около $0,999$ по отношению к обладающим высокой проникающей способностью аэрозольям с $r = 0,15 \mu$. Эффективность асбесто-целлюлозных и других волокнистых фильтров возрастает (одновременно с сопротивлением) при пропускании через них дымов и пылей. Если в аэрозольях содержатся сравнительно грубые частицы, быстро забивающие лобовой слой фильтра, необходимо ставить форфильтр, сменяемый по мере его забивания.

Несколько уступают асбесто-целлюложным фильтрам фильтры из стеклянных волокон диаметром $\sim 1 \mu$ [308], покрываемых особым составом, вероятно, для улучшения прилипания твердых частиц к гладкой поверхности стекла [305].

Весьма высокими качествами обладают «электростатические» фильтры, изготовляемые на кардных (чесальных) машинах из смеси шерсти и порошкообразных смол-диэлектриков [300, 305, 307].

Эффективность этих фильтров вызвана, несомненно, электрическими зарядами трибоэлектрического происхождения, возникающими на частицах смолы и на волокнах при изготовлении фильтров, особенно при их чесании. При использовании смол с высокими изолирующими свойствами заряды с частиц смолы стекают очень медленно, но все же при длительном

хранении эффективность этих фильтров постепенно уменьшается [313]. Это несколько ограничивает область их применения, хотя при правильном изготовлении они более эффективны (при равном сопротивлении), чем асбесто-целлюлозные фильтры, особенно при больших скоростях течения. Эффективность электростатических фильтров значительно снижается при пропускании сильно ионизированных газов и при облучении рентгеновскими лучами, т. е. при устранении зарядов внутри фильтра. Такое же действие производит пропускание масляных или водных туманов, так как осаждающиеся и растекающиеся по поверхности волокон и смолы капельки жидкости сообщают поверхности заметную электропроводность. Потерявшие свои заряды электростатические фильтры могут быть регенерированы повторным чесанием. Особенно вредны для этих фильтров масляные туманы, вероятно растворяющие смолу. При пропитке обычных целлюлозных фильтров латексом полистирола их эффективность чрезвычайно сильно возрастает, т. к. они превращаются в электростатические фильтры [314]. Весьма эффективны фильтры из электретов — диэлектриков с постоянной поляризацией, подобных постоянным магнитам [311].

Необходимо, впрочем, заметить, что электрические силы, вероятно, играют существенную роль и в обычных волокнистых фильтрах. На это указывает тот факт, что эффективность всех фильтров значительно падает при продувании через них влажного газа [315, 305, 300]. Так как заметного утолщения волокон стекла, асбеста и т. д. при увлажнении не происходит, то влияние увлажнения сводится, по всей вероятности, к сильному возрастанию поверхностной электропроводности волокон и к стеканию зарядов. То, что эффективность волокнистых фильтров заметно повышается при пропускании через них аэрозолей с твердыми частицами [316], повидимому, вызвано не только забиванием капиллярных ходов, но и трибоэлектрическими зарядами, как в электростатических фильтрах. На это указывают микроскопические исследования осевшей на фильтрах пыли, а именно большое количество агрегатов, вероятно образовавшихся вследствие притяжения частиц к ранее осевшим и зарядившимся частицам пыли. Укажем также на тот факт, что сухой дым NH_4Cl задерживается фильтрами лучше, чем влажный [317].

Некоторое значение при фильтровании имеют также собственные заряды частиц: так, для незаряженного тумана диоктилфталата с $r = 0,2 \mu$ эффективность фильтра военного типа, составлявшая при $U = 2,5 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ 0,8, поднялась до 0,85 при среднем заряде частиц ~ 60 элементарных зарядов [318].

В заключение скажем несколько слов о задержке аэрозолей зернистыми материалами. Здесь наблюдается та же закономерность, что и в волокнистых фильтрах, — увеличение эффективности с уменьшением размера зерен. Так, при фильтровании дыма, полученного возгонкой красителя Судана G, с радиусом частиц порядка нескольких десятых μ со скоростью $2 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ через стеклянный пористый фильтр № 2 со средним радиусом поринок стекла 23μ $\eta = 0,15$, а в фильтре № 3 с радиусом поринок $8,6 \mu$

$\eta = 0,5$ [295]. Любопытно, что при протравливании стеклянных фильтров плавиковой кислотой эффективность их повышается. Очевидно, на протравленной поверхности стекла частицы удерживаются лучше, чем на гладкой. При пропускании «тяжелых ионов» из пламени керосиновой лампы ($r = 0,8-2,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}$) через слой активного угля толщиной 1 см со скоростью $15 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ эффективность поглощения равнялась 0,18 при радиусе гранул угля 0,125—0,275 см, 0,50 при радиусе 0,05—0,125 см и 0,86 при радиусе 0,01—0,05 см [179]. При этом внутренняя структура угля не отражалась на результатах: ясно, что частицы не проникали в поры гранул, а осаждались на внешней поверхности последних.

Аналогичные наблюдения сделаны и в башнях с насадкой из смоченного серной кислотой кокса, служащих для поглощения серноокислотного тумана: чем мельче элементы насадки, тем больше поглощение [319]. Необходимо заметить, что зернистые фильтры обладают значительно меньшей эффективностью, чем волокнистые с тем же сопротивлением.

§ 41. Осаждение аэрозолей в дыхательных путях

Для промышленной гигиены весьма большое значение имеет вопрос об осаждении аэрозолей в дыхательных путях. При этом важно не только общее количество осаждающихся при данной скорости и глубине дыхания частиц данного размера, но и распределение осадка по различным частям дыхательной системы. Пыль, осевшая в верхних дыхательных путях — носоглотке, трахее и бронхах, приносит сравнительно мало вреда: она удаляется ресничками, ритмическими сокращениями слизистой оболочки, откашливанием и т. д.¹ Значительно вреднее пыль, попавшая в легочные альвеолы; она удаляется из них с большим трудом. Поэтому по виду легких нередко можно узнать профессию человека (например, легкие углекопов). Особенно вредна для легких силикатная пыль, вызывающая опасное профессиональное заболевание — силикоз. С другой стороны, при лечении некоторых болезней лекарственными аэрозолями важно, чтобы последние осаждались возможно полнее и главным образом в легких.

Начнем с изложения опытных данных по этому вопросу. Для изучения осаждения аэрозолей в дыхательных путях применяются три основных метода. Один основан на микроскопическом исследовании срезов с легких, бронхов и т. д.; особенно удобно при этом применение флуоресцирующей (например, виллемитовой) пыли и наблюдение при ультрафиолетовом освещении [320]. Таким путем было установлено, что число и размер осевших частиц регулярно убывают по мере перехода к более глубоким частям дыхательной системы и что особенно много частиц осаждается у разветвлений и поворотов дыхательных путей. Это свидетельствует о том, что здесь играет большую роль инерционное осаждение.

¹ Впрочем, некоторые аэрозоли вызывают сильное раздражение верхних дыхательных путей (носоглотки). Так, цветочная пыльца вызывает у некоторых людей так называемую «сенную лихорадку».

В осадке много агрегатов и при значительной концентрации пыли некоторые узкие бронхиолы и альвеолярные ходы совершенно забиваются пылью.

Для количественных определений наилучшим является метод радиоактивных индикаторов, т. е. применение аэрозолей, которым сообщена известная радиоактивность. В опытах с животными из их трупов вырезают отдельные части дыхательной системы и количество осадившегося на них радиоактивного аэрозоля определяют одним из обычных способов. В опытах на людях количество осадившегося в нижних дыхательных путях аэрозоля определяют при помощи счетчика Гейгера, приставленного к груди человека [321].

Общую эффективность осаждения в дыхательных путях можно также определить по отношению концентраций частиц во вдыхаемом и выдыхаемом воздухе (аэрозоле). Для того чтобы найти распределение осадка по различным частям дыхательной системы, измеряют концентрацию аэрозоля в отдельных фракциях выдыхаемого воздуха [322]: первая фракция содержит воздух, находившийся в верхних дыхательных путях, последняя — воздух, находившийся в альвеолах.

Специально для изучения осаждения в носовых каналах применяют два довольно несовершенных метода. В одном из них человек вдыхает аэрозоль через нос и сейчас же выдыхает его через рот; при этом принимается, что осаждением в более глубоких частях дыхательной системы можно пренебречь, т. е. осаждение происходит только в носовой полости [323]. В опытах с животными перерезают трахею убитого животного, соединяют верхний отрезок трахеи с насосом и засасывают аэрозоли через нос [324].

При рассмотрении экспериментальных данных по осаждению аэрозолей в дыхательных путях заметны большие индивидуальные различия в результатах опытов, проведенных как на людях, так и на животных. По наблюдениям Е. Вигдорчик [2], это особенно относится к осаждению грубых аэрозолей при дыхании через нос. Эффективность осаждения может в несколько раз различаться у разных индивидуумов при одинаковых условиях опыта, очевидно, вследствие больших различий в форме и ширине носовых каналов [324]. При дыхании через рот и для более высокодисперсных аэрозолей различие не так велико. Далее, осаждение аэрозолей в носовой полости заметно возрастает с увеличением скорости дыхания, следовательно, здесь основную роль играет инерционное осаждение [323]. В табл. 18 приведены усредненные результаты опытов по осаждению масляных туманов различной степени дисперсности в полости носа [323]. Вызывающая сенную лихорадку цветочная пыльца имеет радиус порядка 10—20 μ [325] и поэтому целиком осаждается в полости носа.

Напротив, при дыхании через рот полное осаждение аэрозолей в дыхательных путях убывает по мере возрастания скорости дыхания (см. рис. 61, на котором N означает число вдохов в 1 мин.). В этой работе

Таблица 18

Эффективность осаждения масляных туманов в полости носа человека

\bar{r}, μ	Э при скорости дыхания		\bar{r}, μ	Э при скорости дыхания	
	10 л · мин ⁻¹	29 л · мин ⁻¹		10 л · мин ⁻¹	29 л · мин ⁻¹
6	0,87	0,99	1,1	0,14	0,25
3,7	0,42	0,71	0,9	0,06	0,19

применялись практически изодисперсные глицериновые туманы, содержавшие радиоактивный Na^{24}Cl [321].

Из табл. 18 и рис. 61 видно также, что осаждение аэрозолей в дыхательных путях возрастает с размером частиц во всем исследованном интервале размеров, т. е. от 0,2 μ , причем в билогарифмических координатах зависимость между \bar{E} и \bar{r} (при не очень больших значениях \bar{E}) выражается прямой линией. Пунктирная линия на рис. 61, относящаяся к носовому дыханию, показывает, что при дыхании через нос возрастание \bar{E} с размером частиц идет значительно скорее, чем при дыхании через рот.

Убывание \bar{E} с увеличением скорости дыхания через рот и с уменьшением размера частиц показывает, что при $\bar{r} > 0,2 \mu$ основную роль играет седиментационное осаждение. При этом значительная часть аэрозоля осаждается во время остановок дыхания между вдохами и выдохами. При увеличении продолжительности этих остановок, т. е. при задержке дыхания после вдоха, эффективность осаждения заметно возрастает [326], и такая задержка рекомендуется при лечении аэрозолями легочных болезней.

Относительно осаждения аэрозолей в различных частях дыхательной системы имеются следующие данные. В опытах с кроликами найдено [327], что при вдыхании аэрозоля с $\bar{r} = 0,5 \mu$ 29% всех задержанных частиц осадилось в носоглотке, 13—19% — в трахее, 51—58% в нижних дыхательных путях. При $\bar{r} = 2 \mu$ процент осаждения в носоглотке возрос до 65%, при $\bar{r} = 4 \mu$ — до 98%. В опытах с мышами [328] для распределения осадка масляного тумана между а) бронхами, б) бронхиолами и альвеолярными ходами и в) альвеолами найдено соответственно: при $\bar{r} = 0,2—0,62 \mu$ 26, 32 и 42%; при $\bar{r} = 0,62—1,05 \mu$ 33, 33 и 34%;

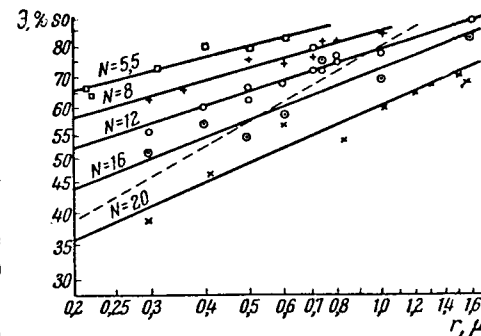


Рис. 61. Осаждение аэрозолей в дыхательных путях.

при $r = 1,05-1,46 \mu$ 35, 37 и 28%; при $r = 1,46-1,88 \mu$ 48, 37 и 15%; при $r = 1,88-2,28 \mu$ 46, 40 и 14%; при $r = 2,28-2,71 \mu$ 53, 37 и 10%; при $r = 2,71-3,13 \mu$ 62, 34 и 4%; при $r = 3,13-3,55 \mu$ 67, 33 и 0%; при $r > 3,55 \mu$ 90, 10 и 0%.

Таким образом, по мере увеличения размеров частиц общая эффективность осаждения в дыхательной системе возрастает, но в основном за счет осаждения в верхних дыхательных путях. Наиболее интересная для промышленной гигиены величина осаждения в нижних дыхательных

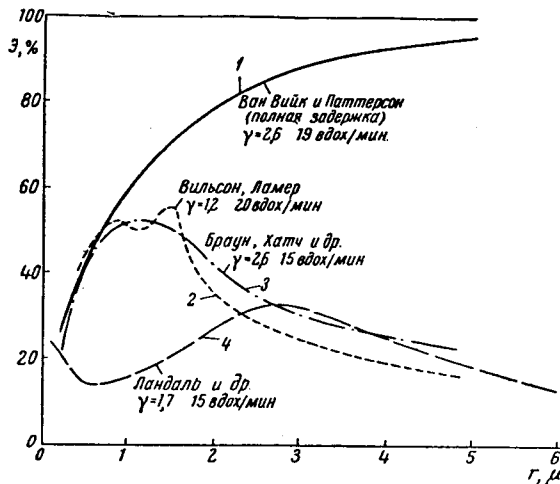


Рис. 62. Осаждение аэрозолей в дыхательных путях.

путях, очевидно, пропорциональна проскоку частиц через верхние дыхательные пути и эффективности осаждения частиц, проникших в нижние дыхательные пути. С увеличением размера частиц указанный проскок убывает до нуля, а эффективность осаждения в нижних дыхательных путях убывает от 1 для очень крупных частиц до сравнительно малой величины при r порядка $0,1 \mu$, в связи с чем кривая осаждения в нижних дыхательных путях в функции радиуса частиц должна иметь максимум, как это и наблюдается на опыте. На рис. 62 приведены такие кривые, полученные рядом авторов. Лишь кривая 1, полученная Ван-Вийком и Паттерсоном [329] для аэрозоля с $\gamma = 2,6$ при 19 дыханий в мин., относится к осаждению во всей дыхательной системе. Кривая 2 получена Вильсоном и Ламером [321] для глициринового тумана с $\gamma = 1,2$ и 20 дыханий в мин.; кривая 3 — Брауном и Хатчем [330] для пыли с $\gamma = 2,6$ и 15 дыханий в мин.; кривая 4 — Ландау [322] для тумана трифенилфосфата с $\gamma = 1,17$ и 15 дыханий в мин. Так как при малых r осаждением в верхних дыхательных путях можно пренебречь, кривые 1—3 довольно хорошо совпадают друг с другом. Значительное отличие кривой 4, вероятно, объясняется систематическими ошибками при определении раз-

мера капелек [331]. Таким образом, в нижних дыхательных путях осаждается больше всего частиц с r порядка 1μ , и такие частицы представляют наибольшую опасность для организма. Необходимо помнить, что наряду с размером частиц, соответствующим максимуму осаждения в легких, существует, подобно осаждению в фильтрах, размер, соответствующий минимальному осаждению и не обнаруженный в опытах, результаты которых приведены на рис. 62. По Девису [331], $r_{\min} = 0,12-0,15 \mu$, что близко к соответствующей величине для волокнистых фильтров.

Упомянем еще о том, что, по опытам И. Лифшиц, Е. Лыжиной и Г. Эрнбург [332], процент осаждающихся в дыхательных путях заряженных частиц значительно больше, чем незаряженных. Так, из алюминиевой пыли, содержащей 69% мелких частиц ($r < 0,5 \mu$) и 27% крупных частиц ($0,5 \mu < r < 1,5 \mu$), осаждалось при вдыхании 34% незаряженных и 66% заряженных частиц. Причиной этого эффекта являются индукционные (зеркальные) силы, притягивающие заряженные частицы к стенкам дыхательных путей.

Интересная теоретическая работа по рассматриваемому в этом параграфе вопросу принадлежит Финдейзену [333], исходившему из сильно упрощенной модели дыхательной системы. Дыхательные пути он представил в виде прямых трубок, длина, ширина и расположение которых примерно отвечали анатомическим данным, а альвеолы легких — в виде полых шариков. Принимая, что вдох и выдох происходят с одинаковой постоянной скоростью ($200 \text{ см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$) и продолжаются по 2 сек. без остановки между ними, учитывая седиментацию и диффузию в дыхательных путях и инерционное осаждение у разветвлений и принимая во внимание осаждение при вдохе и при выдохе, Финдейзен вычислил процент частиц данного размера, осаждающихся в каждой части дыхательной системы. Принимая, что скорость течения воздуха постоянна по всему сечению трубок, он должен был получить завышенные значения η .

В табл. 19 приведены вычисленные Финдейзенем значения η в различных частях дыхательной системы под действием всех указанных факторов для ряда значений r . В левой части таблицы указаны принятые в основу расчета данные о числе ν , длине L , радиусе R и суммарном поперечном сечении S дыхательных путей, скорости течения воздуха U и времени t , за которое частицы проходят данную часть дыхательной системы. При расчете седиментационного осаждения средний угол наклона дыхательных путей к горизонту принят равным 50° . Цифры, стоящие между названиями дыхательных путей, относятся к инерционному осаждению у соответствующих разветвлений. Для углов поворота у разветвлений принято значение 90° при переходе от альвеолярных бронхиол к альвеолярным ходам и 30° для всех остальных переходов.

Из сравнения данных табл. 19 и рис. 61 видно, что результаты вычислений Финдейзена довольно сильно расходятся с опытом, что объясняется примитивностью метода расчета и необходимой идеализацией всего процесса осаждения в дыхательных путях. Все же эти результаты

Таблица 19
Эффективность осаждения аэрозолей в различных частях дыхательной системы человека

Части дыхательных путей	v	R, см	L, см	S, см²	U, см · сек⁻¹	t, сек	Эффективность осаждения (%) при радиусе частиц, μ						
							0,03	0,1	0,3	1	3	10	30
Трахея	1	0,65	11	1,3	150	0,07	0,16	0,08	0,03	0,10	0,8	7,8	67
Главные бронхи	2	0,37	6,5	1,1	180	0,04	—	0,10	0,02	0,16	1,2	11,0	33
Бронхи 1-го порядка	12	0,20	3,0	1,5	130	0,02	—	—	0,05	0,11	0,7	6,2	—
Бронхи 2-го порядка	100	0,10	1,5	3,1	65	0,02	—	0,13	0,03	0,27	2,5	20,0	—
Бронхи 3-го порядка	770	0,075	0,5	14	14	0,02	—	0,26	0,04	0,57	3,8	20,3	—
Бронхолю концевые	5,4 · 10⁴	0,030	0,3	150	1,3	0,04	—	0,51	0,02	0,52	2,7	8,0	—
Бронхолю альвеолярные	1,1 · 10⁵	0,025	0,15	220	0,9	0,22	—	—	0,02	0,35	2,0	5,3	—
Альвеолярные ходы	2,6 · 10⁷	0,010	0,02	8200	0,025	0,17	6,1	3,1	2,0	0,84	3,1	3,8	—
Альвеолы	5,2 · 10⁷	0,015*	—	1,47 · 10³**	0	0,82	37,2	19,1	2,0	4,0	25,4	10,2	—
Сумма	—	—	—	—	—	1,2	14,1	8,6	12,7	41,6	—	—	—
						—	66	35,0	34,2	97,4	100	100	100

* Радиус пара.

** Общая поверхность.

* Радиус пара.

** Общая поверхность.

представляют несомненный интерес: они дают правильную в общих чертах картину осаждения аэрозолей в различных частях дыхательной системы. Расчеты Финдейзена несколько уточнены Ландалем [334].

Как указывалось в § 24, одним из способов повышения осаждаемости аэрозолей в дыхательных путях является униполярная их зарядка [335]. В применявшихся Дессауром [168] для терапевтических целей униполярно заряженных высокодисперсных дымах MgO концентрация частиц была порядка 10^7 в 1 см³, подвижность и равнялась 0,002—0,007. Принимая, что $u = Bq/300$, найдем по формуле (24.6), что за время пребывания аэрозоля в дыхательных путях (~ 2 сек.) благодаря электростатическому рассеянию осадится 10—30% частиц, тогда как полное осаждение по измерениям Дессауера составляло 70—80%. При этом следует, однако, учесть, что время пребывания аэрозоля в легких согласно табл. 19 значительно больше, чем в верхних дыхательных путях, т. е. что при электростатическом рассеянии осаждение происходит главным образом в легких.

Как уже говорилось, терапевтическая ценность униполярно заряженных дымов MgO сомнительна. Для того чтобы униполярная зарядка лекарственных (например, пенициллиновых) аэрозолей с целью повышения их осаждаемости в легких дала бы заметный эффект, согласно формуле (24.6) требуется высокая концентрация частиц и большая величина зарядов на них. Кроме того, частицы должны быть достаточно малы, чтобы не осаждались заметно в верхних дыхательных путях. Получение аэрозолей с высокой счетной концентрацией путем механического распыления [336] чрезвычайно трудно. Поэтому практическое осуществление этой идеи, повидимому, возможно лишь с теми препаратами, которые выдерживают нагревание, необходимое для превращения их в аэрозольное состояние термическим путем.

В заключение рассчитаем, какое влияние на осаждаемость аэрозолей в дыхательных путях может оказать биполярная зарядка частиц. При этом ограничимся рассмотрением осаждения в альвеолах, представляя их как полые шарики с радиусом $R = 0,015$ см. Частица с зарядом q , находящаяся на расстоянии x от поверхности альвеолы, малом по сравнению с R , притягивается к поверхности зеркальной силой, равной $q^2/4x^2$, и движется к поверхности со скоростью

$$V = -\frac{dx}{dt} = \frac{q^2 B}{4x^2}. \quad (41.1)$$

(Отсюда следует, что частица, находившаяся в момент $t = 0$ на расстоянии x_0 от поверхности альвеолы, достигнет ее за время

$$t = \frac{4x_0^3}{3Bq^2}. \quad (41.2)$$

За время пребывания частиц в альвеоле (порядка 1 сек.) ее поверхности достигнут частицы, находившиеся от нее на расстоянии, меньшем,

чем x_0 , причем

$$x_0 = \left(\frac{3}{4} Bq^2\right)^{1/2}, \quad (41.3)$$

а всего осадится благодаря зеркальным силам

$$\Phi_1 = \frac{4}{3} \pi R^2 x_0 n = \frac{4}{3} \pi R^2 n \left(\frac{3}{4} Bq^2\right)^{1/2} \quad (41.4)$$

частиц. За это же время под действием силы тяжести осадится

$$\Phi_2 = \pi R^2 n V_s = \pi R^2 n B m g \quad (41.5)$$

частиц. Для частиц алюминия с радиусом $\sim 0,5 \mu$, с которыми работали И. Лифшиц, Е. Лыхина и Г. Эренбург, можно по данным Н. Туницкого, М. Тихомирова и И. Петрянова [337] принять, что средняя величина зарядов частиц, возникающих при распылении, равна около 50 элементарных зарядов на частице¹. Отсюда по формулам (41.4) и (41.5) следует, что $\Phi_1/\Phi_2 = 0,67$, т. е. зеркальные силы значительно увеличивают осаждение заряженных частиц. Заметим, впрочем, что такие высокие заряды могут возникать лишь благодаря трибоэлектрическому эффекту. При «естественной» биполярной зарядке частиц в ионизированной атмосфере (см. стр. 113) влияние зарядов на осаждаемость аэрозолей в дыхательных путях должно быть незначительным.

§ 42. Поглощение аэрозолей при барботаже

Поглощение аэрозолей при пропускании их через жидкости в обычных условиях сравнительно невелико и имеет лишь ограниченное техническое значение. Однако в истории развития наших знаний об аэрозолях этот вопрос сыграл немаловажную роль: одним из первых наблюдений над свойствами аэрозолей была именно их плохая поглощаемость по сравнению с газами при пропускании через воду. Впоследствии с этим явлением столкнулись при разработке контактного метода получения серной кислоты. Поглощению аэрозолей при барботаже через воду и водные растворы было посвящено большое число экспериментальных исследований, значительная доля которых принадлежит Реми. К сожалению, эти работы носят крайне эмпирический характер — их авторы даже не пытались дать какое-нибудь объяснение своим наблюдениям. Кроме того, размеры частиц (гигроскопических туманов), с которыми проводилось большинство опытов, точно не определялись, и поэтому результаты этих опытов трудно интерпретировать. Все же некоторые выводы о механизме поглощения аэрозолей при барботаже сделать из этих работ можно.

Характер движения газовых пузырьков через воду и водные растворы в большой степени зависит от размера пузырьков [338, 339]. Движение очень маленьких пузырьков (примерно до $R = 5 \cdot 10^{-3}$ см) соот-

¹ При этом $x_0 = 1,45 \cdot 10^{-3}$ см, и условие $x_0/R \ll 1$ соблюдено.

ответствует числам $Re < 1$. При этом в отсутствие капиллярно-активных загрязнений в воде внутри пузырьков возникает циркуляция (рис. 63), причем у поверхности пузырька скорость течения газа выражается формулой

$$U_\tau = 0,5 V_n \sin \theta, \quad (42.1)$$

где V_n — скорость подъема пузырька, θ — угол между радиусом-вектором и направлением движения пузырька. При $5 \cdot 10^{-3} < R < 10^{-1}$ см движение пузырьков соответствует $1 < Re < 700$. В этой области пузырьки сохраняют свою сферическую форму, но обтекание их жидкостью приближается к обтеканию шара идеальной жидкостью [338], и скорость циркуляции газа у поверхности пузырька может быть приближенно выражена формулой

$$U_\tau = 1,5 V_n \sin \theta, \quad (42.2)$$

т. е. она втрое больше, чем в предыдущем случае.

Наконец, при $R > 10^{-1}$ см пузырек сплющивается, в нем возникают пульсации, и циркуляция газа принимает более сложный характер, скорость же подъема пузырька при этом мало зависит от его размера и достигает $\sim 20-30$ см·сек⁻¹. На практике приходится иметь дело с пузырьками именно этого размера. Для упрощения расчетов примем, что пузырьки имеют шарообразную форму, а скорость циркуляции выражается формулой (42.2).

Поглощение аэрозолей при барботаже, как и в ранее рассмотренных случаях, происходит благодаря инерционному осаждению, седиментации и диффузии. Так как размер частиц аэрозоля значительно меньше размера пузырьков, то эффектом зацепления при барботаже можно пренебречь. Величину инерционного осаждения в шарообразном пузырьке легко рассчитать по формуле (28.1). Для скорости движения частиц под действием центробежной силы находим выражение

$$V = \frac{U_\tau^2 \tau}{R} = \frac{9V_n^2 \tau \sin^2 \theta}{4R}. \quad (42.3)$$

Таким образом, за 1 сек. в пузырьке осадится

$$\Phi = \frac{9V_n^2 \tau n}{4R} \int_0^\pi \sin^2 \theta \cdot 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = 6\pi V_n^2 \tau n R \quad (42.4)$$

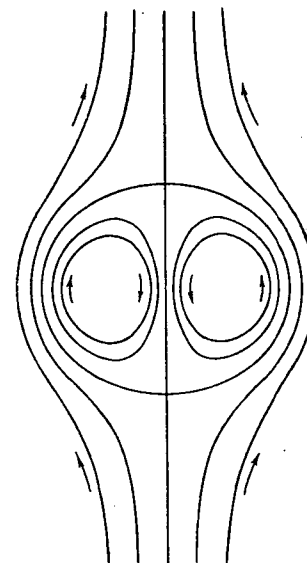


Рис. 63. Циркуляция в шарообразном облаке и в газовом пузырьке.

частиц, а на 1 см пути пузырька

$$\Phi' = 6\pi V_n \tau n R \quad (42.5)$$

частиц. Отношение числа осевших на 1 см пути частиц ко всему числу частиц в пузырьке или коэффициент инерционного поглощения при барботаже α_i равен

$$\alpha_i = \frac{6\pi V_n \tau n R}{(4/3)\pi R^3 n} = \frac{9V_n \tau}{2R^2}. \quad (42.6)$$

Благодаря седиментации в пузырьке осадится за 1 сек. $\pi R^2 n V_n = \pi R^2 n g \tau$ частиц, и коэффициент седиментационного поглощения при барботаже α_s равен

$$\alpha_s = \frac{3g\tau}{4RV_n}. \quad (42.7)$$

Принимая $V_n = 25$ см·сек⁻¹, найдем для $R = 0,1—0,5$ см, что инерционное осаждение при барботаже на порядок величины больше седиментационного.

Вычисление коэффициента диффузионного осаждения аэрозолей при барботаже представляет большие трудности; приблизительную величину коэффициента можно найти следующим

Рис. 64. Диффузия аэрозоля в пузырьке.

образом. Рассмотрим поверхность, образованную линиями тока внутри пузырька, проходящими на малом расстоянии δ от его поверхности (рис. 64). Между обеими поверхностями протекает в 1 сек. объем газа, равный

$$\Delta v = 2\pi R \sin \theta \delta U_\tau = 3\pi R V_n \delta \sin^2 \theta = 3\pi R V_n \delta_0, \quad (42.8)$$

где δ_0 — значение δ в экваториальной плоскости пузырька. Так как в полярных областях последнего скорость течения мала и линии тока отходят от поверхности пузырька, то и диффузионное осаждение здесь невелико. Поэтому ограничимся вычислением осаждения в экваториальной области пузырька между широтами $\pm 45^\circ$, т. е. при $\pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$. В этой области δ изменяется от δ_0 до $2\delta_0$, и мы возьмем среднее значение $\bar{\delta} = 1,5\delta_0$. Время t , в течение которого частица пройдет путь от A до B (рис. 64), равно

$$t = \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{R d\theta}{U_\tau} = \frac{2R}{3V_n} \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{d\theta}{\sin \theta} \approx \frac{1,2R}{V_n}. \quad (42.9)$$

По упрощенному методу расчета диффузионного осаждения находим

$$\bar{\delta} = 2\sqrt{\frac{Dt}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{1,2DR}{\pi V_n}} \approx 1,2\sqrt{\frac{DR}{V_n}}. \quad (42.10)$$

К поверхности пузырька диффундируют и поглощаются жидкостью частицы, находящиеся между упомянутыми двумя поверхностями. Таким образом, за единицу времени поглотится

$$\Phi = n\Delta v = 3\pi R V_n \delta_0 n = 2\pi R V_n \bar{\delta} n = 2,4\pi n \sqrt{DV_n R^3} \quad (42.11)$$

частиц.

Отсюда для коэффициента диффузионного поглощения аэрозолей при барботаже получается выражение

$$\alpha_D = 1,8 \sqrt{\frac{D}{V_n R^3}}. \quad (42.12)$$

Как видно из приведенных формул, поглощение аэрозолей при барботаже должно сильно возрастать при уменьшении радиуса пузырьков. Что касается влияния размера частиц и скорости подъема пузырьков на отдельные виды осаждения, то здесь имеем такие же соотношения, как в случае волокнистых фильтров.

Перейдем к разбору опытного материала, полученного Реми в обычных промывалках и в высоких цилиндрах, наполненных водными растворами. Радиус пузырьков составлял 0,3—0,6 см. Прежде всего было обнаружено уже упомянутое значительное возрастание поглощения при уменьшении размера пузырьков [340]. Серия опытов с высокодисперсными «сухими» аэрозолями серной кислоты и хлористого аммония, состоявшими из частиц с радиусом $\leq 10^{-5}$ см, показали [341], что эти аэрозоли тем лучше поглощаются водными растворами, чем меньше упругость пара последних (при данной температуре). Эти наблюдения объясняются следующим образом. Частицы указанного размера чрезвычайно быстро поглощают влагу из окружающей среды и укрупняются тем более, чем больше давление водяного пара в пузырьках. Между тем для частиц с радиусом $\leq 10^{-5}$ см основное значение имеет диффузионное осаждение. Действительно, по формулам (42.6), (42.7) и (42.12) в типичных условиях таких опытов при $R = 0,5$ см, $V_n = 25$ см·сек⁻¹ и радиусе частиц 10^{-5} см находим для коэффициентов инерционного, седиментационного и диффузионного поглощения соответственно значения $1,0 \cdot 10^{-4}$, $0,14 \cdot 10^{-4}$ и $15 \cdot 10^{-4}$. При укрупнении частиц до $r = 2 \cdot 10^{-5}$ см коэффициенты инерционного и седиментационного поглощения возрастут соответственно до $3 \cdot 10^{-4}$ и $0,4 \cdot 10^{-4}$, но коэффициент диффузионного поглощения упадет до $9,3 \cdot 10^{-4}$, т. е. общее поглощение уменьшится.

Опыты с грубыми туманами ($r \approx 10^{-4}$ см) из тех же веществ дали обратную картину — повышение поглощения аэрозолей при увеличении упругости пара раствора, через который пропусклся аэрозоль [341], т. е. при укрупнении частиц. Этого и следовало ожидать, так как при $r = 10^{-4}$ см $\alpha_i = 59 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_s = 8 \cdot 10^{-4}$ и $\alpha_D = 3,6 \cdot 10^{-4}$, т. е. поглощение происходит главным образом благодаря инерции и оседанию и возрастает с размером частиц.

Попробуем сравнить абсолютные значения коэффициента поглощения, найденные Реми, с теоретически вычисленными. Для этого пригодна лишь одна работа Реми [342], в которой он приводит значения коэффициента поглощения тумана, полученного продуванием воздуха над олеумом, водными растворами серной кислоты. При $R = 0,5$ см, $V_n = 20$ см·сек⁻¹ в 5%-ном растворе серной кислоты было получено значение $\alpha = 0,005$. Скорость оседания верхней границы тумана до барботирования равнялась $3,5 \cdot 10^{-3}$ см·сек⁻¹. Приняв для концентрации кислоты в капельках величину 80%, найдем, что радиус капелек до барботажа составлял $4 \cdot 10^{-5}$ см. При этом $\alpha_1 = 8,3 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_2 = 1,7 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_D = 6,8 \cdot 10^{-4}$ и суммарное $\alpha \approx 0,0015$. После того как туман пришел в состояние равновесия с раствором, концентрация кислоты в капельках понизилась до 5%. При этом, как показывает расчет, радиус капелек возрос до $1,2 \cdot 10^{-4}$ см. Этой величине радиуса соответствуют значения $\alpha_1 = 67 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_2 = 13 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_D = 4 \cdot 10^{-4}$ и суммарное $\alpha \approx 0,008$. Таким образом, эффективное значение коэффициента поглощения должно лежать в интервале 0,0015—0,008, что согласуется по порядку величины с данными Реми.

При барботаже, как и при пропускании аэрозолей через волокнистые фильтры, на кривой эффективности поглощения в функции размера частиц существует минимум; поэтому при барботаже полидисперсного аэрозоля он должен более или менее гомогенизироваться: кривая распределения размеров частиц должна несколько стянуться к размеру, соответствующему максимальному проскоку частиц. Эффект этот возрастает при многократном барботаже, чем воспользовался Дотрбанд [326] для получения более или менее монодисперсных аэрозолей с $\sigma \approx 0,2 - 0,3$ μ для физиологических исследований.

Весьма эффективно поглощение аэрозолей при пропускании их через погруженные в воду стеклянные пористые фильтры [343]. Так, фильтр № 1, задерживающий сам по себе лишь 50% сернокислотного тумана, при погружении в воду задерживал около 99%. Так как радиус пузырьков, образующихся при барботаже через стеклянные фильтры, равен в зависимости от номера фильтра 0,025—0,10 см, то этот результат неудивителен.

Интересно, что эффективность поглощения при барботаже падает по мере повышения температуры воды и при температуре кипения делается практически равной нулю [344]. Здесь могут действовать два фактора: укрупнение пузырьков за счет водяного пара (вблизи температуры кипения этот эффект очень велик) и радиометрическое отталкивание частиц от поверхности пузырька, имеющей более высокую температуру, чем газ.

В заключение необходимо остановиться на неоднократно высказывавшемся мнении, что некоторые пыли, например каменноугольная, плохо задерживаются при пропускании их через воду, так как их частицы не смачиваются водой (см. также стр. 312). В действительности это, вероятно, объясняется малой кажущейся плотностью рыхлых агрегатов пыли и чешуйчатой формой частиц, располагающихся перпендикулярно

к направлению инерционных сил или силы тяжести (см. § 11), благодаря чему скорость их осаждения заметно уменьшается. Тот факт, что при добавлении капиллярно-активных веществ к воде иногда удается увеличить поглощение пыли при барботаже, объясняется, повидимому, уменьшением размера пузырьков.

Заметное уменьшение поглощения аэрозолей наблюдается при добавлении к воде желатины [344]. В данном случае эффект вызван, по всей вероятности, устранением циркуляции.

Описанное некоторыми авторами [345—348] хорошее поглощение аэрозолей пенами, несмотря на отсутствие в данном случае инерционного осаждения, объясняется, с одной стороны, малым объемом ячеек в пенах, а с другой — сравнительно большим временем пребывания частиц аэрозоля в этих ячейках.

§ 43. Броуновское вращение. Ориентация частиц аэрозоля в электрическом поле

Броуновское вращение определяется уравнением [253]

$$\bar{\theta}^2 = 2kTB_\omega t, \quad (43.1)$$

где $\bar{\theta}^2$ — средний квадрат угла поворота частицы вокруг данной оси за время t , B_ω — «вращательная подвижность» частицы вокруг этой оси, т. е. угловая скорость вращения под действием вращательного момента, равного единице. Иными словами

$$d\theta/dt = B_\omega P_\theta, \quad (43.2)$$

где P_θ — момент внешних сил относительно этой оси.

Для шарообразных частиц

$$B_\omega = 1/8\pi\eta r^3. \quad (43.3)$$

Однако в физике аэрозолей вращение шарообразных частиц не представляет интереса, так как ничем не проявляется и не сказывается на свойствах аэрозолей. Вращение же нешарообразных частиц проявляется в их мерцании при боковом освещении, и по этому признаку их можно безошибочно отличить от шарообразных частиц. Кроме того, частицы, вытянутые в одном или в двух измерениях, ориентируются под действием гидродинамических, электрических и т. д. сил, причем степень ориентации определяется соотношением между величиной ориентирующей силы и интенсивностью броуновского вращения. Наконец, броуновское вращение имеет большое значение при коагуляции вытянутых частиц.

В случае вытянутого эллипсоида вращения с малой полуосью a и отношением осей β вращательная подвижность вокруг малой оси равна [349]

$$B_\omega = \frac{3 \left[\frac{2\beta^2 - 1}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}) - \beta \right]}{16\pi\eta a^3 (\beta^4 - 1)}. \quad (43.4)$$

В табл. 20 приведены значения отношения вращательных подвижностей шара с радиусом $r(B_{\omega_0})$ и эллипсоида с малой полуосью $r(B_{\omega})$.

Таблица 20

Вращательная подвижность вытянутых эллипсоидов вращения вокруг малой оси

β	2	3	4	5	6
B_{ω_0}/B_{ω}	3,0	7,0	13,5	23,1	36,4

В частицах, имеющих форму плоских дисков с радиусом r , вращательная подвижность вокруг диаметра диска равна

$$B_{\omega} = 3/32\eta r^3. \quad (43.5)$$

Для полного угла поворота θ длиной оси вытянутой частицы за время t можно вывести из (43.1) формулу [350]:

$$\overline{\sin^2 \theta} = \frac{2}{3} (1 - e^{-\epsilon k T B_{\omega} t}). \quad (43.6)$$

При $t \rightarrow \infty$ $\overline{\sin^2 \theta} = \frac{2}{3}$, что соответствует равной вероятности любого направления оси.

Большое значение в физике аэрозолей имеет ориентация вытянутых частиц в электрическом поле, вызванная поляризацией частиц. Если незаряженная частица, имеющая форму эллипсоида вращения, помещена в равномерное электрическое поле напряженностью E так, что полярная ось эллипсоида составляет угол θ с направлением поля, то вызванное поляризованной частицей изменение энергии поля равно [351]

$$\Omega = -\frac{vE^2}{2} \left[\frac{\cos^2 \theta}{\frac{1}{\epsilon_k - 1} + \kappa_1} + \frac{\sin^2 \theta}{\frac{1}{\epsilon_k - 1} + \kappa_2} \right], \quad (43.7)$$

где v — объем, а ϵ_k — диэлектрическая проницаемость частицы. Коэффициенты формы κ_1 и κ_2 выражаются через отношение большой и малой оси эллипсоида β следующим образом.

Для вытянутых эллипсоидов:

$$\kappa_1 = \frac{1}{\beta^2 - 1} \left[\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}) - 1 \right], \quad (43.8)$$

$$\kappa_2 = \frac{\beta}{2(\beta^2 - 1)} \left[\beta - \frac{1}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}) \right]; \quad (43.9)$$

для сплюснутых эллипсоидов:

$$\kappa_1 = \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \arcsin \frac{\sqrt{\beta^2 - 1}}{\beta} \right], \quad (43.10)$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{2(\beta^2 - 1)} \left[\frac{\beta^2}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \arcsin \frac{\sqrt{\beta^2 - 1}}{\beta} - 1 \right]; \quad (43.11)$$

для проводящих частиц (43.7) переходит в

$$\Omega = -\frac{vE^2}{2} \left[\frac{\cos^2 \theta}{\kappa_1} + \frac{\sin^2 \theta}{\kappa_2} \right]. \quad (43.12)$$

Так как частицы аэрозолей можно практически считать проводящими (см. стр. 66), в дальнейшем мы будем пользоваться только формулой (43.12).

В табл. 21 приведены значения коэффициентов κ_1 и κ_2 для ряда значений β .

Таблица 21

Значения коэффициентов формы частиц при ориентации в электрическом поле

Вытянутые эллипсоиды

β	1	1,1	1,5	2	3	5	10	∞
κ_1	0,333	0,310	0,233	0,174	0,109	0,056	0,020	0
κ_2	0,333	0,345	0,383	0,413	0,446	0,472	0,490	0,5

Сплюснутые эллипсоиды

	0,333	0,347	0,446	0,527	0,635	0,751	0,860	1
κ_1	0,333	0,347	0,446	0,527	0,635	0,751	0,860	1
κ_2	0,333	0,320	0,277	0,236	0,182	0,125	0,070	0

Ввиду того что частицы стремятся расположиться так, чтобы энергия поля была минимальна, из этих данных следует, что устойчивому положению для вытянутого эллипсоида соответствует значение $\theta = 0$ (полярная, т. е. длинная, ось направлена параллельно полю), а для сплюснутого $\theta = \frac{\pi}{2}$ (полярная, т. е. короткая, ось направлена перпендикулярно к полю). Таким образом, ориентация частиц в ламинарном потоке (см. стр. 47) и в электрическом поле имеет сходный характер. Напомним, что ориентация движущихся по отношению к среде частиц при больших Re — обратная: длинные оси располагаются перпендикулярно к направлению движения.

В отсутствие броуновского движения попавшая в электрическое поле вытянутая частица будет колебаться около устойчивого положения и асимптотически приближаться к нему. Ориентацию частиц с учетом броуновского движения рассчитаем только для случая вытянутых эллипсоидов. Вероятность того, что угол между полярной осью частицы и направлением поля лежит в интервале $(\theta, \theta + d\theta)$, равна по принципу Больцмана

$$W(\theta) d\theta = b e^{-\Omega/kT} \sin \theta d\theta = b' e^{\lambda^2 \cos^2 \theta} \sin \theta d\theta. \quad (43.13)$$

Здесь

$$\lambda^2 = \frac{E^2 v \left(\frac{1}{\kappa_1} - \frac{1}{\kappa_2} \right)}{2kT} = \frac{2\pi E^2 \left(\frac{1}{\kappa_1} - \frac{1}{\kappa_2} \right) a^3 \beta}{3kT} \quad (43.14)$$

— отношение электрической энергии к энергии броуновского вращения частицы, a — малая полуось эллипсоида, а b' — постоянный коэффициент,

величина которого определяется условием нормировки

$$1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} W(\theta) d\theta = \frac{b'}{\lambda} \int_0^{\lambda} e^{x^2} dx. \quad (43.15)$$

Отсюда для среднего значения $\cos \theta$ получается выражение

$$\overline{\cos \theta} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} b' e^{\lambda^2 \cos^2 \theta} \sin \theta \cos \theta d\theta}{2\lambda \int_0^{\lambda} e^{x^2} dx} = \frac{e^{\lambda^2} - 1}{2\lambda \int_0^{\lambda} e^{x^2} dx}. \quad (43.16)$$

В табл. 22 приведены значения $\overline{\cos \theta}$ для некоторых значений λ^2 .

Таблица 22

Ориентация эллипсоидальных частиц в электрическом поле

λ^2	0,01	0,1	1	2	4	6	9	16
$\overline{\cos \theta}$	0,500	0,508	0,587	0,676	0,817	0,864	0,946	0,993

Заметим, что $\overline{\cos \theta} = 0,5$ означает отсутствие ориентации, а $\overline{\cos \theta} = 1$ — полную ориентацию. Практически полная ориентация достигается, как мы видим, при $\lambda^2 \approx 10$.

Для эллипсоидальной частицы с отношением осей 3 : 1 и величиной малой полуоси $a = 0,1 \mu$ для полной ориентации требуется, таким образом, довольно сильное поле порядка $1000 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$, а при величине $a = 1 \mu$ для этого достаточно уже $30 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$.

Явлением ориентации частиц в электрическом поле объясняется отмечавшееся в § 19 расхождение в измерениях подвижности дымовых частиц под действием силы тяжести и в электрическом поле; понятно, что во втором случае подвижность ориентированных в направлении своего движения частиц должна быть больше, чем в первом, т. е. в отсутствие ориентации. Далее ориентированные в электрическом поле частицы представляют собой диполи, что приводит к так называемой «направленной» коагуляции аэрозолей в электрическом поле (см. § 52). Изменение интенсивности рассеянного аэрозолями света в электрическом поле было обнаружено на дымах хлористого аммония [352, 353]. Так как направление наблюдения, освещающих лучей и поля составляют друг с другом прямые углы, наблюдатель видит свет, рассеянный длинными сторонами ориентированных частиц, и интенсивность рассеянного света возрастает при наложении поля. В кристаллах хлористого аммония вытянутые оси совпадают с кристаллографическими осями и поэтому в ориентированном дыме наблюдаются также явления двойного лучепреломления. Впрочем, ориентация аэрозолей в электрическом поле исследована еще очень мало.

Ввиду того, что время релаксации при поляризации частиц ничтожно мало по сравнению с временем релаксации при их вращении под действием

внешних сил, все сказанное выше остается справедливым и при ориентации частиц в переменном электрическом поле.

В дымах из ферромагнитных веществ наблюдается аналогичная ориентация в магнитном поле [354].

Капельки также могут ориентироваться сильными электрическими полями, вызывающими их деформацию благодаря индукционным силам. Приняв, что деформированные капли имеют форму вытянутого эллипсоида вращения (это предположение подтверждено опытами), можно показать [355], что форма эллипсоида (отношение осей c/a) зависит от величины rE^2/σ , где r — радиус недеформированной капли, σ — поверхностное натяжение жидкости, и от диэлектрической проницаемости последней. Ввиду сложности выведенных формул, приведем лишь в табл. 23 вычисленные по этим формулам значения c/a в функции rE^2 для воды и диоктилфталата.

Таблица 23

Деформация капель в электрическом поле

rE^2 *	0	50	100	150	200
c/a (вода)	1	1,07	1,17	1,35	—
c/a (диоктилфталат)	1	1,06	1,13	1,23	1,34

* E выражено в $\text{в} \cdot \text{см}^{-1}$.

Одновременно с деформацией капель происходит их ориентация электрическим полем, как указано выше.

Глава VI

КОНВЕКТИВНАЯ И ТУРБУЛЕНТНАЯ ДИФфуЗИЯ
В АЭРОЗОЛЯХ§ 44. Осаждение аэрозолей при конвекции
и перемешивании

Выше мы рассмотрели различные случаи движения частиц аэрозоля в неподвижной среде и в ламинарном потоке с заданным постоянным распределением скоростей. Однако полная неподвижность среды и невозмущенное ламинарное течение сравнительно редко осуществляются в действительности даже в пределах чувствительности наших наблюдений, вследствие наличия конвекции. Как показывает опыт [356], в газе, соприкасающемся с вертикальной стенкой, температура которой отличается на величину ΔT от температуры газа, вблизи стенки возникает вертикальное течение, максимальная скорость которого на высоте z от основания стенки равна

$$U = 0,55 \sqrt{g z \alpha \Delta T}, \quad (44.1)$$

где α — коэффициент расширения газа, равный $1/T$. Таким образом, в камере высотой 1 м уже при $\Delta T = 0,01^\circ$ скорость конвекционного течения достигает примерно $1 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$, т. е. скорости оседания крупных частиц с радиусом около 10μ . Поэтому в дымовых камерах конвекционные токи практически неизбежны; устранить их можно только в небольших массивных металлических кюветках при тщательном поглощении тепловых лучей из попадающего в кюветку света. По той же причине правильное ламинарное течение газа возможно лишь в узких трубках и каналах; в широких трубах на это течение неизбежно налагаются вертикальные конвекционные токи. Правда, конвекцию можно устранить, создавая в сосуде с аэрозолем вертикальный градиент температуры, однако этот способ применим в сравнительно редких случаях.

Если одна стенка сосуда поддерживается при постоянной, более высокой температуре, чем другие стенки (например, при нагревании стеклян-

ных стенок дымовой камеры освещающим пучком), конвекция нередко имеет характер упорядоченной циркуляции. Распределение скоростей поддается в этом случае расчету, а следовательно, можно вычислить и траектории частиц. Такой же расчет возможен и в рассматриваемом в теории теплопередачи случае свободной конвекции вблизи нагретых тел правильной формы. Однако в практике работы с аэрозолями конвекция обычно имеет беспорядочный характер, либо ее невозможно рассчитать, и здесь приходится отказаться от вычисления траекторий отдельных частиц. Аналогично обстоит дело и при вынужденной беспорядочной конвекции, вызываемой искусственным перемешиванием аэрозоля.

В этих случаях остается лишь возможность статистической трактовки движений среды и взвешенных в ней частиц. При этом необходима значительная идеализация явления конвекции; нужно принять, что конвективный перенос среды осуществляется путем «конвективной диффузии», а интенсивность конвекции определяется величиной «коэффициента конвективной диффузии». Движение взвешенных в среде частиц складывается из движения самой среды, т. е. упорядоченного течения, и конвективной диффузии среды, и из разобранных ранее движений частиц по отношению к среде.

Рассмотрим оседание аэрозоля в камере в отсутствие и при наличии конвекции. При этом примем, что при данной концентрации частиц можно пренебречь коагуляцией аэрозоля. В отсутствие конвекции при очень малом размере частиц (т. е. в отсутствие диффузионного размывания) и монодисперсности аэрозоля верхняя граница его оседает с постоянной скоростью V_s , а ниже границы концентрации аэрозоля, постоянная во всем его объеме, не изменяется со временем. В случае небольшой степени полидисперсности аэрозоля верхняя граница постепенно расплывается, но все же остается ясно заметной в течение довольно долгого времени. Такая картина наблюдается в действительности при оседании более или менее монодисперсных туманов с высокой весовой концентрацией, способствующей «гидростатической стабилизации» верхней границы (см. стр. 61).

Если $n(r)dr$ — концентрация частиц с радиусом $(r, r + dr)$, то на 1 см^2 дна камеры осаждается в 1 сек. $V_s(r)n(r)dr$ таких частиц, а за время t

$$dN = V_s(r)n(r)tdr \quad (44.2)$$

частиц.

Эта формула применима лишь при $t \ll H/V_s(r)$ (H — высота камеры), так как за время $H/V_s(r)$ все частицы указанного размера осадут. Полное число частиц, осевших за время t , получается интегрированием выражения (44.2) по r .

При очень интенсивной конвекции (точнее, если средняя скорость конвекционных токов значительно превышает V_s) концентрация аэрозоля практически постоянна во всем объеме камеры, за исключением пристенных слоев, но непрерывно уменьшается с течением времени. Вертикальная составляющая скорости конвекции, а следовательно, и коэффициента

¹ В жидкостях конвекция слабее, чем в газах, вследствие меньшей величины коэффициента расширения.

конвективной диффузии стремится к нулю при приближении ко дну камеры. На некотором малом расстоянии δ от дна величины конвективной и молекулярной диффузии сравниваются, и в пристенном слое толщиной δ преобладает уже последняя. При рассмотрении осаждения на дне камеры примем, что процесс носит квазистационарный характер, т. е. что за время прохождения частиц через пристенный слой концентрация аэрозоля вдали от дна n_∞ остается постоянной. Обычно в опытах по осаждению аэрозолей в камерах это условие выполняется.

Через горизонтальную площадку в 1 см^2 проходит за 1 сек. сверху вниз

$$I = V_s n + D_E \frac{dn}{dz} \quad (44.3)$$

частиц. Здесь D_E — эффективный коэффициент диффузии, включающий оба механизма диффузии и зависящий от z . На расстоянии от дна, значительно превышающем δ , $n = n_\infty$ и

$$I = V_s n_\infty. \quad (44.4)$$

Согласно предположению о квазистационарности процесса осаждения эта формула выражает число частиц, осаждающихся в 1 сек. на 1 см^2 дна. Представив уравнение (44.3) в форме

$$V_s (n_\infty - n) = D_E \frac{dn}{dz} \quad (44.5)$$

и решив его при граничных условиях $n = n_\infty$ при $z = \infty$ и $n = 0$ при $z = 0$, получим для концентрации аэрозоля на расстоянии z от дна камеры следующее выражение:

$$n = n_\infty \left[1 - \exp \left(-V_s \int_0^z \frac{dz}{D_E} \right) \right]. \quad (44.6)$$

Таким образом, полный поток частиц ко дну камеры складывается из седиментационной части

$$I_1 = V_s n = V_s n_\infty \left[1 - \exp \left(-V_s \int_0^z \frac{dz}{D_E} \right) \right] \quad (44.7)$$

и диффузионной части

$$I_2 = D_E \frac{dn}{dz} = V_s n_\infty \exp \left(-V_s \int_0^z \frac{dz}{D_E} \right). \quad (44.8)$$

Легко убедиться в том, что последняя делается заметной лишь на очень малом расстоянии от дна. Таким образом, диффузия изменяет распределение концентрации частиц вблизи дна, но не влияет на скорость осаждения.

Согласно изложенному выше, скорость осаждения частиц с радиусом $(r, r + dr)$ на дне камеры равна, как и в неподвижной среде, $V_s(r) n(r) dr$,

но $n(r)$ изменяется с t согласно уравнению

$$-H dn(r) = V_s(r) n(r) dt. \quad (44.9)$$

Отсюда следует, что

$$n(r) = n_0(r) \exp \left(-\frac{V_s(r)t}{H} \right), \quad (44.10)$$

где n_0 — начальная концентрация.

Таким образом, концентрация частиц каждого размера убывает экспоненциально со временем, но с различной скоростью. Поэтому с течением времени средняя дисперсность оставшегося в камере аэрозоля непрерывно возрастает. Общая концентрация частиц в момент t равна

$$n = \int_0^\infty n_0(r) \exp \left(-\frac{V_s(r)t}{H} \right) dr. \quad (44.11)$$

Выведем еще выражение для числа частиц монодисперсного аэрозоля осевших на 1 см^2 дна камеры за время t :

$$N = \int_0^t V_s n dt = V_s n_0 \int_0^\infty \exp \left(-\frac{V_s t}{H} \right) dt = n_0 H \left[1 - \exp \left(-\frac{V_s t}{H} \right) \right]. \quad (44.12)$$

Исследование промежуточного случая сравнимой скорости оседания и конвекции более сложно, и мы им заниматься не будем. Следует заметить, что при оседании аэрозолей в дымовых камерах конвекция сказывается весьма сильно даже в отсутствие искусственного перемешивания, и обычно оседание по своему характеру приближается ко второму из рассмотренных типов. Так, в опытах Джиленси и Ленгстрота [357] концентрации дыма NH_4Cl с радиусами частиц $0,3$ — $2,0 \mu$ оказалась постоянной во всех точках камеры объемом 12 м^3 в течение всей жизни дыма. В опытах Е. Вигдорчик [358] частицы кварцевой пыли с $r = 12,5 \mu$ можно было обнаружить в камере высотой $1,2 \text{ м}$ еще спустя 3 часа после впуска пыли в камеру. Между тем в спокойном воздухе такие частицы должны были бы осесть за 12 мин.

Из формулы (44.10) следует, что

$$\ln n(r) = \ln n_0(r) - \frac{V_s(r)t}{H}, \quad (44.13)$$

т. е. в случае монодисперсного аэрозоля изменение логарифма концентрации со временем выражается прямой линией, угол наклона которой к оси абсцисс возрастает с размером частиц. К сожалению, почти весь имеющийся опытный материал по кинетике оседания аэрозолей в камерах относится к довольно полидисперсным системам. Так как с течением времени средний размер частиц в аэрозоле, а следовательно, и угол наклона на кривых $(\ln n, t)$ уменьшается, то в полидисперсных аэрозолях эти кривые получают выпуклую к оси абсцисс форму, причем их кривизна

возрастает со степенью полидисперсности. Такая форма кривых обычно и наблюдается [358].

Из формулы (44.12) следует, что в случае конвективного режима оседания частиц

$$-\frac{H}{V_s} \ln \left(1 - \frac{N}{n_0 H} \right) = t. \quad (44.14)$$

Эта формула была проверена Девисом [218] на сильно агрегированной каменноугольной пыли. На рис. 65 нанесены кривые для различных интервалов радиусов частиц в отдельных фракциях пыли. Для мелких фракций линейный вид зависимости (44.14) соблюдается. Изгиб на кривых для грубых фракций автор объясняет полидисперсностью внутри фракций.

Гораздо хуже исследован вопрос об оседании аэрозолей на боковых (вертикальных) стенках камер. При любом механизме оседания скорость последнего пропорциональна концентрации аэрозоля n , откуда следует, что $dn/dt = -\beta n$. Таким образом кинетика оседания на вертикальных стенках выражается аналогичным (44.13) уравнением

$$\ln(n_0/n) = \beta t, \quad (44.15)$$

и задача сводится к выводу теоретического выражения для коэффициента β .

Без искусственного перемешивания инерционное оседание аэрозолей на плоских стенках камеры должно быть чрезвычайно малым. Действительно, крупные частицы ($r \approx 7 \mu$) в этих условиях совершенно не осаждаются на вертикальных стенках [248]. Здесь мы имеем дело с чисто диффузионным оседанием, причем частицы подводятся к стенке конвективной диффузией и осаждаются вследствие молекулярной диффузии в тонком пристенном слое (см. стр. 237). Так как закон изменения коэффициента конвективной диффузии при приближении к стенке неизвестен, приходится сильно упрощать задачу и считать, что в пристенном слое толщиной δ действует лишь молекулярная диффузия, а вне этого слоя конвективная диффузия настолько интенсивна, что концентрация аэрозоля вне слоя постоянна. В этом случае скорость оседания аэрозоля на вертикальной стенке выразится формулой

$$I = \frac{Dn}{\delta} \text{ частиц/см}^2 \cdot \text{сек} \quad (44.16)$$

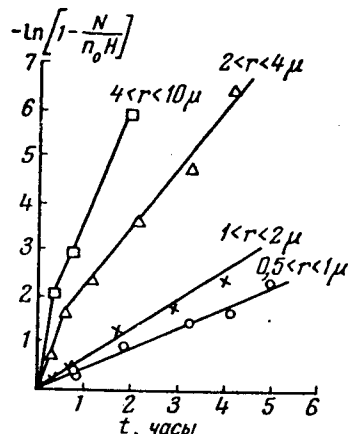


Рис. 65. Оседание аэрозоля на дно камеры.

где D — коэффициент молекулярной диффузии частиц. Если v — объем, а S — поверхность боковых стенок камеры, то

$$-v dn = S I dt. \quad (44.17)$$

Таким образом, для коэффициента β в формуле (44.15) получается выражение

$$\beta = \frac{SI}{vn} = \frac{SD}{v\delta}. \quad (44.18)$$

Необходимо иметь в виду, что δ зависит не только от интенсивности конвекции, но и от D . Действительно, величина δ определяется условием, что на расстоянии δ от стенки сравниваются коэффициенты молекулярной и конвективной диффузии. Чем больше коэффициент молекулярной диффузии, тем больше δ . Поэтому простой пропорциональности между скоростью оседания на стенках и D быть не может, скорость оседания должна быть пропорциональна D^α , $0 < \alpha < 1$.

Из сказанного выше можно сделать следующий вывод: чем выше дисперсность аэрозоля, тем больше частиц осаждается на боковых стенках и тем меньше — на дне.

К. Шифрин с сотрудниками [359] изучал (путем измерений прозрачности дыма) кинетику оседания дыма с $r \approx 0,5 \mu$ на стенках цилиндрической камеры высотой 9 м и диаметром 4 м и нашел, что в данном случае применимо уравнение (44.15), причем концентрация убывала вдвое за 2—3 часа. Так как начальная счетная концентрация дыма была порядка $10^4/\text{см}^3$, то уменьшением концентрации за счет коагуляции аэрозоля можно пренебречь. При указанной дисперсности аэрозоля и высоте камеры оседание на дне камеры также не играло заметной роли. Из приведенных Шифриным кривых можно рассчитать, что отношение числа осевших на 1 см^2 стенок за 1 сек. частиц I к концентрации последних составляло $5 - 7 \cdot 10^{-3} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$. Отсюда для толщины пристенного слоя получается значение $\delta \approx 0,5 \mu$.

В опытах Джилипси и Ленгстрота [357], проводившихся в камере емкостью 12 м^3 с дымом NH_4Cl и с радиусами частиц в интервале $0,3 - 2,0 \mu$, число частиц, осевших на дне, боковых стенках и потолке камеры, определялось прямым подсчетом на установленных соответствующим образом пластинках. Оказалось, что на потолке оседание ничтожно, на боковых стенках осело за первые 100 мин. примерно втрое меньше частиц, чем на дне, после чего оседание на боковых стенках практически прекратилось. Из приведенного авторами графика можно грубо подсчитать, что величина I/n в этих опытах имела величину порядка 10^{-4} , а толщина пристенного слоя $\approx 20 \mu$, т. е. почти на два порядка больше, чем у Шифрина. Так как наблюдавшаяся Шифриным в столь большой камере и в отсутствие коагуляции скорость уменьшения концентрации аэрозоля находится в явном противоречии с данными многочисленных работ, посвященных исследованию коагуляции аэрозолей, а прямые данные по оседанию

аэрозолей на стенках более надежны, чем рассчитанные по убыли концентрации, то, повидимому, величинам I/n и δ , вычисленным по Джилипси и Ленгстроту, следует отдать предпочтение до получения новых данных по этому вопросу.

Большое влияние на скорость осаждения аэрозолей на стенках оказывают заряды частиц. В новых опытах Джилипси [360] общее число частиц SiO_2 с $r = 0,4 \mu$, осевших за первые несколько минут жизни аэрозолей на стенках и дне камеры емкостью $0,2 \text{ м}^3$, возрастало в 2—3 раза при увеличении среднего числа элементарных зарядов на частицах с 7 до 14 (максимальный заряд возрастал при этом примерно от 50 до 100). Принимая во внимание, что на скорость оседания аэрозолей на дно камеры заряды вряд ли могут оказать заметное влияние, рост осаждения на боковых стенках в этих опытах в действительности был еще больше. Любопытно, что это влияние зарядов постепенно уменьшалось и через несколько десятков минут исчезало. Так как зарядка аэрозолей была биполярной и довольно симметричной и электростатическое рассеяние (см. § 24) не играло здесь заметной роли, то несомненно, что указанный эффект вызван индукционным притяжением заряженных частиц к стенкам.

Очень грубо влияние этого эффекта можно рассчитать, приняв, что достигшие пристенного слоя частицы движутся к стенке под действием индукционных сил. Скорость этого движения у границы пристенного слоя равна согласно формуле (41.1) $q^2 B / 4\delta^2$, отсюда на 1 см^2 стенки осадится в 1 сек. $I_q = q^2 B n_0 / 4\delta^2$ частиц. Число частиц, осевших благодаря молекулярной диффузии, дается формулой (44.16). Составим соотношение

$$\frac{I_q}{I} = \frac{q^2 B n_0}{4\delta^2} \frac{\delta}{D n_0} = \frac{q^2}{4\delta k T}. \quad (44.19)$$

Полагая $q = ev = 4,8 \cdot 10^{-10} v$ (v — число элементарных зарядов), $kT = 4 \cdot 10^{-14}$, $\delta = 20 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, получим

$$I_q / I = 0,7 \cdot 10^{-3} v^2. \quad (44.20)$$

Для частиц с максимальными зарядами $v = 100$, $I_q / I = 7$. Такие частицы осадятся гораздо скорее, чем незаряженные, тогда как для частиц с небольшим зарядом индукционный эффект незначителен. Поэтому после того, как частицы с большим зарядом осадятся, дальнейшее осаждение идет «нормально».

Как установлено в ряде работ, при искусственном перемешивании аэрозоля в камере весовая концентрация убывает скорее, чем без перемешивания. Отчасти это объясняется вызванным перемешиванием ускорением коагуляции (см. § 55), а следовательно, укрупнением частиц. Однако главной причиной является, без сомнения, инерционное осаждение на стенках камеры. Это было непосредственно доказано Джилипси и Ленгстротом [357], измерившими скорость осаждения на стенках камеры

и определившими указанным на стр. 301 способом константу коагуляции дыма NH_4Cl при различной скорости перемешивания дыма. Оказалось, что I/n возрастает линейно со средней скоростью течения воздуха в камере емкостью 1 м^3 , и при скорости $50 \text{ м} \cdot \text{мин}^{-1}$ I/n примерно в 5 раз больше, чем в отсутствие перемешивания; на величине константы коагуляции перемешивание сказалось незначительно. По опытам Е. Вигдорчик [358] при перемешивании воздуха в камере размером $1,2 \times 1,2 \times 1,2 \text{ м}$ посредством пропеллера при средней скорости течения $4 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ концентрация кварцевой пыли убывает в 3—4 раза скорее, чем в отсутствие перемешивания. Причина этого явления — вызванное перемешиванием уменьшение толщины пристенного ламинарного слоя δ и инерционное осаждение частиц. Действительно, приняв, что камера в опытах Е. Вигдорчик имеет цилиндрическую форму, рассчитаем, что при указанной скорости воздуха центробежная сила у стенок $mV^2/R = m400^2/60$ почти втрое больше силы тяжести mg .

В действительности картина инерционного осаждения при перемешивании гораздо сложнее; оно происходит в отдельных местах — там, где образующиеся при перемешивании вихри с осью, параллельной стенке, достигают последней. При малом диаметре вихря возникающие здесь инерционные силы могут быть значительно больше, чем только что вычисленная. Большое значение имеет также характер перемешивания. Так, если оно производится посредством широких, почти достигающих стенок камеры лопаток [361], то скорость уменьшения концентрации аэрозоля (дыма NH_4Cl с $r \approx 0,5 \mu$) возрастает в 3—4 раза уже при средней скорости воздуха $50 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$. Этот тип перемешивания, несомненно, способствует образованию вблизи стенок интенсивных вихрей со параллельными стенкам осями.

Рассчитать скорость инерционного осаждения на стенках при перемешивании чрезвычайно трудно, однако число частиц, осаждающихся в 1 сек. на 1 см^2 поверхности стенок, во всяком случае должно быть пропорционально nt , а убыль концентрации аэрозоля со временем должна удовлетворять уравнению

$$v \frac{dn(r)}{dt} = -Sbn(r)\tau(r),$$

где b — коэффициент, зависящий от интенсивности и характера перемешивания. Отсюда следует, что

$$n(r) = n_0(r) \exp \left[-\frac{Sb}{v} \tau(r) t \right].$$

Так как $V_s = g\tau$, то полное изменение концентрации аэрозоля со временем (если пренебречь диффузионным осаждением) выражается уравнением

$$n(r) = n_0(r) \exp \left[-\left(\frac{Sb}{v} + \frac{g}{h} \right) \tau(r) t \right], \quad (44.21)$$

имеющим тот же вид, что и в отсутствие инерционного осаждения, но с заменой коэффициента g/h на $\frac{Sb}{v} + \frac{g}{h}$. Вместо уравнения (44.11) имеем теперь

$$n = \int_0^{\infty} n_0(r) \exp \left[- \left(\frac{Sb}{v} + \frac{g}{h} \right) \tau(r) t \right] dr. \quad (44.22)$$

Как уже говорилось, изменение $\ln n$ с временем в случае полидисперсного аэрозоля должно выражаться вогнутой вверх кривой. Однако, если одновременно с осаждением происходит заметная коагуляция аэрозоля, то связанное с ней укрупнение частиц несколько компенсирует вызванное осаждением уменьшение среднего размера частиц, что приводит к спрямлению кривой ($\ln n$, t). Нередко получается практически прямолинейный график [361].

Изменение весовой концентрации полидисперсного аэрозоля со временем выражается уравнением

$$c = \int_0^{\infty} n_0(r) m(r) \exp \left[- \left(\frac{Sb}{v} + \frac{g}{h} \right) \tau(r) t \right] dr, \quad (44.23)$$

где $m(r)$ — масса частицы с радиусом r . В случае изодисперсного аэрозоля, очевидно, $d \ln c / dt = d \ln n / dt$, но в полидисперсных аэрозолях $|d \ln c / dt| > |d \ln n / dt|$, т. е. весовая концентрация убывает скорее счетной.

Действительно, мы можем написать

$$\frac{d \ln c}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dc}{dt} = \frac{1}{nm} \frac{dm}{dt}, \quad (44.24)$$

где \bar{m} — средняя масса содержащихся в аэрозоле частиц, а \overline{m} — средняя масса осаждающихся частиц. Так как $\overline{m} > \bar{m}$, то $|d \ln c / dt| > |d \ln n / dt|$, причем разность $|d \ln c / dt| - |d \ln n / dt|$ увеличивается с полидисперсностью аэрозоля, а также с абсолютной величиной dn/dt , т. е. со скоростью перемешивания. Опыт подтверждает эти выводы [361].

В заключение упомянем об одном, вызванном естественной конвекцией явлении, представляющем интерес для практики обработки помещений аэрозолями. Если поместить в камеру с аэрозолем закрытый сосуд с отверстиями в противоположных вертикальных стенках, то некоторое число даже очень крупных ($r \sim 7 \mu$) частиц проникает через эти отверстия благодаря горизонтальной конвекции («сквозняку») [248]. Если имеется лишь одно отверстие, проникания не происходит. Аналогичное явление наблюдается и в щелях деревянных стен: в сквозные щели аэрозоль может проникнуть довольно глубоко, в глухие — не может.

§ 45. Движение частиц аэрозоля в турбулентном потоке

Теоретическое и экспериментальное исследование поведения аэрозолей в турбулентном потоке естественно представляет значительно большие трудности, чем в случае ламинарного потока. Поэтому несмотря на большие успехи в изучении турбулентности, достигнутые в последнее время, о движении взвешенных в турбулентном потоке частиц имеется еще очень мало данных. Не выяснен, в частности, весьма важный вопрос о степени увлечения частиц турбулентными пульсациями.

По современным взглядам турбулентное течение можно себе представлять, как результат наложения на основную (среднюю) скорость течения непрерывного спектра пульсаций различного масштаба. Первично возникающие путем отрыва вихрей от стенок пульсации имеют масштаб, сравнимый с диаметром трубы, в которой течет жидкость; скорости, соответствующие этим пульсациям, зависят от направления: в частности, скорости пульсаций в параллельном стенкам направлении больше, чем в перпендикулярном.

Энергия крупномасштабных пульсаций постепенно переходит к все более мелкомасштабным пульсациям, причем для масштабов, малых по сравнению с диаметром трубы, пульсации делаются изотропными. Согласно теории А. Колмогорова [362] суммарная энергия таких пульсаций с масштабом $\ll \lambda$ пропорциональна $\lambda^{3/2}$. Эта закономерность остается справедливой, пока переход энергии к более мелкомасштабным пульсациям не сопровождается заметной диссипацией (переходом в теплоту) энергии, т. е. для масштабов, больших по сравнению с некоторой критической величиной λ_0 (внутренним масштабом турбулентности). В области же $\lambda < \lambda_0$ убывание энергии при переходе к более мелкомасштабным пульсациям идет значительно скорее.

Экспериментально может быть исследован лишь спектр пульсаций в неподвижной точке, т. е. значения функции $F(v)$, показывающей, какая часть турбулентной энергии падает на пульсации с частотой $\gg v \text{ сек}^{-1}$, отсчитываемой неподвижным наблюдателем (назовем ее эйлеровой частотой пульсаций). При переходе к системе координат, движущейся с потоком с усредненной скоростью U , получается «масштабный спектр» пульсаций, т. е. функция $\Omega(\lambda)$, показывающая, какая часть турбулентной энергии приходится на долю пульсаций с масштабом $\ll \lambda$. Однако частотный спектр пульсаций в движущейся системе (эту частоту назовем лагранжевой) остается неизвестным.

Воспользуемся данными Симонса и Солтера [363], измерившими спектр пульсаций в 120-см аэродинамической трубе за решеткой с 75-мм отверстиями. Степень турбулентности, т. е. отношение u/U , где u — суммарная средняя квадратичная скорость пульсаций, равнялась 0,03 и почти не зависела от Re_τ . Таким образом, турбулентная энергия составляла около 0,0009 всей энергии потока. Из полученных при $U = 7,5 \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$

результатов нами составлена табл. 24, в которой u_λ означает скорость, соответствующую пульсациям с масштабом $\ll \lambda$.

Таблица 24
Спектр турбулентности в аэродинамической трубе
при $U = 7,5$ м·сек⁻¹, $Re_\tau = 600\,000$

λ , см	$\Omega(\lambda)$	$u_\lambda/U \cdot 10^3$	u_λ , см·сек ⁻¹	$u_\lambda/\lambda^{1/2}$	λ/u_λ
37	0,74	2,6	19,5	5,9	2,0
19	0,58	2,3	17,3	6,5	1,1
7,5	0,36	1,8	13,5	6,9	0,55
3,7	0,19	1,3	9,8	6,3	0,37
3,0	0,13	1,1	8,3	5,8	0,36
2,0	0,07	0,8	6,0	4,8	0,33
1,5	0,05	0,67	5,0	4,4	0,30
1,0	0,019	0,41	3,1	3,1	0,32
0,75	0,008	0,26	1,9	1,7	0,40
0,50	0,0025	0,14	1,1	0,9	0,45

Как видно из данных табл. 24, отношение $u_\lambda/\lambda^{1/2}$, которое должно быть постоянным согласно найденной А. Колмогоровым закономерности, начинает резко уменьшаться примерно с $\lambda = 2$ см. Аналогичный результат получается и при $U = 10,5$ м·сек⁻¹. Таким образом, внутренний масштаб пульсаций λ_0 в аэродинамической трубе при Re порядка 10^6 имеет величину порядка 1 см. Так как при экспериментальном изучении спектров турбулентности возможны значительные ошибки, то этот вывод было желательным проверить на другом материале. Из приведенных А. Обуховым и А. Ягломом [364] формул и экспериментальных данных можно найти следующие значения λ_0 : 1,1 см при $U = 12,2$ м·сек⁻¹; 0,7 см при $U = 24,4$ м·сек⁻¹ и 0,6 см при $U = 30,5$ м·сек⁻¹, т. е. такой же порядок величины λ_0 . В атмосфере на высоте 1,15 м по Обухову [365] $\lambda_0 \approx 0,5$ см. На высоте 2 м $\lambda_0 = 2$ см, на высоте 30 м — 13 см (по Тейлору [366]). Ниже внутреннего масштаба $\Omega(\lambda)$ пропорционально λ^2 по Обухову и Яглому или λ^6 по Гейзенбергу [367], т. е. убывает весьма быстро с уменьшением масштаба.

Как уже упоминалось, из экспериментальных данных нельзя непосредственно найти распределение турбулентной энергии в функции лагранжевых частот или периодов пульсации, необходимое для решения вопроса о степени увеличения частиц турбулентными пульсациями. Очень грубо это можно сделать следующим образом. Примем, что пульсации с масштабом λ создаются движущимися с потоком со скоростью U вихревыми шнурами диаметром λ , оси которых направлены перпендикулярно к потоку. За среднюю скорость пульсаций u_λ можно принять скорость циркуляции на расстоянии $\lambda/4$ от оси шнура. Тогда лагранжев

период соответствующих пульсаций t_L равен $0,5\pi\lambda/u_\lambda$, а эйлеров период $t_E = 2\lambda/U$. Отношение $t_E/t_L \approx u/U$, т. е. в первом приближении равно степени турбулентности. Полное (условно 99%) увлечение частиц пульсациями имеет согласно рис. 20 (стр. 87) место при $\tau/t_L \leq 0,02$, т. е. согласно табл. 13 при $\tau \leq 0,01$ или при $r \leq 30 \mu$ для частиц с плотностью 1.

Пользуясь вычисленными в § 18 значениями τ для надстоксовых частиц при типичной средней скорости пульсаций 30 см/сек, а именно $\tau = 0,1$ сек. при $r = 0,1$ мм и $\tau = 6,3$ сек. при $r = 1$ мм и плотности 1, найдем в первом случае степень увлечения 70%, а во втором — 2%. Таким образом, частицы размером порядка 1 мм практически не участвуют в пульсациях среды.

Мак-Криди [368] исследовал спектр атмосферной турбулентности на высоте 70 см над землей при средней скорости ветра $2,3$ м·сек⁻¹. Средняя квадратичная скорость вертикальных пульсаций оказалась равной 27 см·сек⁻¹. Из приведенных автором данных можно рассчитать, что скорость вертикальных пульсаций с масштабом $\ll \lambda$ примерно втрое меньше, т. е. лагранжев период пульсаций втрое больше и, следовательно, степень увлечения частиц пульсациями еще выше, чем в аэродинамической трубе в условиях, соответствующих табл. 24.

Эти расчеты, конечно, весьма грубы, хотя, повидимому, дают правильный порядок величины частиц, увлекаемых и не увлекаемых пульсациями. Точное решение вопроса о степени увлечения возможно либо путем исследования спектра турбулентности движущимся со скоростью потока прибором, либо путем ультрамикроскопических наблюдений в потоке, содержащем как очень мелкие, так и крупные частицы.

Рассматриваемый вопрос имеет большое значение при решении другой основной задачи в механике аэрозолей — вертикального распределения частиц в горизонтальном турбулентном потоке, впервые исследованного В. Шмидтом [369]. Если при турбулентном течении аэрозоля в горизонтальном канале происходит сдувание осадка с переводом его во взвешенное состояние (это имеет, например, место при пневматическом перемещении порошкообразных материалов), то в канале должно установиться определенное стационарное распределение частиц по высоте. Число частиц, проходящих в 1 сек. под действием силы тяжести сверху вниз через горизонтальную площадку в 1 см², равно $V_s n$. Число частиц, проходящих через эту площадку в обратном направлении благодаря турбулентной диффузии, равно $-D_t dn/dz$, где D_t — коэффициент турбулентной диффузии частиц. Приравняв эти выражения, получим

$$\frac{dn}{n} = -\frac{V_s}{D_t} dz, \quad (45.1)$$

откуда

$$\ln \frac{n}{n_0} = -V_s \int_0^z \frac{dz}{D_t}, \quad (45.2)$$

где n_0 — концентрация у дна канала, а z — расстояние от дна. Так как D_t быстро изменяется с z вблизи дна, но сравнительно медленно — вдали от него, то в центральной области канала можно считать D_t постоянным, и (45.2) принимает вид

$$\ln \frac{n}{n_0} = -\frac{V_s z}{D_t}. \quad (45.3)$$

Подчеркнем, что выражаемые этими формулами распределения могут иметь место только в стационарном состоянии, т. е. если осаждающиеся на дно канала частицы переводятся потоком обратно во взвешенное состояние. В противном случае, как легко рассчитать, большая часть аэрозоля успеет осесть до того, как установится это распределение.

Изложенная здесь теория вертикального распределения взвешенных в турбулентном потоке частиц подверглась критике со стороны некоторых гидрологов [370], причем главное возражение вызывает делаемое обычно предположение о равенстве коэффициентов турбулентной диффузии частиц и среды. Как видно из сказанного выше, для частиц аэрозолей с $r \leq 30 \mu$ это предположение, повидимому, оправдано. Далее, в общем выражении для коэффициентов диффузии $D \approx l^2/t$, где l — длина «шага», а t — время, затраченное на этот шаг, в случае турбулентной диффузии l , очевидно, — масштаб, а t — период пульсаций. Поэтому при неполном увлечении частиц отношение коэффициентов турбулентности диффузии частиц и среды D_t'/D_t равно отношению квадратов амплитуд пульсаций частиц и среды или «степени увлечения» частиц, рассчитываемой, как указано выше. При введении в формулу (45.2) определенного таким образом коэффициента D_t' формула, очевидно, остается применимой и в случае неполного увлечения.

Следует еще упомянуть о работе Б. Броунштейна и О. Тодеса [371]. Исходя из Больцмановского распределения концентраций в поле силы тяжести $n = n_0 \exp(-mgz/kT)$ и полагая по аналогии с газокинетической формулой $\frac{3}{2} kT = mv^2/2$, где v^2 — средний квадрат скорости пульсации частицы а m — ее масса, и, следовательно, $n = n_0 \exp(-3gz/v^2)$, эти авторы применяют далее для вычисления v справедливую для колебаний частицы в идеальной жидкости формулу [372] $v = [3 \tau_g/(\tau_g + 2\tau)] u$, где u — скорость пульсаций среды. Формальное перенесение газокинетических формул на движение взвешенных в турбулентной среде частиц, по мнению автора этой книги, не оправдано. Вертикальное распределение частиц по Броунштейну и Тодесу не зависит от размера частиц, а это противоречит опыту. Далее, для того чтобы концентрация аэрозоля падала бы не более, чем вдвое на высоте 10 см, по этим расчетам требуется скорость пульсаций воздуха порядка $1 \text{ км} \cdot \text{сек}^{-1}$!

Более или менее обстоятельное экспериментальное изучение вертикального распределения частиц в турбулентном потоке производилось лишь в водных суспензиях. В опытах Ванони [373] D_t вычислялось по

профилю скоростей течения (см. следующий параграф). В работе Калинин [374] D_t определялось экспериментально по рассеянию струи водного раствора в потоке. Найденное затем вертикальное распределение песчинок с радиусом порядка нескольких десятков микронов (до 70μ) более или менее удовлетворительно согласовалось с формулой (45.2).

Измерения с аэрозолями проводились лишь М. Калинушкиным [375], изучившим распределение древесных опилок и других порошков в горизонтальной круглой 25-см трубе при $U = 10-17 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Заметим, что в круглых трубах турбулентное течение обычно сопровождается вращением газа вокруг оси трубы, в результате чего вертикальное распределение переходит в радиальное — концентрация частиц максимальна у периферии трубы и убывает по направлению к ее оси. Для получения нормального вертикального распределения в круглой трубе необходимо уничтожить вращение посредством решетки. Данные М. Калинушкина хорошо ложатся на прямолинейный график, соответствующий формуле (45.3).

Приведем еще данные Шервуда и Верца [376], измерившими D_t в воздушном потоке в канале прямоугольного сечения высотой 5,3 см и с большой величиной отношения ширины к высоте. При $Re_l > 10\,000$, за исключением узких прилегающих к верхней и нижней стенкам зон D_t оказалось практически постоянным, выражаемым эмпирической формулой

$$D_t = 0,044 \nu Re_l^{0,75} \quad (45.4)$$

(ν — кинематическая вязкость газа). Для частиц с $r = 5 \mu$ и плотностью 1 при $U = 13 \text{ м} / \text{сек}$ ($Re_l = 40\,000$) значение V_s/D_t получается равным 0,016, и отношение концентраций у нижней и верхней стенок в этом случае равно 1,1, т. е. мы имеем почти равномерное распределение по всему сечению канала. Однако уже при $r = 20 \mu$ это отношение равно 3,7, т. е. основная масса частиц движется в нижней части канала.

Мы рассмотрели действие турбулентного потока на взвешенные в нем частицы. Большой интерес представляет и обратный вопрос — о действии дисперсной фазы на несущий ее турбулентный поток. Из опыта известно, что в суспензиях глины критическое значение числа Re_l больше, чем в чистой воде [377, 378]. В опытах Ванони [373] с песчаными суспензиями в открытом канале наблюдалось заметное снижение коэффициента турбулентной вязкости, а следовательно, и гидравлического сопротивления по сравнению с чистой водой; при этом уменьшались, понятно, и степень турбулентности потока и коэффициент турбулентной диффузии.

Эти явления имеют следующую причину: каждая частица дисперсной фазы, участвуя, как мы видели, в пульсациях среды, непрерывно движется по отношению к прилегающему к ней слою среды под действием тяжести. При этом происходит рассеяние (превращение в теплоту) механической энергии, которая может черпаться только из энергии пульсаций.

Степень турбулентности должна при этом уменьшиться. Так как количество энергии, рассеиваемой частицей в единицу времени, пропорционально произведению веса частицы на скорость ее оседания, т. е. массе частицы в степени $5/3$ ($m^{5/3}$), то при постоянной весовой концентрации $c = \pi n$ уменьшение степени турбулентности должно возрасти с величиной частиц. Упомянутые в § 29 наблюдения — уменьшение сопротивления циклона при возрастании концентрации пыли — объясняются поэтому уменьшением турбулентности под действием взвешенной пыли, как это уже предполагалось рядом авторов [379]¹.

Теория этого явления разработана Г. Баренблаттом [381]. Величина эффекта определяется значением безразмерного выражения, имеющего в случае аэрозолей вид

$$K = -\frac{gdc/dz}{\gamma_g(dU/dz)^2} (> 0), \quad (45.5)$$

где z — расстояние от дна;

U — средняя скорость течения.

При $K < 1$ дисперсная фаза не влияет на степень турбулентности и на профиль скоростей течения: только в этом случае применима формула (45.2) для вертикального распределения концентраций. При K , сравнимом с единицей, среднеквадратичная скорость пульсаций u выражается формулой $u = u_0(1 - K)^{1/4}$, где u_0 — значение u для чистого газа. В этом случае формула (45.2) неприменима, и расчет распределения концентраций усложняется.

§ 46. Осаждение аэрозолей в турбулентном потоке

Переходя к вопросу об осаждении аэрозолей в турбулентном потоке, заметим, что почти все сказанное в § 44 о гравитационном осаждении при конвекции и искусственном перемешивании справедливо и по отношению к турбулентному потоку. Так как средняя квадратичная пульсационная скорость в перпендикулярном к потоку направлении равна примерно $0,03 - 0,1 \bar{U}$, где \bar{U} — средняя скорость потока [363, 382, 376, 383], то уже при \bar{U} порядка нескольких метров в 1 сек. скорость оседания частиц с радиусом $< 10 \mu$ в горизонтальной трубе значительно меньше вертикальной составляющей средней пульсационной скорости, и такие частицы более или менее равномерно распределяются по всему сечению трубы. На единице длины трубы с радиусом R осаждаются за одну секунду под действием силы тяжести $2RnV_g = 2Rgn\tau$ частиц, где n — концентрация частиц в потоке. При прохождении слоем аэрозолей

¹ В опубликованной в 1951 г. заметке [380], автор книги приписал уменьшение турбулентности рассеянию энергии, вызванному относительным движением частиц и среды вследствие неполного увлечения частиц пульсациями. Как видно из изложенного выше, этот эффект должен быть очень мал.

толщиной 1 см пути dx , т. е. за время dx/\bar{U} из слоя выпадет $2Rgn\tau dx/\bar{U}$ частиц. Так как объем этого слоя равен πR^2 , то можем написать

$$-\frac{dn}{dx} = \frac{2Rgn\tau}{\pi R \bar{U}} = \frac{2n\tau g}{\pi \bar{U} R}. \quad (46.1)$$

Отсюда следует аналогичная (44.21) формула

$$n = n_0 \exp \left[-\frac{2\tau g x}{\pi \bar{U} R} \right], \quad (46.2)$$

показывающая, как изменяется концентрация частиц данного размера в функции пройденного аэрозолем пути x . Скорость осаждения аэрозоля, пропорциональная n , экспоненциально убывает в направлении течения.

Эти соображения применимы, конечно, и к теории циклона. Примем, что в циклоне также происходит непрерывное турбулентное перемешивание аэрозоля. Далее примем согласно формуле (29.1), что скорость течения у наружной стенки циклона равна $U_0/2$. Тогда радиальная скорость частиц равна $U_0^2\tau/4R_2$, а число осаждающихся в 1 сек. на 1 см² стенки частиц

$$I = \frac{nU_0^2\tau}{4R_2}. \quad (46.3)$$

Если обозначить через L/s высоту шага спирали, образуемой течением в циклоне (L — высота циклона, s — число витков), то на 1 см длины этой спирали осадится в 1 сек. IL/s частиц. Одновременно по спирали пройдут все частицы, поступившие за 1 сек. в циклон и не успевшие осадиться на своем пути, а именно, $HhnU_0$ частиц, где H и h — высота и ширина входного отверстия циклона. Поэтому можно написать

$$-\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{nU_0^2\tau L/4R_2s}{nHhU_0} = \frac{U_0\tau L}{4R_2sHh}, \quad (46.4)$$

где dx — дифференциал длины спирали. Так как вся длина последней $\approx 2\pi R_2s$, то, интегрируя уравнение (46.4), получим для отношения числа выходящих и входящих в циклон частиц формулу

$$\ln \frac{n}{n_0} = -\frac{U_0\tau L \cdot 2\pi R_2s}{4R_2sHh} = \frac{\pi U_0\tau L}{2Hh} \approx \frac{\pi U_0\tau s}{2h} \quad (46.5)$$

(мы приняли высоту шага спирали L/s равной высоте входного отверстия H). Таким образом, эффективность циклона равна

$$\vartheta = \frac{n_0 - n}{n_0} = 1 - \exp \left(-\frac{\pi U_0\tau s}{2h} \right), \quad (46.6)$$

т. е. значительно меньше вычисленной без учета турбулентного перемешивания эффективности [формула (29.14)].

Хотя отсутствие точных экспериментальных данных об эффективности осаждения в циклонах в функции размера частиц не позволяет произ-

вести количественной проверки формулы (46.6), однако, несомненно, что она ближе к действительности, чем (29.14). Согласно последней формуле частицы с размером, большим определенной предельной величины, должны осаждаться полностью. Фактически 100% осаждения в циклонах не наблюдается даже для сравнительно крупных частиц, а имеет место лишь непрерывное повышение эффективности осаждения с размером частиц [384], как это следует из формулы (46.6).

Аналогично влияет турбулентность и на осаждение высокодисперсных аэрозолей в конденсаторе (§ 27): при переходе от ламинарного к турбулентному режиму течения сила тока при данном напряжении делается значительно меньше силы тока, теоретически вычисленной для ламинарного течения [181].

Переходя к диффузионному осаждению аэрозолей из турбулентного потока, приведем предварительно некоторые необходимые сведения по гидродинамике турбулентного течения.

При экспериментальном исследовании распределения средних скоростей турбулентного течения в трубах и открытых каналах было установлено, что при этом соблюдается логарифмический профиль скоростей $U = a \ln z + b$, где U — средняя скорость на расстоянии z от стенки. Исходя из представления о «длине пути смещения» (величине, играющей в теории турбулентной вязкости и диффузии ту же роль, что длина свободного пути молекул в теории молекулярной вязкости и диффузии), Прандтль [385] вывел формулу

$$U/U^* = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{zU^*}{\nu} + C \quad (z > \delta_L, \text{ см. ниже}), \quad (46.7)$$

в которой κ — постоянная Кармана, связывающая длину пути смещения l с расстоянием от стенки согласно уравнению

$$l = \kappa z; \quad (46.8)$$

C — константа, которую нельзя определить теоретическим путем, а U^* — величина с размерностью скорости, называемая «динамической скоростью», или «скоростью трения» и связанная уравнением

$$U^* = \sqrt{\tau/\gamma_g} \quad (46.9)$$

с импульсом τ , передаваемым в 1 сек. турбулентными пульсациями через параллельную стенке площадку в 1 см². Вблизи от стенки можно считать τ постоянным (независимым от z) и, следовательно, равным силе трения между текущим газом и стенкой на 1 см² последней. Из опытов найдено $\kappa = 0,4$, $C = 5,5$, так что формула (46.7) может быть написана в виде

$$U/U^* = 2,5 \ln \frac{zU^*}{\nu} + 5,5 = 5,75 \lg \frac{zU^*}{\nu} + 5,5 \quad (z > \delta_L). \quad (46.10)$$

Заметим еще, что U^* имеет одинаковый порядок величины со средней квадратичной скоростью турбулентных пульсаций u .

На очень малом расстоянии от стенки эта формула неприменима, так как приводит при $z \rightarrow 0$ к $U \rightarrow -\infty$, тогда как у самой стенки скорость течения равна нулю. Поэтому необходимо принять, что у стенки имеется тонкий ламинарный слой толщиной δ_L , в котором газ движется по обычным законам течения вязкой жидкости, а передача импульса происходит за счет молекулярной вязкости. Тогда $\tau = \eta dU/dz$ при $z < \delta_L$, откуда следует, что в ламинарном слое

$$U/U^* = \frac{\tau z}{\eta U^*} = \frac{U^{*2} \gamma_g z}{U^* \eta} = \frac{U^* z}{\nu} \quad (z < \delta_L). \quad (46.11)$$

Как показывает опыт, профиль скоростей выражается при $zU^*/\nu < 5$ формулой (46.11), при $zU^*/\nu > 20$ формулой (46.10), а в промежуточной области — непрерывной переходной кривой [385]. Поэтому толщина ламинарного слоя имеет величину порядка

$$\delta_L \approx 10\nu/U^*. \quad (46.12)$$

Пользуясь понятием о «турбулентной вязкости», можно написать

$$\tau = \eta_t dU/dz \quad (z > \delta_L). \quad (46.13)$$

Вставляя сюда выражения для dU/dz из (46.7) и для τ из (46.9), находим $\eta_t = \gamma_g U^* z \kappa$. Отсюда для «кинематической турбулентной вязкости» $\nu_t = \eta_t/\gamma_g$ получается формула

$$\nu_t = \kappa U^* z. \quad (46.14)$$

Так как механизм турбулентного переноса импульса и массы один и тот же, то коэффициенты турбулентной диффузии D_t и вязкости ν_t должны быть близки по величине. Действительно, по Прандтлю [386] $D_t/\nu_t = 1,4-2,0$, по опытам Шервуда и Верца [376] $D_t/\nu_t = 1,6$. Пользуясь этим обстоятельством, можно выразить коэффициент турбулентной диффузии формулой

$$D_t = 1,5 + 2,0 \cdot U^* z \kappa \approx 0,6 + 0,8 U^* z \quad (z > \delta_L). \quad (46.15)$$

Эта формула применима, конечно, только при $z > \delta_L$, т. е. вне ламинарного слоя. Относительно механизма диффузии внутри этого слоя существуют две точки зрения: по Прандтлю и Тейлору [387] внутри ламинарного слоя турбулентные пульсации отсутствуют, т. е. передача вещества происходит исключительно путем молекулярной диффузии (так же, как передача момента). По Ландау и Левичу [388] турбулентные пульсации проникают в ламинарный слой, затухая лишь у самой поверхности стенки, причем здесь D_t пропорционально уже не 1-й, а 4-й степени z , а именно

$$D_t \approx U^* z^4 / \delta_L^3. \quad (46.16)$$

У самой стенки имеется «диффузионный подслои» толщиной δ_D , в котором молекулярная диффузия преобладает над турбулентной. При этом

$\delta_L \gg \delta_D$. Таким образом, по Прандтлю и Тейлору граница диффузионного слоя, совпадающая по их взглядам с границей ламинарного слоя, определяется тем, что на ней сравниваются коэффициенты турбулентной и молекулярной вязкости, по Ландау и Левичу — тем, что на ней совпадают коэффициенты турбулентной и молекулярной диффузии. В тех случаях, когда $\nu_t/\nu \approx D_t/D$, эти границы действительно совпадают, и гипотеза Прандтля и Тейлора является приемлемой. Учитывая, что $\nu_t/D_t \approx 1$, необходимо, чтобы число Шмидта $Sc = \nu/D$ также было порядка 1, что имеет, например, место при диффузии газов. Но в аэрозолях $Sc \gg 1$, т. е. $\nu_t/\nu \ll D_t/D$. Так как в пристенной зоне интенсивность турбулентных пульсаций и длина пути смещения, а следовательно, и ν_t и D_t во всяком случае уменьшаются по мере приближения к стенке, а ν и D — постоянные величины, то из сказанного следует, что D_t/D сравнивается с 1 на значительно меньшем расстоянии от стенки, чем ν_t/ν , т. е. δ_D для аэрозолей должно быть значительно меньше δ_L . Кроме того, при данном режиме течения, т. е. при данном δ_L значение δ_D не может быть постоянным — оно должно изменяться симбатно с D .

В частности, по Ландау и Левичу, из определения δ_D следует $D = D_{(z=\delta_D)} \approx U^* \delta_D^4 / \delta_L^3$, откуда

$$\delta_D \approx D^{1/4} U^{*-1/4} \delta_L^{3/4} \approx \frac{0,57 \delta_L}{Sc^{1/4}}. \quad (46.17)$$

При вычислении скорости диффузионного осаждения аэрозолей на стенках трубы мы пренебрежем изменением концентрации аэрозоля в направлении течения, т. е. будем считать, что концентрация не зависит ни от времени, ни от координаты x , отсчитываемой в направлении течения, а лишь от расстояния до стенки z . Ввиду малой скорости диффузионного осаждения и сравнительно больших скоростей течения при турбулентном режиме такое упрощение вполне допустимо. В этом случае через каждую параллельную стенке площадку в 1 см^2 пройдет за 1 сек. одинаковое число частиц I , причем ввиду большой величины коэффициента турбулентной диффузии в удаленных от стенок точках концентрацию аэрозоля можно считать постоянной (n_0) повсюду, за исключением пристенного слоя. Обозначая через D_E эффективный коэффициент диффузии, включающий и молекулярный и турбулентный перенос вещества, можем написать в общем виде

$$I = D_E \frac{dn}{dz} = \text{const.} \quad (46.18)$$

Для вычисления I необходимо исходить из определенной гипотезы о величине D_E в функции расстояния от стенки. Проще всего произвести этот расчет на основе гипотезы Прандтля — Тейлора, т. е. если принять, что при $z < \delta_L$ действует лишь молекулярная диффузия, а при $z > \delta_L$ — лишь турбулентная. В ламинарном слое

$$I = D \frac{dn}{dz} \quad (z < \delta_L), \quad (46.19)$$

откуда $n = Iz/D + C_1$ или, так как при $z = 0$ $n = 0$,

$$n = Iz/D \quad (z < \delta_L). \quad (46.20)$$

В турбулентной области D_E выражается формулой (46.15) и, обозначая коэффициент 0,6÷0,8 через α , найдем

$$I = \alpha U^* z \frac{dn}{dz} \quad (z > \delta_L), \quad (46.21)$$

откуда

$$n = \frac{I}{\alpha U^*} \ln z + C_2. \quad (46.22)$$

Обозначая через h расстояние от стенки, на котором n принимает постоянное значение n_0 , получаем

$$n_0 = \frac{I}{\alpha U^*} \ln h + C_2 \quad (46.23)$$

или, исключая C_2 из (46.22) и (46.23),—

$$n = n_0 + \frac{I}{\alpha U^*} \ln \frac{z}{h}. \quad (46.24)$$

При $z = \delta_L$ выражения (46.20) и (46.22) должны совпадать. Заменяя в них z на δ_L и приравнявая, получаем

$$I = \frac{n_0 D}{\delta_L + \frac{D}{\alpha U^*} \ln \frac{\delta_L}{U^*}} \quad (46.25)$$

или, заменяя U^* через $10\nu/\delta_L$ согласно (46.12)

$$I = \frac{n_0 D}{\delta_L + \frac{D \delta_L}{10 \alpha \nu} \ln \frac{\delta_L}{n}} = \frac{n_0 D}{\delta_L \left(1 + \frac{1}{10 \alpha Sc} \ln \frac{\delta_L}{h} \right)}. \quad (46.26)$$

Так как в аэрозолях $Sc \gg 1$, можно пренебречь вторым членом в скобках и получить окончательно

$$I \approx \frac{n_0 D}{\delta_L}. \quad (46.27)$$

Таким образом, по Прандтлю — Тейлору скорость диффузионного осаждения пропорциональна первой степени коэффициента тепловой диффузии аэрозоля, причем, как видно из формулы (46.27), концентрацию аэрозоля можно считать практически постоянной вплоть до самой границы ламинарного слоя, как мы и делали на стр. 224. Аналогичный расчет, основанный на гипотезе Ландау и Левича, значительно сложнее, и мы приведем лишь окончательный результат, выражающийся формулой

$$I = \frac{\beta n_0 D}{\delta_D}, \quad [(46.28)]$$

где β — числовой коэффициент порядка единицы, значение которого не может быть определено теоретически. Так как согласно (46.17) δ_D

пропорционально $D^{1/4}$, то I пропорционально $D^{3/4}$. Такая зависимость объясняется тем, что при уменьшении коэффициента тепловой диффузии турбулентные пульсации переносят частицы на более близкое расстояние к стенке и таким путем частично компенсируют уменьшение D .

Хотя описание процесса диффузионного осаждения аэрозолей из турбулентного потока согласно гипотезе Ландау и Левича несомненно является лучшим приближением к действительности, чем по Прандтлю — Тейлору, механизм этого процесса может быть окончательно выяснен только путем опыта. Для этого было бы целесообразно применить изодисперсные сернокислотные туманы, получаемые в генераторе Ламера [6]; в этом случае было бы очень удобно определять количество осадка на стенках. Беря туманы с различным размером частиц, можно было бы найти зависимость I от D и по ней определить закон изменения D с изменением расстояния от стенки.

Представим формулы (46.27) и (46.28) в удобном для практического использования виде. Для этого воспользуемся полученными в гладких трубах при $Re_1 < 10^5$ опытными данными [389], согласно которым

$$U^* \approx \frac{0,16 U_M}{Re_1^{1/4}} \approx \frac{0,2 \bar{U}}{Re_1^{1/4}}, \quad (46.29)$$

где U_M — скорость течения у оси трубы; \bar{U} — средняя скорость. Отсюда

$$\delta_L = 10 \nu / U^* \approx 50 \nu Re_1^{1/4} / \bar{U} = 100 R / Re_1^{1/4} \quad (46.30)$$

(R — радиус трубы) и

$$I = \frac{D n_0}{\delta_L} \approx \frac{D n_0 Re_1^{1/4}}{100 R} \quad (\text{по Прандтлю — Тейлору}). \quad (46.31)$$

Далее согласно (46.17)

$$\delta_D \approx 57 R D^{1/4} / Re_1^{1/4} \nu^{1/2} \quad (46.32)$$

и

$$I = \frac{\beta n_0 D}{\delta_D} = \frac{\beta D^{3/4} n_0 Re_1^{1/4} \nu^{1/2}}{57 R} \quad (\text{по Ландау — Левичу}). \quad (46.33)$$

Экспериментальных данных по не вызванному седиментацией осаждению аэрозолей на стенках труб из турбулентного потока не имеется. Александер и Колдрен [390] распыляли форсункой воду по оси короткой горизонтальной трубы, измеряли концентрацию тумана в различных точках трубы и отсюда вычисляли скорость осаждения тумана на стенках. Однако в этих опытах падение концентрации от оси трубы к периферии, повидимому, не имеет ничего общего с диффузионным осаждением, и связано с известным профилем концентраций в свободной струе.

Переходим к инерционному осаждению аэрозолей из турбулентного потока. Можно было бы думать, что ввиду полного увлечения частиц турбулентными пульсациями инерционное осаждение в этом случае

должно отсутствовать. Однако расчеты на стр. 230 относились к центральной части турбулентного потока. Между тем, как показывают наблюдения, по мере приближения к стенке пульсационная скорость возрастает и начинает убывать лишь на очень малом расстоянии от стенки [382, 391, 392]. С другой стороны, длина пути смешения, а следовательно, и диаметр вихрей непрерывно убывает по мере приближения к стенке, а перпендикулярные к стенке пульсации очень малого масштаба наблюдаются в ультрамикроскопе уже на расстоянии от стенки порядка нескольких микронов [382]. Таким образом, возможно, что вблизи стенок на частицы действуют довольно значительные инерционные силы, могущие вызвать осаждение частиц.

К сожалению, никаких опытных данных по этому вопросу не имеется. Нередко наблюдающиеся обильные осадки пыли на стенках вертикальных труб, возможно, вызваны инерционным осаждением из турбулентного потока. Необходимо иметь в виду, что при большой скорости течения осадившиеся твердые частицы могут сдуваться потоком, поэтому отсутствие осадка не может служить указанием на отсутствие осаждения. Для решения этого вопроса необходимо ставить опыты с туманами или смазывать стенки вязкой жидкостью.

С другой стороны, хорошо известны осадки на стенках, вызванные «постоянными» локальными вихрями, образующимися при обтекании различных препятствий и т. д. На рис. 66 представлена фотография пылевого осадка, образовавшегося в течение 1 года на стене вентилируемого помещения вблизи телефонного провода из узкого потока воздуха, вырывающегося из вертикальной щели, находящейся слева от провода. Густой узкий резко очерченный осадок пыли находится перед проводом, широкий расплывчатый осадок — за проводом. Кроме того, на лобовой

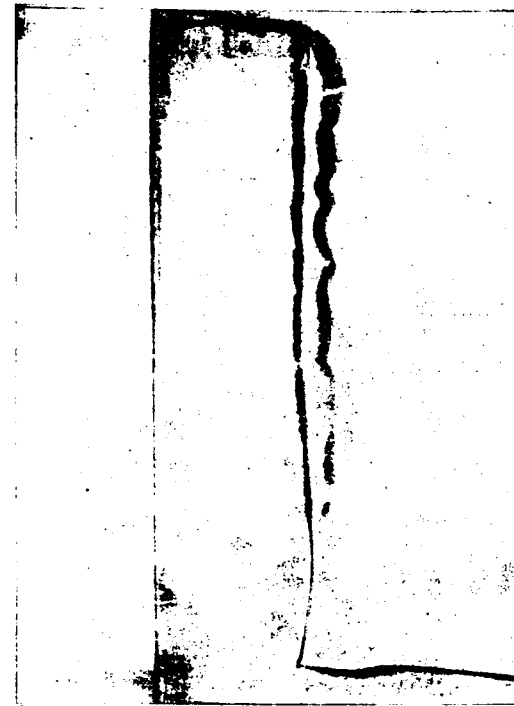


Рис. 66. Вихревое осаждение частиц за препятствием.

поверхности провода имеется инерционный осадок невихревого происхождения. Вихри, образующиеся при обтекании препятствия, изображены схематически на рис. 67. Очень сходная картина наблюдается при теоретически исследованном Н. Жуковским [393] образовании сугробов возле препятствий (заборов), однако в этом случае главную роль играет, повидимому, не инерционное осаждение из вихрей, а седиментация заторможенного снега из потока.

Вихревое осаждение наблюдается также в известных условиях при обтекании свободно расположенных тел, при этом осадок образуется не только на наветренной, т. е.

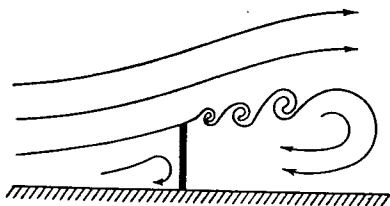


Рис. 67. Воздушные вихри перед препятствием и за ним.

обращенной навстречу потоку, но и на подветренной стороне тела. По опытам Иеманса [248] при скорости течения $8 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ на стеклянных дисках диаметром 7 см, поставленных перпендикулярно к потоку, на подветренной стороне осаждалось в 2,5 раза больше капелек тумана с $r = 5,6 \mu$, чем на наветренной стороне. По Ландау [236] при скорости $0,5 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ на подветренной стороне стеклянных пластинок шириной 2,5 см осаждалось больше частиц, чем при скорости $1,5 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. По опытам Ассета и Пюри [394], при скорости течения $2,3 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ капельки изодисперсного тумана с $r = 6,5 \mu$ не осаждались на подветренной стороне стеклянных цилиндров диаметром 7,5 см и не покрытого волосами предплечья человека. На подветренной же стороне покрытого волосами предплечья осаждалось примерно в 4 раза меньше капелек, чем на наветренной. Вероятно, для того чтобы осаждение на подветренной стороне имело место, необходимо наличие определенных гидродинамических условий: с одной стороны, скорость течения в вихрях должна быть достаточной для инерционного осаждения частиц, с другой стороны, вихри не должны слишком быстро уноситься от обтекаемого тела.

Сюда же, возможно, относится образование густого осадка пыли на стенках диффузоров у выхода, так как в этом месте происходит отрыв вихрей от стенок.

§ 47. Распространение аэрозолей в атмосфере

Вопрос о движении аэрозолей в атмосфере (дыма, выходящего из фабричных труб, маскирующих и инсектицидных туманов, выпускаемых из специальных генераторов или шашек, и т. д.) имеет большое практическое значение с технической и гигиенической точки зрения, например, в проблеме предупреждения загрязнения населенных пунктов промышленными аэрозолями. Особое значение может иметь этот вопрос в связи с изобретением атомных бомб, дающих при взрыве огромное облако

диоактивного аэрозоля, распространяющегося в атмосфере и обладающего опасной для человека концентрацией на расстоянии в несколько сот километров от места взрыва. Однако, несмотря на довольно большое число теоретических и экспериментальных работ, вопрос этот исследован еще далеко недостаточно, главным образом вследствие чрезвычайно большой сложности и изменчивости атмосферных течений, вызывающих огромные, неохватываемые математическим анализом флуктуации в измерениях. Поэтому экспериментальная проверка различных теорий чрезвычайно затруднительна.

Движение аэрозолей в атмосфере складывается из движения самого воздуха и относительного движения частиц и воздуха, которое сводится для не очень крупных частиц лишь к их оседанию под воздействием тяжести. Вначале мы пренебрежем этим оседанием, т. е. рассмотрим распространение в атмосфере высокодисперсных аэрозолей. В этом случае законы распространения аэрозолей и газообразных загрязнений тождественны. Они подробно рассмотрены в монографиях Шелейховского [395], Андреева [396] и Сеттона [397, 398], поэтому мы обратим главное внимание на принципиальную сторону дела, не вдаваясь в различные интересные для практики детали. Прежде всего необходимо остановиться на механизме турбулентного рассеяния в атмосфере, так как этот вопрос освещен в литературе довольно скудно, а подчас и неверно.

Общий характер рассеяния аэрозолей в атмосфере — следующий. Выходящее из какого-нибудь источника облачко или непрерывная струя аэрозоля движется вместе с ветром и одновременно рассеивается под действием атмосферной турбулентности. Молекулярная диффузия в этом процессе практически не играет никакой роли, за исключением очень тонкого воздушного слоя у поверхности соприкасающихся с аэрозолем тел.

Атмосферная турбулентность обладает некоторыми специфическими чертами, о которых необходимо вкратце упомянуть. При турбулентном течении в трубах, каналах, реках и т. д. в каждой точке потока существует легко определяемая из опыта, практически постоянная по величине и направлению средняя скорость течения U , на которую налагаются беспорядочные турбулентные пульсации. Изменения U , если они вообще имеют место (например, суточные или сезонные изменения скорости в реках), обладают периодом, на несколько порядков величины большим, чем период самых крупномасштабных пульсаций. Далее U значительно превышает среднюю квадратичную скорость пульсаций. Таким образом, здесь граница между усредненным течением и пульсациями очень резкая.

В атмосфере скорость ветра, измеряемая флюгерами и т. п., непрерывно меняется и по величине и по направлению, причем величина колебаний монотонно возрастает с временем, в течение которого они наблюдаются. Здесь мы имеем сплошной пульсационный спектр, начинающийся с мельчайших пульсаций с периодом, измеряемым сотыми долями секунды, и кончающийся суточными и годовыми колебаниями скорости ветра. Поэтому никакой границы между средними и пульсационными

скоростями в этом случае установить нельзя, и измеренную каким-нибудь метеорологическим прибором среднюю скорость ветра за время 1 мин. можно при наблюдениях в течение года рассматривать как пульсационную скорость.

Рассмотрим теперь механизм диффузии в турбулентном потоке, причем начнем с более простого случая течения в трубе или в канале. Пусть в какой-нибудь точке O (рис. 68) в поток непрерывно выпускается через длинную узкую щель, расположенную перпендикулярно к потоку, аэрозоль. На рис. 68 $O - O'$ обозначает линию тока усредненного течения, а кривые OA и OB — зафиксированные в определенный момент контуры

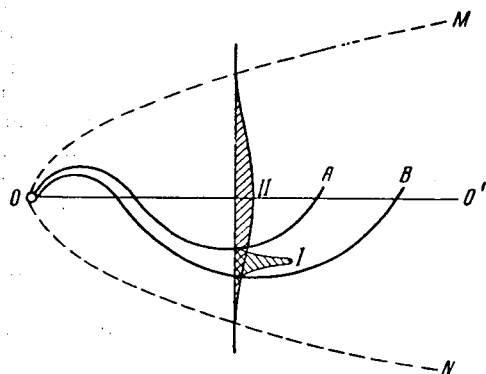


Рис. 68. Струя аэрозоля в турбулентной атмосфере.

струи аэрозоля, определенные из условия, что концентрация аэрозоля на них равна, скажем, 10% от концентрации у оси струи. Средний квадрат отклонений частиц от неподвижной оси $O - O'$, регистрируемых неподвижным наблюдателем (эйлерова диффузия), выражается обычным уравнением

$$\bar{x}^2 = 2D_L t, \quad (47.1)$$

(для простоты принято, что D_L — обычный коэффициент турбулентной диффузии — постоянен во всем поле течения). Отсюда для распределения концентраций аэрозоля в потоке (кривая II) в случае непрерывно действующего источника получается выведенное выше (стр. 189) выражение

$$n = \frac{\Phi'}{\sqrt{4\pi D_L U x}} e^{-\frac{Ux^2}{4D_L x}}. \quad (47.2)$$

причем, как следует из предыдущего, эта формула дает среднюю по времени концентрацию, вычисляемую по обычным законам.

Иначе обстоит дело со взаимной диффузией частиц в турбулентном потоке, т. е. смещением их по отношению к наблюдателю, движущемуся вместе с одной из частиц (лагранжева диффузия). Тогда как эйлерова диффузия осуществляется всеми пульсациями, в лагранжевой диффузии принимают участие лишь пульсации с масштабом λ того же или меньшего порядка величины, чем расстояние между частицами x . Эти пульсации непрерывно увеличивают расстояние между частицами, т. е. приводят к расширению струи. Крупномасштабные же пульсации с $\lambda \gg x$ не могут, очевидно, изменить расстояние между частицами, т. е. ширину струи.

но изгибают ее и разрывают на отдельные клубы. Мгновенное распределение концентраций в струе (кривая I), очевидно, определяется лагранжевой диффузией. Для иллюстрации приведем еще фотографию дыма (рис. 69), выходящего из фабричной трубы при разной степени турбулентности атмосферы [399].

По мере расширения струи, т. е. увеличения x , возрастает и масштаб пульсаций, способных изменить это расстояние. Иными словами, коэффициент лагранжевой диффузии D_L непрерывно возрастает по мере движения и расширения облака аэрозоля, что и составляет характерную особенность турбулентной диффузии. Подчеркнем еще раз, что это обстоятельство имеет значение для распределения мгновенных концентраций, но не средних по времени. Ричардсоном [400] найдена для D_L эмпирическая зависимость

$$D_L \approx 0,2x^{1/3}. \quad (47.3)$$

Для области масштабов пульсаций, к которым применима теория Колмогорова, формула (47.3), как показал А. Обухов [364], может быть выведена теоретически.

Нетрудно видеть, что при $x = 0$, действительно $D_L = 0$, так как расположенные вплотную рядом частицы не могут разойтись под действием турбулентных пульсаций. С другой стороны, в некоторых случаях, например в широкой реке, турбулентные пульсации в двух точках, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, могут сделаться независимыми. В этом случае формула (47.3) уже неприменима, лагранжев коэффициент диффузии делается равным сумме обычных (эйлеровых) коэффициентов диффузии в этих точках

$$D_L = D_i + D_j, \quad (47.4)$$

подобно тому, как это имеет место в молекулярной диффузии (см. стр. 261). Вообще же говоря, всегда $D_L \leq D_i + D_j$, и поэтому профиль усред-

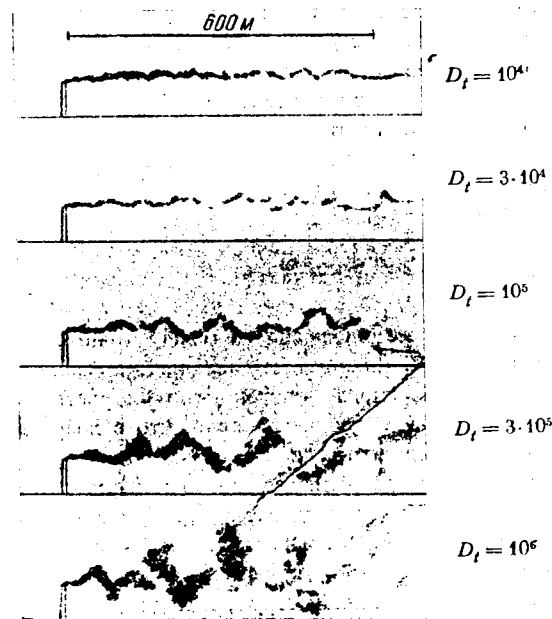


Рис. 69. Дымовая струя при разной степени турбулентности атмосферы.

ненной струи *MON* (см. рис. 68) всегда шире, чем мгновенный профиль *AOB*¹.

Переходя к диффузии в атмосфере, следует прежде всего указать на существенную разницу между вертикальными и горизонтальными пульсациями. Хотя скорость ветра обычно имеет небольшую вертикальную составляющую, ею в первом приближении можно пренебречь и принять среднюю вертикальную скорость ветра равной нулю; поэтому вопрос о том, что считать за пульсации и за среднюю скорость, здесь отпадает. Коэффициент вертикальной турбулентной диффузии (эйлеров) D_z , определяющий кинетику вертикального обмена в атмосфере и играющий поэтому очень большую роль в метеорологии, был объектом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований, и величина его, зависящая от высоты над землей, скорости ветра и других метеорологических условий, характера местности и т. д., может считаться в первом приближении известной.

Сложнее дело обстоит с горизонтальной диффузией; здесь, как мы уже видели, невозможно разграничить средние и пульсационные скорости; поэтому в данном случае необходимо задаться определенным временем наблюдения t_{obs} и средней за время t_{obs} скоростью ветра U_{obs} и считать за пульсации разность между мгновенными значениями скорости ветра и U_{obs} . Аналогично движение аэрозоля следует считать состоящим из упорядоченного движения со скоростью U_{obs} и из рассеяния его пульсациями. Совершенно ясно, что с возрастанием t_{obs} будет увеличиваться и средняя квадратичная скорость и масштаб пульсаций, так как к ним будут причисляться изменения скорости ветра за все больший промежуток времени; следовательно, будет возрастать и эйлеров коэффициент диффузии D_{tx} . Поэтому, чем больше t_{obs} , тем больше расширяется «усредненная по времени струя аэрозоля» и тем ниже средняя концентрация аэрозоля в точках струи, находящихся на определенном расстоянии от ее оси или на самой оси, т. е. максимальная концентрация в струе. Так, по опытам В. Рязанова [402], максимальная концентрация SO_2 вблизи точечного источника (фабричной трубы) составляла при $t_{obs} = 5$ мин., 1 сутки, 1 месяц и 1 год соответственно 4,5; 0,94; 0,75 и 0,3 $mg \cdot m^{-3}$. К сожалению, закон изменения коэффициента горизонтальной диффузии с временем наблюдения неизвестен, а без этого теоретический расчет концентрации в аэрозоле, испускаемом точечным источником (или линейным с длиной, сравнимой с расстоянием от источника), невозможен.

О величине лагранжевых коэффициентов диффузии в атмосфере, необходимых для вычисления мгновенных концентраций в струе, также ничего точно неизвестно за исключением формулы (47.3), представляющей собой весьма грубое приближение, так как в нее не входит даже степень турбулентности ветра.

¹ Статья М. Юдина [401], в которой излагаемые здесь соображения о турбулентном рассеянии по отношению к неподвижной оси и к оси дымовой струи сформулированы более строго, стала известной автору лишь по окончании работы над книгой.

В первых попытках создания теории рассеяния газообразных примесей в атмосфере [294] были применены обычные уравнения диффузии, причем коэффициент турбулентной диффузии и скорость ветра принимались постоянными и независимыми от расстояния от земли z . Этот случай совпадает с разобранный в конце § 39 задачей, и концентрация примеси в определенной точке пространства выражается в зависимости от характера источника формулами (39.13), (39.14), (39.18) или (39.19). Эта примитивная теория давала, однако, значительное расхождение с опытом — с удалением от источника концентрация убывает в действительности гораздо скорее, чем по указанным формулам. По мнению Сеттона [403, 398], взгляды которого пользовались долгое время большой популярностью, причина расхождения заключается в возрастании эффективного коэффициента диффузии с увеличением расстояния от источника. Так как в опытах всегда измеряется средняя концентрация примеси за известный промежуток времени, то мнение Сеттона может быть справедливым лишь по отношению к горизонтальному рассеянию струи из точечного источника, но не к вертикальному рассеянию струи, испускаемой бесконечно длинным (или, практически, длинным по сравнению с расстоянием от него) линейным источником.

Дифференциальное уравнение диффузии в потоке от линейного источника, проходящего через начало координат и перпендикулярного к плоскости xz , имеет вид [см. (39.15)]¹

$$U \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{tz} \frac{\partial n}{\partial z} \right), \quad (47.5)$$

причем U и D_{tz} — функции высоты z (ветер направлен по оси x). При этом мы пренебрегли, как это обычно делается в проблемах диффузии в потоке, диффузией в направлении оси x . Краевые условия задачи следующие: $n = 0$ при $x = \infty$ или $z = \infty$, $n = \infty$ при $x = z = 0$, $\int_{-\infty}^{\infty} U n dz = \Phi'$, где Φ' — производительность 1 см источника. Последнее условие вытекает из стационарности процесса и закона сохранения вещества. Определение вида функции $D_{tz}(z)$ производится указанным на стр. 237 способом по известному профилю ветра, т. е. функции $U(z)$; при этом принимается, что коэффициенты турбулентной диффузии и вязкости равны.

Лучше всего исследован экспериментально случай нормального (сухоадиабатического) температурного градиента в атмосфере. Установлено, что в этом случае профиль ветра — логарифмический, однако он несколько отличается от указанного на стр. 236 профиля, имеющего место в «гладких» трубах, так как в обычных метеорологических условиях

¹ В этом и в следующем параграфе n может означать и счетную и весовую концентрацию аэрозоля и концентрацию газообразной примеси.

земная поверхность является «шероховатой» и течение над ней выражается формулой

$$U/U^* = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z-d}{z_0}, \quad (47.6)$$

где z_0 и d — коэффициенты, зависящие от степени шероховатости земной поверхности (высоты и густоты травостоя и т. п.) и от скорости ветра и определяемые из опыта [404].

К сожалению, решение уравнения (47.5) в случае логарифмического профиля ветра представляет непреодолимые трудности. Их обходят, аппроксимируя выражения (46.7) и (47.6) при помощи степенных функций

$$U = U_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^q, \quad (47.7)$$

или

$$U/U^* = m \left(\frac{z-d}{z_0} \right)^q \quad (47.8)$$

и подбирая коэффициенты q и m так, чтобы в определенной области значений z степенная функция была как можно ближе к логарифмической [404].

Исходя из своей, упомянутой выше точки зрения и некоторых положений статистической теории турбулентности, Сеттон [403] пришел полуэмпирическим путем к выводу, что средний квадрат относительного смещения частиц за время t выражается формулой

$$\overline{(\Delta z_1 - \Delta z_2)^2} = \frac{1}{2} C^2 (Ut)^s = \frac{1}{2} C^2 x^s, \quad (47.9)$$

в которой C — обобщенный коэффициент турбулентной диффузии, а s связано с показателем q в уравнении профиля ветра (47.7) или (47.8) соотношением

$$s = 2/(q+1). \quad (47.10)$$

Приняв для q соответствующее, по опытным данным, нормальному градиенту и гладкой поверхности значение $1/7$, Сеттон получил $s = 1,75$. Из формулы (47.9) следует, что коэффициент C связан с лагранжевым коэффициентом турбулентной диффузии D_L , для которого справедлива формула $\overline{(\Delta z_1 - \Delta z_2)^2} = 2D_L t$, соотношением

$$D_L = \frac{C^2}{4} U^s t^{s-1} = \frac{C^2}{4} x^{s-1} U. \quad (47.11)$$

При решении основного дифференциального уравнения (47.5) Сеттон пренебрегает различием между лагранжевым и эйлеровым коэффициентами турбулентной диффузии, а также изменением скорости ветра и коэффициентов диффузии с высотой, принимая для U скорость ветра на определенной высоте (2 м), и получает вместо (39.18) и (39.19)

$$n = \frac{\Phi'}{\sqrt{\pi C_z^2 U^2 x^s}} \exp \left(-\frac{z^2}{C_z^2 x^s} \right) \quad (47.12)$$

для непрерывно действующего линейного источника и

$$n = \frac{\Phi}{\pi C_y C_z U x^s} \exp \left[-\frac{1}{x^s} \left(\frac{y^2}{C_y^2} + \frac{z^2}{C_z^2} \right) \right] \quad (47.13)$$

для точечного источника. Здесь y — горизонтальное расстояние от оси струи; C_y и C_z — значения C при вертикальной и горизонтальной диффузии, для которых Сеттон [397] вывел выражения в функции скорости и порывистости (т. е. степени турбулентности) ветра. Мы не приводим этих формул (укажем только, что C пропорционально U в степени $\frac{s}{2} - 1$), так как Сеттон [405] вместо них пользуется в приводимых им примерах другими значениями C_y и C_z в функции высоты источника H , полученными путем опыта в определенных условиях (над открытой, используемой под пастбища равнине при адиабатическом градиенте и скорости ветра 5 м·сек⁻¹ на высоте 2 м) (табл. 25).

Таблица 25

Сеттоновские коэффициенты диффузии при нормальном градиенте (в системе единиц г·м·сек)

$H, \text{ м}$	0	10	25	50	75	100	200
C_y	0,21	0,21	0,12	0,10	0,09	0,07	0,05
C_z	0,12	0,12					

Таким образом, для достижения согласия с опытом Сеттону приходится принимать для коэффициентов C убывающие с высотой значения, тогда как в действительности интенсивность турбулентной диффузии возрастает с высотой до z порядка нескольких сот метров [406]. Из этого следует, что формулы (47.12) и (47.13) являются в сущности эмпирическими, дающими, как будет показано ниже, удовлетворительное согласие с опытом при соответствующем выборе значений коэффициентов C_y и C_z .

Эти формулы выведены для случая рассеяния в неограниченном объеме. Теперь необходимо остановиться на важном вопросе о краевых условиях у земной поверхности при решении дифференциальных уравнений турбулентной диффузии. Для непоглощаемых поверхностью веществ (например, инертных газов) вопрос этот решается просто: краевое условие у непоглощающей стенки состоит в том, что градиент концентрации в направлении нормали к стенке равен нулю, т. е.

$$\partial n / \partial z = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (47.14)$$

Для аэрозолей, частицы которых не отражаются от стенок, а прилипают к ним, следовало бы, строго говоря, положить $n = 0$ при $z = 0$. Однако в этом случае при решении дифференциальных уравнений диффузии пришлось бы учесть изменение эффективного коэффициента диффузии с расстоянием от стенки в пристенном слое (см. стр. 239), что привело бы к большим

математическим трудностям. Поэтому, принимая во внимание, что скорость диффузии аэрозолей в пристенном слое очень мала, т. е. подавляющая часть приносимых турбулентными пульсациями к этому слою частиц не осаждаются на стенке, а уносится обратно, можно и в этом случае считать стенки «отражающими для турбулентной диффузии» и сохранять условие (47.14).

Если источник аэрозоля находится на высоте H над землей, то в формулах (47.12) и (47.13) следует, очевидно, заменить z на $z - H$. Полученные таким путем формулы применимы только до тех значений x , при которых облако коснется земли. Для того чтобы получить решение, удовлетворяющее условию (47.14), следует применить следующий прием: симметрично с источником по отношению к земной поверхности, т. е. в точке или на линии с координатами $z = -H$, $x = 0$, помещают фиктивный источник с той же производительностью, что и данный. При этом вместо (47.12) и (47.13) получаются формулы

$$n = \frac{\Phi'}{\sqrt{\pi C_z^2 U^2 x^3}} \left\{ \exp \left[-\frac{(z-H)^2}{C_z^2 x^3} \right] + \exp \left[-\frac{(z+H)^2}{C_z^2 x^3} \right] \right\} \quad (47.15)$$

для линейного источника и

$$n = \frac{\Phi}{\pi C_y C_z U x^3} \exp \left(-\frac{y^2}{C_y^2 x^3} \right) \left\{ \exp \left[-\frac{(z-H)^2}{C_z^2 x^3} \right] + \exp \left[-\frac{(z+H)^2}{C_z^2 x^3} \right] \right\} \quad (47.16)$$

для точечного источника.

При экспериментальной проверке этих формул Сеттоном [405] источник аэрозоля помещался вблизи земной поверхности ($H = 0$). На различных расстояниях x от источника по направлению ветра измерялась максимальная концентрация в облаке при данном x , т. е. на уровне земли ($z = 0$) в случае линейного источника и у оси облака ($z = y = 0$) в случае точечного источника. В последнем случае, как указано выше, максимальная концентрация уменьшается с возрастанием времени t , в течение которого отбирается проба воздуха для анализа, однако в условиях опытов Сеттона (нормальный градиент) уже при $t > 3$ мин. это уменьшение было мало заметно. Максимальная концентрация равна согласно формулам (47.15) и (47.16)

$$n_{\max} = 2\Phi' / \sqrt{\pi C_z^2 U^2 x^3} \quad (47.17)$$

в случае линейного и

$$n_{\max} = 2\Phi / \pi C_y C_z U x^3 \quad (47.18)$$

в случае точечного источника.

При градиенте, близком к нормальному, имевшем место в этих опытах, s равно, как мы уже видели, 1,75, т. е. в случае линейного источника n_{\max} пропорционально $x^{-0,875}$, а в случае точечного — $x^{-1,75}$. Фактически было найдено, что n_{\max} пропорционально $x^{-0,9}$ в первом и $x^{-1,75}$ во втором случае.

Далее из формулы (47.15), учитывая то, что было сказано о зависимости C от U , следует, что $n_{\max} \sim C_z^{-1} U^{-1} \sim U^{-0,875}$. Таким образом, при отношении скоростей ветра 1:2:3 соответствующие значения n_{\max} должны относиться, как $1:2^{-0,875}:3^{-0,875} = 1:1/1,84:1/2,61$. Фактически найдено отношение 1:1/1,84:1/2,77.

Для абсолютного значения n_{\max} при $x = 100$ м, $U = 5$ м·сек⁻¹, $\Phi = 1$ г·сек⁻¹ в случае точечного источника ($C_y = 0,21$, $C_z = 0,12$) должно было получиться $n_{\max} = 1,6$ мг·м⁻³, найдено 2,0 мг·м⁻³. В случае линейного источника при $\Phi' = 1$ г·сек⁻¹·м⁻¹ теоретическое значение $n_{\max} = 33$ мг·м⁻³, экспериментальное 31 мг·м⁻³.

Приняв, что у «границы» облака концентрация равна 0,1 максимальной концентрации, по формуле (47.15), полагая в ней $H = 0$, найдем, что «высота» облака z_0 из линейного источника определяется уравнением

$$0,1 = \exp \left(-\frac{z_0^2}{C_z^2 x^3} \right), \quad (47.19)$$

т. е. при $x = 100$ м $z_0 = 10$ м. Экспериментально найдено $z_0 = 10$ м.

Аналогично теоретическое значение «ширины» облака из наземного точечного источника на расстоянии 100 м равно 34 м, экспериментальное 35 м.

По опытам Е. Теверовского [407] формула (47.17) с коэффициентом $s = 2$ применима в довольно широком интервале значений температурного градиента. Для C_z Е. Теверовский нашел среднее значение 0,027 в случае ровной, лишенной растительности местности и 0,086 для местности пересеченной, покрытой высокой травой. При этом C_z оказалось практически независимым от скорости ветра. Отсюда видно, что данные табл. 25 относятся только к той местности, в которой проводил опыты Сеттон.

Более удовлетворительная теория рассеяния облака, выпущенного из линейного наземного источника при нормальном градиенте, дана Кольдером [408]. Если принять для профиля ветра формулу (47.6) и считать коэффициенты турбулентной диффузии и вязкости в вертикальном направлении равными, то указанным на стр. 237 путем для D_{tz} получается выражение

$$D_{tz} = \kappa U^* (z - d). \quad (47.20)$$

Так как d имеет обычно величину порядка нескольких сантиметров, можно положить $d = 0$. Для иллюстрации приводим составленную по опытам Дикона [409] табл. 26. В таблице h означает высоту травы, над которой производились измерения; U_1 и U_2 — скорости ветра на высоте 1 и 2 м, по которым вычислялись параметры d , z_0 и U^* ; $\tau_0 = \gamma_s U^{*2}$ — сила трения ветра об 1 см² поверхности земли (см. стр. 236). Заметим, что прямые измерения τ_0 дали результаты, близкие к вычисленным по формуле (47.6) [410], что свидетельствует о надежности расчетов.

Таблица 26

Профиль ветра и турбулентность над покрытой травой местностью при нормальном градиенте

h , см	U_1 , см·сек ⁻¹	U_2/U_1	d , см	z_0 , см	U^* , см·сек ⁻¹	τ_0 , дин·см ⁻²	D_{1z} , см ² ·сек ⁻¹ при $z = 100$ см
60—70	100	1,45	15	15,9	23,9	0,68	810
	200	1,35	16	8,8	35,5	1,51	1190
	300	1,32	21	5,6	45,4	2,47	1430
	450	1,28	32	3,0	57,8	4,00	1570
1,5	100—800	1,112	0	0,20	6,4—51	0,05—3,2	260—2100
3,0	100—800	1,140	0	0,71	8—65	0,08—5,0	320—2600
4,5	200	1,191	0	2,65	22,0	0,58	880
	450	1,170	0	1,74	44,5	2,38	1780

Из табл. 26 ясно видно возрастание турбулентной диффузии с силой ветра и степенью шероховатости земной поверхности.

Если принять при интегрировании уравнения (47.5) $U = \text{const}$, то при D_{1z} , пропорциональном z , легко получается решение

$$n = \frac{\Phi'}{\kappa U^* x} \exp\left(-\frac{Uz}{\kappa U^* x}\right), \quad (47.21)$$

откуда

$$n_{\max} = \frac{\Phi'}{\kappa U^* x}. \quad (47.22)$$

Формулы (47.21) и (47.22) проверялись [408] в условиях, близких к тем, при которых работал Сеттон. Коэффициент z_0 равнялся 3 см, скорость ветра на высоте 2 м была 5 м·сек⁻¹, $d = 0$, $U^* = 50$ см·сек⁻¹. При $\Phi' = 1$ г·м⁻¹·сек⁻¹ теоретическая «высота» облака на расстоянии 100 м — 10,4 м, экспериментальная — 10,0 м. Максимальная концентрация ($z = 0$): теоретическая — 44 мг·м⁻³, экспериментальная — 36 мг·м⁻³. Далее найдено, что n_{\max} пропорционально U^{-1} и x^{-1} в согласии с формулой (47.22).

Большое преимущество формулы (47.21) перед формулами Сеттона состоит в том, что она выведена довольно строго: единственная неточность в выводе — предположение о постоянстве U при интегрировании уравнения (47.5). Кроме того, формула (47.21) содержит лишь определяемые из опыта величины, а не коэффициенты, значение которых приходится подбирать для получения согласия с опытом.

В другой работе Кольдер [404] аппроксимировал логарифмический профиль при помощи степенной функции (47.8), нашел отсюда указанным путем D_{1z} в функции z и решил уравнение (47.5), уже не полагая $U = \text{const}$, т. е. вполне строго. Полученная таким образом формула для распределения концентраций, которую мы не приводим ввиду ее сложности, дала еще лучшее совпадение с опытом, чем формула (47.21).

Для неадиабатических градиентов аналогичный вывод был сделан Диконом [409], исходившим из профиля

$$U/U^* = \frac{1}{\kappa(1-\beta)} \left[\left(\frac{z}{z_0} \right)^{1-\beta} - 1 \right], \quad (47.23)$$

причем $\beta > 1$ в случае сверхадиабатического градиента и $\beta < 1$ в случае инверсии. В обоих случаях было получено удовлетворительное согласие с опытом. Для профиля $U = U_1(z/z_1)^q$ вывод формулы для $n(x, z)$ сделан Фростом [411]. Заметим, что расчет D_{1z} по профилю ветра возможен только до такой высоты, при которой можно считать величину τ постоянной и равной силе трения ветра о землю τ_0 , т. е. до высоты порядка нескольких десятков метров. Таким образом, формулы для концентрации в облаке, выведенные для нормального градиента, верны лишь до расстояний порядка нескольких сот метров.

Ввиду упомянутых выше особенностей горизонтальной диффузии в атмосфере случай точечного наземного источника представляет значительно большие трудности. Для нормального градиента Кольдером [408] выведена полуэмпирическим путем формула

$$n = \frac{\Phi U}{2\kappa^2 \beta U^{*2} x^2} \exp\left[-\frac{U}{\kappa U^* x} \left(\frac{y}{\beta} + z\right)\right], \quad (47.24)$$

откуда

$$n_{\max} = \frac{\Phi U}{2\kappa^2 \beta U^{*2} x^2}, \quad (47.25)$$

где Φ — производительность источника; β — отношение средней квадратичной скорости горизонтальных и вертикальных пульсаций — величина, легко определяемая из опыта. Проверка этой формулы в указанных выше [в связи с формулой (47.21)] метеорологических условиях при $\beta = 2$ дала следующие результаты. Высота облака при $x = 100$ м: теоретически 10,4 м, экспериментально 10,0 м (т. е. такая же, как при линейном источнике); ширина облака: теоретически 41 м, экспериментально 35 м; n_{\max} при $\Phi = 1$ г·сек⁻¹: теоретически 2,5 мг·м⁻³, экспериментально 2,0 мг·м⁻³. Закон убывания n_{\max} с x : теоретически n_{\max} пропорционально x^{-1} , экспериментально — $x^{-0,8}$. Зависимость n_{\max} от U : теоретически и экспериментально n_{\max} пропорционально U^{-1} . Необходимо, впрочем, заметить, что формула для точечного источника, как указывалось выше, должна включать в качестве существенного фактора время, в течение которого велось измерение концентрации в различных точках, составлявшее в опытах Сеттона и Кольдера 3—5 мин. Тот факт, что формулы обоих авторов дают более или менее сходные результаты, объясняется главным образом «подгонкой» сеттоновых коэффициентов C_y и C_z к результатам измерений.

В недавно опубликованной работе Крузье и Сили [573] исследовано распределение концентрации в аэрозоле, выпущенном из наземного точечного источника, по горизонтальной оси, перпендикулярной к направлению ветра. Забор проб производился с самолета, пролетавшего через аэро-

зольную струю на различных высотах. Таким образом практически определялось мгновенное распределение концентраций. Оказалось, что вплоть до расстояний в несколько десятков километров от источника концентрация аэрозоля приблизительно пропорциональна $\exp(-By^n)$, где y — расстояние от мгновенной оси струи, B — константа, $n \approx 1,7$, что довольно близко к Сеттоновскому показателю 2,0 [(см. 47.13)].

Для дальнейшего прогресса в этой области, как нам кажется, необходимо:

1) уточнить теоретическим и экспериментальным путем наши знания о величине вертикальной эйлеровой диффузии в функции высоты при различных метеорологических условиях и шероховатости земной поверхности. В этом направлении советскими геофизиками достигнуты в последнее время большие успехи [412];

2) исследовать аналогичным образом коэффициент эйлеровой горизонтальной диффузии в функции времени наблюдения t_{obs} (см. стр. 246). В этом направлении, повидимому, почти ничего не сделано, и поэтому теория рассеяния из точечного источника не может еще быть создана;

3) вставляя найденные из опыта функции $U(z)$, $D_{tz}(z)$ и $D_{ty}(z, t)$ в уравнение (47.5) или в соответствующее уравнение для точечного источника, точно решить их при помощи вычислительных машин для ряда характерных условий погоды и местности.

Особенный интерес для коммунальной гигиены представляет рассеяние в атмосфере дымов и газов и аэрозолей, выбрасываемых фабричными дымовыми трубами. В данном случае важна концентрация загрязнений воздуха у поверхности земли; для этой концентрации из формул (47.15) и (47.16) получаются выражения

$$n_{z=0} = \frac{2\Phi'}{\sqrt{\pi C_z^2 U^2 x^3}} \exp\left(-\frac{H^2}{C_z^2 x^3}\right) \quad (47.26)$$

для линейного источника с высотой H ,

$$n_{z=0} = \frac{2\Phi}{\pi C_y C_z U x^3} \exp\left(-\frac{y^2}{C_y^2 x^3} - \frac{H^2}{C_z^2 x^3}\right) \quad (47.27)$$

для точечного источника.

При этом для C_y и C_z следует брать приведенные в табл. 25 значения.

Бозанке и Пирсон [413] получили другие выражения для концентрации у поверхности земли. Они исходили при этом из формулы для наземного линейного источника

$$n = \frac{\Phi'}{b_z U x} e^{-z/b_z x}, \quad (47.28)$$

где b_z — эмпирический коэффициент.

Эта формула выводится в предположении, что D_{tz} пропорционально z и что $U = \text{const}$, аналогично формуле (47.21) и переходит в нее, если положить $b_z = xU^*/U$. Далее Бозанке и Пирсон доказывают «теорему взаим-

ности»: приземная концентрация облака, выпущенного из линейного источника высотой H при D_{tz} , пропорциональном z , равна концентрации на высоте H облака, выпущенного из наземного линейного источника. Отсюда получается формула

$$n_{z=0} = \frac{\Phi'}{b_z U x} e^{-H/b_z x}. \quad (47.29)$$

Для точечного источника эти авторы дают полуэмпирическую формулу

$$n_{z=0} = \frac{\Phi}{\sqrt{2\pi b_y b_z U x^3}} \exp\left(-\frac{H}{b_z x} - \frac{y^2}{2b_y^2 x^2}\right), \quad (47.30)$$

где b_y — аналогичный b_z коэффициент, характеризующий горизонтальную диффузию.

При экспериментальном определении содержания в воздухе загрязнений, выбрасываемых фабричными трубами, флуктуации в результатах чрезвычайно велики, полученные усреднением данные весьма неточны, и поэтому выяснить, какие формулы (Сеттона или Бозанке и Пирсона) лучше согласуются с опытом, довольно трудно. Некоторые авторы [414, 415] в результате многочисленных опытов приходят к выводу, что при соответствующем подборе коэффициентов эти формулы дают примерно одинаковую степень согласия с опытом.

При применении этих формул следует еще учесть, что газы выходят из дымовой трубы с большой вертикальной скоростью и имеют температуру более высокую, чем окружающая среда. Расчет вызванного этими факторами возвышения дымовой струи над трубой дан в упомянутых в начале этого параграфа монографиях и здесь не излагается.

Из приведенных выше формул следует, что концентрация выбрасываемых фабричной трубой газов у поверхности земли мала вблизи трубы, постепенно возрастает по мере удаления от трубы, а затем начинает падать. Для нахождения максимальной концентрации следует найти обычным способом максимум функции $n(x)_{y=z=0}$. Таким путем из формулы (47.27) получается

$$x_{\text{max}} = H^{2/3} / C_z^{2/3}, \quad (47.31)$$

$$n_{\text{max}} = 2\Phi C_z / \pi C_y U H^2 e, \quad (47.32)$$

а из формулы (47.30)

$$x_{\text{max}} = H / 2b_z, \quad (47.33)$$

$$n_{\text{max}} = 4b_z \Phi / \sqrt{2\pi b_y U H^2 e^2}. \quad (47.34)$$

Так как $2/3$ близко к 1, то из обеих систем формул следует важный для практики вывод: расстояние от трубы до места максимальной загрязненности воздуха пропорционально высоте трубы, а максимальная концентрация загрязнений обратно пропорциональна квадрату высоты трубы и

скорости ветра. За дальнейшими подробностями отсылаем читателя к монографиям П. Андреева [396] и Г. Шелейховского [395].

В заключение следует сказать несколько слов о внешнем виде струи аэрозоля, выходящей из дымовой трубы [416]. При очень малых значениях D_{iz} , имеющих место при инверсии, получается очень узкая, весьма медленно расширяющаяся в вертикальном направлении струя, резко очерченная на очень большом расстоянии от трубы и ограниченная практически двумя прямыми линиями с углом между ними в несколько градусов. Однако в горизонтальной плоскости струя сильно изогнута, что ясно указывает на отличие между вертикальной и горизонтальной диффузией.

При нормальном адиабатическом градиенте угол раствора струи значительно больше. При внимательном наблюдении можно заметить, что в вихрях с горизонтальной осью вращения происходит так, как будто они катятся по нижележащему слою воздуха. Действительно, в этом случае турбулентность вызвана трением ветра о землю. При сверхадиабатическом градиенте струя разбивается на большие клубы дыма, быстро движущиеся вверх и вниз. В этом случае турбулентность вызывается главным образом местными конвекционными токами, возникающими из-за неравномерного нагревания земной поверхности. Для иллюстрации приводим фотографии (рис. 69) дымовых струй при скорости ветра на уровне вершины трубы 10 м·сек^{-1} и при различных выраженных в $\text{см}^2\cdot\text{сек}^{-1}$ значениях коэффициента эйлеровой вертикальной диффузии.

§ 48. Осаждение аэрозолей из атмосферы

Переходя к вопросу о движении в атмосфере грубодисперсных оседающих с заметной скоростью аэрозолей, заметим следующее: движение концентрированных облаков, выходящих из какого-нибудь источника, вначале определяется плотностью и размером облаков, движущихся, как одно целое с содержащимся в них газом (см. § 13). В частности, образующиеся термическим путем аэрозоли имеют более высокую температуру, чем окружающий воздух, и поэтому вначале обладают значительной вертикальной скоростью. Для аэрозолей, выходящих из вертикальных труб, сюда еще присоединяется скорость, полученная аэрозолем в трубе. К тому времени, когда температура облака сравнится с температурой окружающего воздуха, плотности облака и воздуха также практически сравняются, и этот тип движения прекращается. Теперь влияние силы тяжести проявляется в оседании частиц по отношению к среде. Для изодисперсного облака на его рассеяние, рассмотренное выше, налагается равномерное оседание облака со скоростью V_s , соответствующее скорости оседания частиц в неподвижном воздухе. Полидисперсное облако можно рассматривать как состоящее из нескольких изодисперсных облаков, оседающих с различной скоростью.

Имеющее большое практическое значение вычисление скорости оседания частиц аэрозоля (числа частиц, оседающих в 1 сек на 1 см^2) на земной поверхности из движущегося облака или струи аэрозоля, к сожа-

лению, представляет большие трудности. В случае сравнительно мелких частиц и небольших расстояний x от источника ($xV_s/U \ll H$) можно, не делая большой ошибки, принять распределения, выведенные для газообразных примесей в предыдущем параграфе, и найти по ним концентрацию аэрозоля у поверхности земли $n_{z=0}$. Скорость осаждения в какой-нибудь точке поверхности выразится формулой

$$I = n_{z=0} V_s. \quad (48.1)$$

Если V_s сравнимо со скоростью вертикального расширения аэрозольной струи (например, в условиях опытов, упомянутых на стр. 252, при $V_s \approx 0,1U \approx 50 \text{ см·сек}^{-1}$, т. е. при $r \approx 0,1 \text{ мм}$), то такой упрощенный метод расчета уже неприменим. Этот случай рассмотрен Джонстоном и его сотрудниками [417]. Так как частицы аэрозоля успевают за время t опуститься на расстояние $V_s t$ по отношению к неоседающим частицам, то для нахождения распределения концентраций в струе аэрозоля Джонстон заменяет в выражениях, выведенных для газообразных струй, z на $z + V_s t = z + V_s x/U$. Таким образом, предполагается, что распределение концентраций в оседающей и неоседающей струе одинаково. Но это возможно лишь в случае постоянства (независимости от z) скорости ветра и коэффициента D_{iz} . В действительности рассеяние в струе аэрозоля будет по мере ее оседания все более отличаться от рассеяния в неоседающей струе.

После указанной замены в формулах типа (47.15) и (47.16) Джонстон умножает второй член в фигурных скобках на «коэффициент отражения» аэрозоля от земли α . При $\alpha = 1$ полученные формулы соответствуют отражающейся от земли дымовой струе, при $\alpha = 0$ — струе, оседающей так, как будто земля для нее вполне проницаема. Джонстон ошибочно принял, что $\alpha = 0$ соответствует струе, поглощаемой земной поверхностью; о различии между этими двумя случаями говорилось в § 38, I. Исходя из содержащего α выражения для концентрации аэрозоля у поверхности земли и формулы (48.1), составляется уравнение материального баланса в оседающей струе. Из этого уравнения получается формула для вычисления α , согласно которой при $x = 0$ $\alpha = 1$, затем по мере удаления от источника α уменьшается, проходит через 0 и при $x \rightarrow \infty$ стремится к -1 . Этот результат ясно показывает, что коэффициент α не имеет какого-либо физического смысла и что предлагаемые Джонстоном формулы являются по существу эмпирическими. Мы подробно остановились на этой работе, потому что помимо приведенной Бозанке [413] без всяких обоснований формулы других работ по этому вопросу пока в литературе не появлялись.

Для строгого решения этой задачи следует (в случае линейного источника) исходить из дифференциального уравнения (47.5) с дополнительным членом, необходимым для учета оседания:

$$U \frac{\partial n}{\partial x} - V_s \frac{\partial n}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{iz} \frac{\partial n}{\partial x} \right), \quad (48.2)$$

и решить это уравнение, задавая теоретическими или экспериментальными выражениями для U и D_{1z} в функции z с краевым условием (48.1). Впрочем, достаточно точное для практических целей приближенное решение этой задачи можно, вероятно, получить более простым способом.

Случай оседания облака, состоящего из очень крупных капель, с высоты H рассмотрен Девисом [418], интересовавшимся не местом, в котором облако осядет на землю, а распределением концентраций в осадке, т. е. лагранжевой диффузией в облаке. Исходя из теории Сеттона, Девис получил для этого распределения формулу

$$n(x, y) = \frac{Q \cos \theta}{\pi C^2 L^2} \exp \left(-\frac{y^2 \cos^2 \theta + x^2}{C^2 L^2} \right), \quad (48.3)$$

где x, y — координаты на земной поверхности с началом в центре осадка;

Q — масса облака;

θ — угол наклона траектории оседающего облака к вертикали ($\theta = \arctg(U/V_s)$);

L — длина траектории ($L = H/\cos \theta$) и

C — усредненный сеттоновский коэффициент.

Опыты с водяными облаками ($\bar{r} \approx 0,5$ мм), выпускавшимися с высоты 300—1500 м при нормальном градиенте, дали по утверждению Девиса хорошие согласие с формулой (48.3). При этом C определялось из специальных опытов.

В заключение скажем несколько слов о вертикальном распределении частиц аэрозоля в атмосфере. Многочисленные наблюдения показывают, что концентрация и средний размер частиц убывают по мере удаления от земной поверхности. В атмосфере имеет место беспрестанный круговорот частиц аэрозоля: наряду с их осаждением непрерывно происходит обратный процесс их образования и рассеяния в атмосфере. Очень грубо здесь можно говорить о каком-то среднем стационарном состоянии, а следовательно, и об определенном распределении частиц по высоте, выражающемся выведенной на стр. 231 формулой

$$\ln(n/n_0) = -V_s \int_0^z \frac{dz}{D_{1z}}, \quad (48.4)$$

связывающей распределение частиц данной величины (характеризуемой скоростью V_s) по высоте с турбулентностью атмосферы.

Глава VII

КОАГУЛЯЦИЯ АЭРОЗОЛЕЙ

§ 49. Тепловая (броуновская) коагуляция аэрозолей с шарообразными частицами

Коагуляцией аэрозолей называется процесс слипания или слияния аэрозольных частиц при соприкосновении друг с другом. Сближение частиц, приводящее к их соприкосновению, может быть вызвано одним лишь броуновским движением (тепловая коагуляция), либо же на броуновское движение накладывается упорядоченное движение частиц друг к другу под действием гидродинамических, электрических, гравитационных и т. д. сил. Скорость упорядоченного сближения частиц может быть настолько большой, что будет практически определять скорость коагуляции, которая в этом случае делается независимой от броуновского движения частиц. Тепловая коагуляция может быть названа самопроизвольной. К этой категории следует отнести и коагуляцию аэрозолей с заряженными частицами. В остальных случаях можно говорить о «вынужденной» коагуляции.

В теории коагуляции аэрозолей обычно исходят из предположения, что частицы коагулируют, т. е. слипаются или сливаются, при каждом соприкосновении. Это предположение (по крайней мере для не очень крупных частиц) имеет солидное теоретическое и экспериментальное обоснование. Примем его пока без обсуждения и вернемся к нему в § 56. Рассмотрим сначала разработанную М. Смолуховским [419] теорию тепловой коагуляции аэрозолей с шарообразными частицами, причем начнем с простейшего случая изодисперсного аэрозоля.

Предположим сперва, что одна из частиц неподвижна, и найдем, как часто, т. е. через какие средние промежутки времени, с ней будут соприкасаться другие, совершающие броуновское движение частицы при условии, что каждое соприкосновение ведет к коагуляции. При этом для упрощения задачи примем, что форма и размер неподвижной частицы сохраняются при коагуляции с другими частицами. Как будет показано ниже, в начальной стадии коагуляции это предположение не приводит к заметной ошибке. Так как шарообразные частицы соприкасаются, когда расстояние между их центрами делается равным сумме их радиусов, то

можно заменить неподвижную частицу «поглощающей сферой» с радиусом $2r$, а другие частицы — их центрами. Для решения этой задачи лучше всего воспользоваться методом А. Колмогорова и М. Леонтовича (§ 37, III). Обозначим через $W^*(\rho, t)$ вероятность того, что центр частицы, находящейся в момент $t=0$ на расстоянии ρ от центра поглощающей сферы, соприкоснется с ней за время t . Как указано в § 37 III, функция W^* удовлетворяет уравнению Эйнштейна-Фоккера, имеющему в данном случае вид [см. уравнение (38.28)]

$$\frac{\partial(\rho W^*)}{\partial t} = D \frac{\partial^2(\rho W^*)}{\partial \rho^2}, \quad (49.1)$$

причем по физическому смыслу функции W^* она должна также удовлетворять условиям

$$W^*(2r, t) = 1 \quad \text{и} \quad W^*(\rho, 0) = 0 \quad \text{при} \quad \rho > 2r. \quad (49.2)$$

Решение этой задачи дается выражением

$$W^*(\rho, t) = \frac{2r}{\rho} \left[1 - \operatorname{Erf} \left(\frac{\rho - 2r}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]. \quad (49.3)$$

Если счетная концентрация аэрозоля равна n , то с неподвижной частицей соприкоснется за время t в среднем

$$d\Phi = nW^*(\rho, t) \cdot 4\pi\rho^2 d\rho \quad (49.4)$$

частиц, центры которых находились в момент $t=0$ на расстоянии $(\rho, \rho + d\rho)$ от центра неподвижной частицы. Всего же с ней соприкоснется за время t

$$\Phi = 4\pi n \int_{2r}^{\infty} W^*(\rho, t) \rho^2 d\rho \quad (49.5)$$

частиц. Так как функция $W^*(\rho, t)$ очень быстро убывает по мере увеличения ρ , можно было взять верхним пределом в интеграле бесконечность вместо радиуса содержащего аэрозоль сосуда. За время $(t, t + dt)$ с неподвижной частицей соприкоснется

$$\frac{d\Phi}{dt} dt = 4\pi n dt \int_{2r}^{\infty} \frac{\partial W^*}{\partial t} \rho^2 d\rho = 8\pi r D n \left(1 + \frac{2r}{\sqrt{\pi Dt}} \right) dt \quad (49.6)$$

частиц, а за время $(0, t)$

$$\Phi = 8\pi r D n \left(t + \frac{4r\sqrt{t}}{\sqrt{\pi D}} \right) \quad (49.7)$$

частиц. Из (49.6) следует, что при $2r/\sqrt{\pi Dt} \ll 1$ средний промежуток времени между двумя соприкосновениями равен $1/8\pi r D n$. Благодаря члену $2r/\sqrt{\pi Dt}$ в начале процесса эти промежутки будут несколько короче. Для того чтобы найти среднюю величину первого промежутка t_1 (от $t=0$ до первого соприкосновения), положим в (49.7) $\Phi=1$. Решив квадратное

уравнение для $\sqrt{t_1}$, найдем

$$t_1 = \frac{1}{8\pi r D n} [1 + 64nr^3 - \sqrt{(64nr^3)^2 + 128nr^3}] \approx \frac{1}{8\pi r D n} [1 + 15,3\phi + \sqrt{15,3\phi(2 + 15,3\phi)}], \quad (49.8)$$

где $\phi = \frac{4}{3}\pi r^3 n$ — объем дисперсной фазы в 1 см^3 аэрозоля.

Таким образом, при значениях ϕ порядка 10^{-8} — 10^{-5} , при которых обычно производится количественное исследование тепловой коагуляции, величина уже первого промежутка времени практически не отличается от $1/8\pi r D n$, откуда следует, что содержащим $\sqrt{t_1}$ членом в (49.7) можно пренебречь.

Физический смысл этого члена — следующий. В момент $t=0$ в непосредственной близости от данной частицы может случайно оказаться другая частица, и первое соприкосновение может поэтому наступить очень скоро, однако при очень малом ϕ этот случай весьма маловероятен. После того как ближайшие частицы скоагулируют с данной частицей или отдиффундируют от нее, скорость коагуляции принимает стационарное значение.

Отбросим теперь предположение о неподвижности поглощающей сферы. Найдем среднюю величину квадрата относительного смещения двух частиц в направлении оси x . Если за время Δt первая частица сместится на расстояние Δx_1 , а вторая — на расстояние Δx_2 , то относительное смещение равно $\Delta x_1 - \Delta x_2$, а средний квадрат относительного смещения

$$\overline{(\Delta x_1 - \Delta x_2)^2} = \overline{(\Delta x_1)^2} + \overline{(\Delta x_2)^2} - 2\overline{\Delta x_1 \cdot \Delta x_2}.$$

Ввиду независимости смещений Δx_1 и Δx_2 , $\overline{\Delta x_1 \Delta x_2} = 0$. Поэтому

$$\overline{(\Delta x_1 - \Delta x_2)^2} = \overline{(\Delta x_1)^2} + \overline{(\Delta x_2)^2} = 2(D_1 + D_2)\Delta t, \quad (49.9)$$

т. е. коэффициент относительной диффузии двух частиц равен сумме коэффициентов диффузии обеих частиц или, в случае одинакового их размера, равен $2D$. Таким образом, с каждой частицей соприкоснется за 1 сек. в среднем $16\pi r D n$ других частиц, а всего в 1 см^3 аэрозоля в течение 1 сек. произойдет $\frac{1}{2} n 16\pi r D n = 8\pi r D n^2$ соприкосновений (множитель $\frac{1}{2}$ необходим, так как при этом подсчете мы каждое соприкосновение учитывали бы дважды). Каждое соприкосновение уменьшает число индивидуальных частиц на единицу, и отсюда следует основное уравнение коагуляции

$$\frac{dn}{dt} = -K_0 n^2. \quad (49.10)$$

В интегральной форме оно имеет вид

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = K_0 t \quad \text{или} \quad n = \frac{n_0}{1 + K_0 n_0 t}, \quad (49.11)$$

где n_0 — начальная концентрация частиц.

Константа коагуляции изодис

$r, \text{ см}$	10^{-7}	$2 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$2 \cdot 10^{-6}$
$K_0 \cdot 10^{10}, \text{ см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$	323	162	65,8	34,0	18,0
$K \cdot 10^{10}, \text{ см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$	4,5	6	9	12	11

Константа коагуляции K_0 выражается при этом формулой

$$K_0 = 8\pi r D. \quad (49.12)$$

М. Смолуховский пришел к этому уравнению указанным в § 38 VII путем, т. е. рассматривая распределение концентраций в диффундирующем к поглощающей сфере аэрозоле.

Рассуждения Смолуховского вызвали в свое время возражения [420], от которых, как нам кажется, свободен приведенный выше вывод [253, 421] с применением функции W^* .

Заменяя D на kTV и беря для V значения, приведенные в табл. 3 (см. стр. 38), можно найти величину константы коагуляции аэрозолей K_0 в функции радиуса частиц в воздухе при 23° и атмосферном давлении (табл. 27).

Для высокодисперсных аэрозолей в изложенную выше теорию необходимо ввести поправку на скачок концентрации у поверхности поглощающей сферы, аналогичный скачку концентрации пара у поверхности испаряющейся или растущей в пересыщенном паре капли, на что впервые указал автор этой книги [421]. Этот скачок достигает значительной величины, когда средняя кажущаяся длина свободного пути частиц аэрозоля l_B (см. § 35) делается соизмеримой с радиусом поглощающей сферы, т. е. согласно табл. 13 (стр. 165) при $r \leq 10^{-5}$ см. Физический смысл этой поправки — следующий: как указывалось в § 35, применение уравнений диффузии к броуновскому движению допустимо лишь для интервалов времени, больших по сравнению с временем релаксации частицы τ , или же для расстояний, больших по сравнению с l_B . Поэтому к движению частиц в прилегающем к поглощающей стенке слое толщиной l_B уравнение диффузии уже неприменимо, и это обстоятельство в случае соизмеримой с l_B величины поглощающей сферы существенно отражается на кинетике диффузионного осаждения на этой сфере.

Строгий вывод выражения для указанной поправки представляет значительные трудности, и мы ограничимся упрощенным выводом, дающим грубо приближенную величину поправки. Для этого удобнее воспользоваться методом М. Смолуховского и рассматривать диффузию частиц к поглощающей сфере при установившемся градиенте концентрации (см. § 38 VII). Предположим, что из поверхности поглощающей сферы вылетают частицы со средней длиной свободного пути l_B , причем все направления их начального движения равновероятны (рис. 70). Среднее

Таблица 27

персных аэрозолей в воздухе

$5 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}
8,57	5,56	4,18	3,44	3,19	3,06	2,99	2,98
7,2	5,2	4,0	3,37	3,14	3,04	2,97	2,97

расстояние δ' , на котором частицы окажутся от поверхности сферы, пройдя путь l_B , зависит от отношения $l_B/2r$. Легко видеть, что при $l_B \gg 2r$ $\delta' = l_B$, при $l_B \ll 2r$ $\delta' = l_B/2$. Так как $OA^2 = 4r^2 + l_B^2 + 4rl_B \cos \theta$, то, усредняя величину AO по всем значениям θ , найдем, что

$$\delta' = \frac{1}{6rl_B} \{ (2r + l_B)^3 - (4r^2 + l_B^2)^{3/2} \} - 2r. \quad (49.13)$$

Соответствующая величина для относительного движения двух частиц δ равна приблизительно $\sqrt{2} \delta'$.

Построим концентрическую с поглощающей сферой сферическую поверхность с радиусом $2r + \delta$. Можно считать, что в слое, заключенном между этими поверхностями, частицы движутся как в вакууме, т. е. прямолинейно со средней скоростью G (см. табл. 13 на стр. 165). Если концентрация частиц у внешней поверхности равна n' , а вдали от поглощающей сферы n_0 , то на расстоянии ρ от центра сферы концентрация выражается аналогичной (38.34) формулой

$$n = n_0 - (n_0 - n') \frac{(2r + \delta)}{\rho}. \quad (49.14)$$

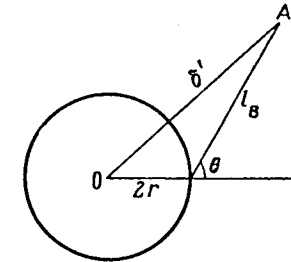


Рис. 70. К теории коагуляции высокодисперсных аэрозолей.

Через внешнюю поверхность диффундирует в единицу времени снаружи внутрь

$$\Phi = 4\pi (2r + \delta)^2 D \frac{dn}{d\rho}_{\rho=2r+\delta} = 8\pi D (2r + \delta) (n_0 - n'), \quad (49.15)$$

частиц (в этой формуле D уже заменено на $2D$). Такое же число частиц проходит при стационарном режиме диффузии от этой поверхности к поглощающей сфере. Это число можно также определить обычно применяемым в кинетической теории газов путем. Если бы внутренняя сфера была каплей жидкости, находящейся в равновесии со своим паром, то из нее в единицу времени испарилось бы по известной газокинетической формуле и достигало бы сказанному выше внешней сферы

$$\Phi_1 = 4\pi (2r)^2 n' \frac{\sqrt{2} \bar{G}}{4} \quad (49.16)$$

молекул, где n' — число молекул в 1 см^3 насыщенного пара; \bar{G} — средняя скорость молекул.

Столько же молекул прошло бы за это время от внешней сферы к внутренней. Коэффициент $\sqrt{2}$ служит для перехода от абсолютной скорости частиц к относительной. Таким образом,

$$\Phi = \Phi_1 = 8\pi(2r + \delta) D(n_0 - n') = 4\sqrt{2}\pi r^2 \bar{G} n'. \quad (49.17)$$

Так как согласно (35.4)

$$l_B \bar{G} = \tau \bar{G}^2 = \frac{8kT\tau}{\pi m} = \frac{8kTB}{\pi} = \frac{8}{\pi} D,$$

то уравнение (49.17) можно представить в виде

$$8\pi(2r + \delta) D(n_0 - n') = 32\sqrt{2}r^2 D n' / l_B.$$

Определив отсюда n' в функции n_0 и вставив полученное выражение в (49.17), получаем

$$\Phi = 16\pi r D n_0 \beta, \quad (49.18)$$

где

$$\beta = \frac{1}{\frac{r}{\frac{r}{\delta} + \frac{\pi l_B}{2\sqrt{2}r}} + 1,1 \frac{l_B}{r}}, \quad (49.19)$$

или при $l_B \ll r$

$$\delta = \sqrt{2}\delta' = \frac{\sqrt{2}}{2} l_B, \quad \beta \approx 1 / \left(1 + 0,75 \frac{l_B}{r}\right) \quad (49.20)$$

— формулу, аналогичную формуле Кенингема (см. § 8). Действительная величина константы коагуляции равна, таким образом,

$$K = K_0 \beta, \quad (49.21)$$

где K_0 — предельное выражение (49.12), справедливое для крупных частиц. Вычисленные при помощи табл. 13 и формул (49.13) и (49.19) значения K для частиц с плотностью 1 приведены в табл. 27. Подчеркнем, что эти цифры получены в результате весьма упрощенного вывода и не претендуют на большую точность. Как видно из таблицы, константа коагуляции сперва растет по мере увеличения дисперсности аэрозоля, достигает максимальной величины приблизительно при $r = 10^{-6}$ см и затем снова убывает. При $l_B > r$

$$\beta \approx \frac{1}{\frac{\pi l_B}{2\sqrt{2}r} \left(1 + \frac{4r^2}{\pi^2 l_B^2}\right)} \approx \frac{2\sqrt{2}r}{\pi l_B},$$

и формула (49.21) переходит при замене D на $\frac{\pi}{8} l_B \bar{G}$ в

$$K = \frac{1}{2} \pi (2r)^2 \sqrt{2} \bar{G} = 2\sqrt{2} \pi r^2 \bar{G}, \quad (49.22)$$

т. е. в выражение для константы коагуляции при газокинетическом режиме процесса, рассчитываемой по известной формуле для числа столкновений молекул в газах. Таким образом, рассматриваемая нами поправка выражает переход от диффузионного к газокинетическому режиму коагуляции подобно тому, как приведенная в § 8 поправка Кенингема выражает переход от гидродинамического к газокинетическому режиму движения частиц.

Посмотрим теперь, как изменится выражение для константы коагуляции, если отказаться от предположения, что каждое столкновение между частицами приводит к их коагуляции. Обозначим через α среднюю эффективность соприкосновений, т. е. долю их, ведущую к коагуляции. В приведенном рассуждении формула (49.15) останется без изменений, но выражение (49.16) надо умножить на коэффициент α . В результате вместо (49.19) для β получится выражение

$$\beta = 1 / \left(\left(\frac{r}{\frac{r}{\delta} + \frac{\pi l_B}{2\sqrt{2}r}} + 1,1 \frac{l_B}{r} \right) \alpha \right), \quad (49.23)$$

переходящее при $r \gg l_B$ в

$$\beta \approx 1 / \left((1 - 0,35 \frac{l_B}{r} + 1,1 \frac{l_B}{r}) \alpha \right). \quad (49.24)$$

При $l_B^* > r$ для константы коагуляции получается выражение

$$K \approx 2\sqrt{2} \pi r^2 G \alpha. \quad (49.25)$$

Отсюда следует, что принятая М. Смолуховским в его теории «медленной» коагуляции [422] пропорциональность между константой коагуляции и эффективностью соприкосновений соблюдается только в случае $l_B > r$. В противном случае K сравнительно малочувствительно к изменению α . Так, для $r = 10^{-4}$ см при переходе от $\alpha = 1$ (полной эффективности соприкосновений) к $\alpha = 0,25$ K уменьшается всего на 5%, что является приблизительно мерой точности экспериментального определения K . Для $r = 10^{-6}$ см уменьшение K на 5% достигается, впрочем, уже при $\alpha = 0,60$. Таким образом, приблизительное совпадение найденных на опыте и теоретических значений константы коагуляции не может служить доказательством полной эффективности соприкосновений между частицами.

Физический смысл формулы (49.23) состоит в том, что после неэффективного соприкосновения частицы расходятся на расстояние порядка δ и могут сейчас же соприкоснуться вновь. Чем меньше отношение δ/r , тем больше вероятность повторных соприкосновений, а следовательно, и коагуляции. Вероятность коагуляции при ν соприкосновениях равна, очевидно, $1 - (1 - \alpha)^\nu > \alpha$. Между тем в теории Смолуховского «кратное» соприкосновение считается за одно, откуда и получается неправильный вывод о пропорциональности K и α .

Переходя к коагуляции полидисперсных аэрозолей [423], предположим сначала, что в аэрозоле имеются два рода частиц: с радиусами r_1 и r_2 . Половину числа соприкосновений частиц первого с частицами второго рода за 1 сек. в 1 см^3 аэрозоля при концентрации тех и других, равной 1 см^{-3} , $K(r_1, r_2)$ можно назвать константой коагуляции частиц первого с частицами второго рода. В этом случае радиус поглощающей сферы равен $r_1 + r_2$, а коэффициент относительной диффузии частиц $D_1 + D_2$. Таким образом¹,

$$K(r_1, r_2) = 8\pi \frac{r_1 + r_2}{2} \frac{D_1 + D_2}{2} \beta, \quad (49.26)$$

где β — упоминавшийся уже поправочный множитель. Повторя приведенный выше вывод для случая двух неодинаковых частиц, найдем

$$\beta = 1 / \left(\frac{\bar{r}}{\bar{r} + \frac{\delta_R}{2}} + \frac{4\bar{D}}{G_R \bar{r}} \right), \quad (49.27)$$

где $\bar{r} = (r_1 + r_2)/2$; $\bar{D} = (D_1 + D_2)/2$; $\delta_R = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$; $G_R = \sqrt{G_1^2 + G_2^2}$.

Вычисленные таким путем значения $K(r_1, r_2)$ приведены в табл. 28.

Таблица 28
Константы коагуляции частиц неодинаковой величины $K(r_1, r_2) \cdot 10^{10}, \text{ см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$

$r_1, \text{ см}$ $r_2, \text{ см}$	10^{-7}	$2 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$2 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}
10^{-7}	4,5												
$2 \cdot 10^{-7}$	7,5	6											
$5 \cdot 10^{-7}$	30	13	9										
10^{-6}	90	40	15	12									
$2 \cdot 10^{-6}$	300	110	35	17	11								
$5 \cdot 10^{-6}$	1600	550	120	40	15	7,2							
10^{-5}	$5 \cdot 10^3$	1400	270	80	25	8	5,2						
$2 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^3$	4100	600	170	47	11	5,3	4,0					
$5 \cdot 10^{-5}$	$37 \cdot 10^3$	9500	1600	420	115	24	9	4,7	3,4				
10^{-4}	$77 \cdot 10^3$	$20 \cdot 10^4$	3200	840	230	45	16	7,1	3,7	3,2			
$2 \cdot 10^{-4}$	$160 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^4$	6600	1700	450	90	30	12	5,2	3,5	3,0		
$5 \cdot 10^{-4}$	$400 \cdot 10^3$	$100 \cdot 10^4$	$16 \cdot 10^4$	4300	1100	220	72	28	10,3	5,6	3,7	3,0	
10^{-3}	$800 \cdot 10^3$	$200 \cdot 10^4$	$30 \cdot 10^4$	8500	2200	430	140	54	19	9,6	5,5	3,3	3,0

Из нее видно, что константа коагуляции быстро растет по мере увеличения отношения радиусов частиц. Так как при коагуляции крупных частиц с мелкими размер получившихся агрегатов практически не отличается

¹ В этом случае каждое соприкосновение подсчитывается, очевидно, только один раз, и делить общее число соприкосновений на два не нужно. Для того чтобы можно было сравнивать константы коагуляции одинаковых и неодинаковых частиц, мы берем здесь и ниже при определении $K(r_1, r_2)$ половинное число соприкосновений.

от размера крупных частиц, то в очень полидисперсных аэрозолях мелкие частицы быстро «соедаются» крупными. Поэтому в аэрозолях обычно нельзя обнаружить частиц с размером, значительно меньшим среднего размера, даже в том случае, если такие частицы, несомненно, существовали в начальной стадии жизни аэрозоля, например, при образовании конденсационных аэрозолей из веществ с очень малой упругостью пара. Указанный эффект до известной степени противодействует возрастанию полидисперсности аэрозолей при коагуляции.

Однако в начальной стадии коагуляции более или менее изодисперсных аэрозолей, особенно туманов, эффект полидисперсности незначителен. Действительно, при слиянии двух первичных капелек с радиусом r получается «двойная» капелька с радиусом $r\sqrt{2}$, при слиянии трех первичных капелек — тройная капелька с радиусом $r\sqrt[3]{3}$ и т. д. Определим при помощи формулы (49.26) и табл. 3, чему равны константы коагуляции первичных капелек с двойными, тройными и т. д. капельками, приняв константы коагуляции первичных частиц друг с другом за 1 (при указанных в таблице размерах частиц коэффициент β можно считать постоянным).

Таблица 29
Сравнительная величина констант коагуляции первичных капелек с первичными (K_{11}), вторичными (K_{12}) и т. д.

Радиус первичных капелек, см	K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	K_{15}
10^{-5}	1	0,96	0,97	0,98	0,99
$3 \cdot 10^{-5}$	1	0,99	1,01	1,03	1,05
10^{-4}	1	1,00	1,02	1,04	1,06

Таким образом, различие между этими константами для туманов указанной в табл. 29 дисперсности, в которых обычно производится изучение кинетики коагуляции, весьма незначительно и не превосходит ошибки опыта при измерении константы коагуляции. Причиной постоянства K является то, что при указанных размерах частиц уменьшение подвижности одной из капелек довольно точно компенсируется возрастанием радиуса поглощающей сферы. В высокодисперсных аэрозолях такая компенсация уже не имеет места. Заметим также, что константы коагуляции двойных, тройных и т. д. частиц друг с другом уже заметно ниже, чем с первичными частицами.

Из этого следует, что в начальной стадии коагуляции изодисперсного тумана, когда первичные капельки еще преобладают по численности над двойниками, тройниками и т. д., константа коагуляции остается практически постоянной, как и было принято в изложенном выше выводе основного уравнения коагуляции.

В случае коагуляции дымов, во-первых, картина сильно усложняется вследствие неправильной формы первичных частиц и агрегатов (см. § 52), а, во-вторых, здесь мы уже не имеем такой простой зависимости между числом и объемом первичных частиц в агрегатах и объемом последних, как в туманах.

В общем случае константа коагуляции полидисперсного аэрозоля выражается формулой

$$K = \int_0^\infty \int_0^\infty K(r_1, r_2) f(r_1, t) f(r_2, t) dr_1 dr_2, \quad (49.28)$$

где $f(r, t)$ — функция распределения размеров частиц (см. стр. 12) в момент t , а $K(r_1, r_2)$ — константа коагуляции частиц с радиусами r_1 и r_2 , выражающаяся в случае грубых аэрозолей формулой

$$K(r_1, r_2) = 8\pi \frac{r_1 + r_2}{2} \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{kT}{3\eta} (r_1 + r_2) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{kT}{3\eta} \left(\sqrt{\frac{r_1}{r_2}} + \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \right)^2. \quad (49.29)$$

Если радиусы частиц превышают 10^{-5} см и для подвижности частиц можно применить формулу (8.2) Кенингема, то, как показали М. Тихомиров, Н. Туницкий и И. Петрянов [424], для вычисления K не требуется знания распределения размеров частиц аэрозоля, если только известны средние значения \bar{r} , $\left(\frac{1}{r}\right)$ и $\left(\frac{1}{r^2}\right)$. Действительно, в этом случае

$$K(r_1, r_2) = 8\pi \frac{r_1 + r_2}{2} \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{kT}{3\eta} (r_1 + r_2) \left[\frac{1 + A \frac{l}{r_1}}{r_1} + \frac{1 + A \frac{l}{r_2}}{r_2} \right]. \quad (49.30)$$

Внося это выражение в (49.28) и интегрируя, получим

$$K = \frac{2kT}{3\eta} \left[1 + \bar{r} \left(\frac{1}{r} \right) + A l \left(\frac{1}{r} \right) + A l \bar{r} \left(\frac{1}{r^2} \right) \right]. \quad (49.31)$$

Величина

$$\Phi = \frac{1 + \bar{r} \left(\frac{1}{r} \right) + A l \left(\frac{1}{r} \right) + A l \bar{r} \left(\frac{1}{r^2} \right)}{2 \left(1 + A \frac{l}{r} \right)} \quad (49.32)$$

представляет собой «фактор полидисперсности», равный отношению констант коагуляции полидисперсного аэрозоля со средним радиусом частиц \bar{r} и изодисперсного аэрозоля с тем же радиусом частиц.

Преобразуя основное уравнение коагуляции полидисперсных систем (49.28), О. Тодес [425] пришел к выводу, что константа коагуляции грубодисперсных туманов, для которых можно пренебречь поправкой Кенингема в выражении для коэффициента диффузии, асимптотически приближается при $t > 1/Kn_0$ или согласно (49.11) при $n < n_0$, (т. е. в очень сильно скоагулировавшем аэрозоле) к постоянной величине, превышающей

примерно на 10% константу коагуляции изодисперсных туманов независимо от начального распределения размеров капелек. Для систем этого же типа с начальным распределением масс капелек $f(m) = (f_0/\sigma) \exp(-m/\sigma)$ (σ — постоянная) С. Пшеная-Северин [426] решил уравнение (49.28) методом последовательных приближений и нашел, что концентрация капелек в коагулирующем тумане на 12% меньше, чем при упрощенном расчете с $K = \text{const}$.

Переходя к сравнению теоретических выводов с опытом, заметим прежде всего, что такое сравнение целесообразно проводить по изложенным выше (а также в § 50) причинам на туманах или на тех дымах (например, из стеариновой кислоты), первичные частицы которых имеют шарообразную форму и дают округлые, более или менее плотные агрегаты.

Основным опытным фактом, установленным в десятках работ, является прямолинейная зависимость между обратной концентрацией частиц и временем в согласии с уравнением (49.11), т. е. постоянство константы коагуляции в аэрозолях (в том числе и в дымах), нередко соблюдающееся при изменении концентрации частиц в 10–30 раз в течение опыта (см. рис. 71, взятый из работы Б. Деригина и Г. Власенко [277]). Так как при соответствующем изменении среднего размера частиц в 2–3 раза константа коагуляции аэрозолей, с которыми проводились опыты (начальная средняя величина радиуса 0,1–0,3 μ), должна довольно заметно уменьшаться (см. табл. 27), то эффект возрастания среднего размера частиц, очевидно, компенсируется одновременным увеличением полидисперсности коагулирующего аэрозоля. Чем меньше начальный радиус частиц, тем сильнее должно быть влияние первого эффекта, и, действительно, в аэрозолях с очень малой весовой концентрацией (1–5 $\text{мг} \cdot \text{м}^{-3}$) и со средним радиусом частиц 0,5–0,7 $\cdot 10^{-5}$ см константа коагуляции заметно убывает по мере хода процесса [427].

Тщательное сравнение опытных и теоретических значений константы коагуляции было проведено в работе М. Тихомирова, Н. Туницкого и И. Петрянова [424]. Опыты велись с туманами из минерального масла, трикрезилфосфата и серной кислоты со средним радиусом капелек около 0,3 μ . Приблизительно в середине опыта из камеры брался образец тумана, разбавлялся воздухом для прекращения коагуляции и затем в нем определялось по методу вертикального электрического поля распределение размеров частиц. Отсюда находились величины \bar{r} , $\left(\frac{1}{r}\right)$ и $\left(\frac{1}{r^2}\right)$ и, как указано выше, вычислялся фактор полидисперсности. Его величина во всех опытах оказалась лишь на несколько процентов (максимально на

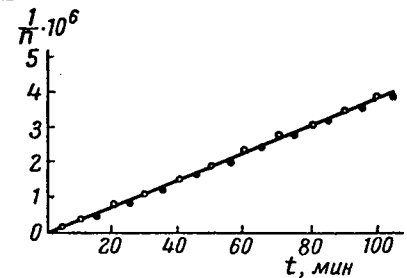


Рис. 71. Кинетика тепловой коагуляции.

Тщательное сравнение опытных и теоретических значений константы коагуляции было проведено в работе М. Тихомирова, Н. Туницкого и И. Петрянова [424]. Опыты велись с туманами из минерального масла, трикрезилфосфата и серной кислоты со средним радиусом капелек около 0,3 μ . Приблизительно в середине опыта из камеры брался образец тумана, разбавлялся воздухом для прекращения коагуляции и затем в нем определялось по методу вертикального электрического поля распределение размеров частиц. Отсюда находились величины \bar{r} , $\left(\frac{1}{r}\right)$ и $\left(\frac{1}{r^2}\right)$ и, как указано выше, вычислялся фактор полидисперсности. Его величина во всех опытах оказалась лишь на несколько процентов (максимально на

10%) больше 1. Вычисленные отсюда теоретические значения константы коагуляции были систематически на 20—30% ниже экспериментальной величины. В качестве примера приведем результаты одного опыта с туманом из минерального масла: $\bar{r}=2,63 \cdot 10^{-5}$ см; $\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)=0,378 \cdot 10^5$ см $^{-1}$; $\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)=0,145 \cdot 10^{10}$ см $^{-2}$; $\beta=1,02$; $K_{\text{теор}}=3,95 \cdot 10^{-10}$ см $^3 \cdot \text{сек}^{-1}$; $K_{\text{внсп}}=4,78 \cdot 10^{-10}$ см $^3 \cdot \text{сек}^{-1}$.

Хотя число капелек (15—20), промерявшихся в этих опытах для определения средних величин, явно недостаточно и, кроме того, при визуальном определении размеров частиц обычно имеется тенденция к отбору более ярких, т. е. крупных, частиц, все же факт превышения экспериментальных значений над теоретическими не вызывает сомнений.

В опытах Паттерсона и Кэвуда [428] для аэрозолей из стеариновой и олеиновой кислоты со средним начальным радиусом частиц около 0,15 μ получилось хорошо воспроизводимое значение константы коагуляции $5,2 \cdot 10^{-10}$ см $^3 \cdot \text{сек}^{-1}$. Теоретически без учета эффекта полидисперсности должно было бы получиться около $4,6 \cdot 10^{-10}$ в начале опыта и несколько меньше по мере укрупнения частиц. Такое расхождение может быть объяснено, исходя из теоретических выводов О. Тодеса и С. Пшенай-Северина. Другое объяснение приведено ниже, на стр. 280. Крайне желательно провести измерения константы коагуляции в полученных зародышевым методом весьма однородных туманах [6], в которых фактор полидисперсности практически равен 1.

Следует сказать несколько слов о работах Ленгстрота и Джилипси по коагуляции аэрозолей. В этих работах при определении константы коагуляции учитывалось уменьшение счетной концентрации аэрозоля вследствие осаждения частиц на стенках и дне камеры¹. Так как скорости уменьшения счетной концентрации за счет осаждения и коагуляции пропорциональны соответственно n и n^2 , то эти авторы вначале подбирали коэффициенты β и K в уравнении

$$-\frac{dn}{dt} = \beta n + Kn^2 \quad (49.33)$$

или в получаемом из него интегрированием уравнении

$$\ln\left(\frac{1}{n} + \frac{K}{\beta}\right) - \ln\left(\frac{1}{n_0} + \frac{K}{\beta}\right) = \beta t \quad (49.34)$$

так, чтобы эти уравнения правильно передавали найденную из опыта кинетику убывания n . Таким путем авторы получили разумные значения для K , однако ясно, что этот метод ненадежен; в частности, как указывалось на стр. 223, в полидисперсных аэрозолях предположение о линейной зависимости $\ln n$ от t , лежащее в основе метода, не выполняется. Поэтому впоследствии Ленгстрот и Джилипси сами отказались от этого

¹ Вообще говоря, при работе с частицами порядка десятых долей μ и в камере объемом в несколько м 3 , поправка на осаждение частиц весьма невелика.

метода и, определив β непосредственными измерениями (см. стр. 225), вычисляли K по разности. Однако найденные таким путем значения K не оставались более или менее постоянными в течение опыта, а увеличивались или уменьшались в несколько раз и заметно превышали теоретические и найденные другими авторами значения K . Поэтому полученные Ленгстротом и Джилипси данные, относящиеся к коагуляции аэрозолей, мало надежны.

В заключение коснемся вкратце вопроса об изменении распределения размеров частиц при коагуляции. Эта задача была исследована М. Смолуховским [429] для случая изодисперсного исходного аэрозоля в предположении, что константа коагуляции $K(r_1, r_2)$ имеет одну и ту же величину для всех содержащихся в коагулирующем аэрозоле частиц. Если начальная счетная концентрация аэрозоля равна n_0 , то к тому моменту, когда общая концентрация частиц (первичных и агрегатов) достигнет величины n , концентрация агрегатов (или капелек), образовавшихся из ν первичных частиц, выразится формулой

$$n_\nu = \frac{n^2 (n_0 - n)^{\nu-1}}{n_0^\nu}. \quad (49.35)$$

Таким образом, ряд $n_1, n_2, n_3 \dots$ представляет собой геометрическую прогрессию с знаменателем $(n_0 - n)/n_0$, причем n выражается формулой (49.11). Как показал М. Смолуховский, при $t \gg 1/Kn_0$, т. е. в очень сильно скоагулированном аэрозоле, распределение размеров частиц выражается асимптотической формулой [477]

$$n(r) = \frac{25\phi r^2}{4\pi r_m^3} \exp\left(-\frac{5r^3}{3r_m^3}\right), \quad (49.36)$$

где ϕ — объем дисперсной фазы в 1 см 3 аэрозоля, а

$$r_m = \sqrt[3]{\frac{5K\phi t}{8\pi}} \quad (49.37)$$

— радиус, при котором кривая $r^3 n(r)$ имеет максимум.

Коагуляция полидисперсной системы с произвольным начальным распределением размеров частиц исследована Н. Туницким [430]. Пусть $n(m, t) dm$ — концентрация частиц с массой $(m, m + dm)$ в момент t . Изменение $n(m, t)$ с временем выражается уравнением (для упрощения отбросим в правой части уравнения t)

$$\begin{aligned} \frac{dn(m, t)}{dt} = & \frac{1}{2} \int_0^m K(m, m - m_1) n(m - m_1) dm_1 - \\ & - n(m) \int_0^\infty K(m, m_1) n(m_1) dm_1, \end{aligned} \quad (49.38)$$

где $K(m, m_1)$ — константа коагуляции частиц с массами m и m_1 . Первый член в правой части уравнения выражает увеличение числа частиц с массой m вследствие образования их из более мелких частиц; второй член выражает уменьшение числа указанных частиц вследствие их коагуляции с другими частицами. Решение уравнения (49.38) возможно лишь при постоянном K , т. е., согласно изложенному выше, при небольшой степени полидисперсности аэрозоля. Для функции $n(m, t)$ получается в этом случае выражение

$$n(m, t) = \frac{1}{2\pi \left(1 + \frac{K}{2} n_0 t\right)^{1/2}} \int_0^\infty e^{-im\xi} \frac{\Phi(\xi)}{1 - K\tau\Phi(\xi)} d\xi. \quad (49.39)$$

Здесь n_0 — общая начальная концентрация частиц,

$$\tau = \frac{t}{2 \left(1 + \frac{K}{2} n_0 t\right)}; \quad \Phi(\xi) = \int_0^\infty e^{im\xi} n(m, 0) dm. \quad (49.40)$$

Таким образом, зная начальное распределение масс частиц $n(m, 0)$, можно найти посредством графического интегрирования распределение в любой момент времени, правда с затратой очень большого труда. Другие методы решения уравнения (49.38) с постоянным K даны О. Тодесом и С. Пшенай-Северным (см. стр. 268 и 269).

§ 50. Коагуляция аэрозолей с частицами вытянутой формы

Как уже говорилось, для определения константы коагуляции аэрозолей с шарообразными частицами необходимо вычислить скорость диффузии частиц к поглощающей сфере. В случае нешарообразных частиц поглощающая поверхность имеет другую форму [431]. Как и в § 49, при выводе формулы для константы коагуляции можно практически считать процесс диффузии к поглощающей поверхности стационарным. При этом общее уравнение диффузии в пространстве (37.18) перейдет

$$\Delta n = 0 \quad (50.1)$$

(Δ — оператор Лапласа), причем n должен также удовлетворять краевым условиям: $n=0$ у поглощающей поверхности и $n=n_0$ на бесконечно большом расстоянии от нее. Функция $\psi = n - n_0$ удовлетворяет, очевидно, уравнению $\Delta\psi=0$ и условиям $\psi=-n_0$ на поглощающей поверхности и $\psi=0$ в бесконечном отдалении. Как следует из теории потенциала, ψ совпадает с потенциалом поля, создаваемого в окружающем пространстве поглощающей поверхностью, обладающей свойствами проводника и заряженной до потенциала $-n_0$. Градиент концентрации аэрозоля у поглощающей поверхности $(dn/dh)_0$ равен, таким образом, напряженности поля у этой поверхности и, следовательно, пропорционален плотности

электричества σ на поверхности, т. е. зависит от кривизны поверхности в данной точке. Поэтому градиент концентрации, а также поток диффундирующих к единице поверхности частиц имеет максимальное значение у полюсов вытянутых и у экватора сплюснутых эллипсоидов вращения.

Полное число диффундирующих к поглощающей поверхности в единицу времени частиц равно

$$\Phi = \int D \left(\frac{dn}{dh} \right)_0 dS, \quad (50.2)$$

где dS — элемент поверхности, а интеграл берется по всей поверхности. Так как

$$\left(\frac{dn}{dh} \right)_0 = - \left(\frac{d\psi}{dh} \right)_0 = -4\pi\sigma,$$

то

$$\Phi = - \int D \cdot 4\pi\sigma dS = 4\pi Dq = 4\pi D C_E n_0, \quad (50.3)$$

где q — заряд поверхности с потенциалом $-n_0$;

$C_E = q/n_0$ — ее емкость.

Таким образом, скорость диффузии частиц к поглощающей поверхности пропорциональна ее электрической емкости. Воспользуемся этим для нахождения константы коагуляции эллипсоидальных частиц (с полярной полуосью c и экваториальной a) с имеющими тот же объем шарообразными частицами. Очевидно, радиус последних равен $r = \sqrt[3]{a^2 c}$. В этом случае поглощающая поверхность является геометрическим местом точек, отстоящих на расстоянии r от поверхности эллипсоидальной частицы, и может быть в первом приближении заменена на эллипсоид с полуосями $a+r$ и $c+r$.

Емкость вытянутого эллипсоида вращения равна [432]

$$C_E = \sqrt{c^2 - a^2} / \ln \frac{c + \sqrt{c^2 - a^2}}{a}, \quad (50.4)$$

а сплюснутого

$$C_E = \sqrt{a^2 - c^2} / \arccos \left(\frac{c}{a} \right). \quad (50.5)$$

Пользуясь этими формулами и приведенными в табл. 7 значениями динамического коэффициента формы для эллипсоидальных частиц и беря среднюю статистическую величину коэффициента для различных ориентаций эллипсоида, можно рассчитать, что, например, при отношении осей в эллипсоидах 10 : 1 константа коагуляции вытянутых частиц с шарообразными в 1,10 раз больше, чем шарообразных частиц друг с другом. В случае сплюснутых частиц это отношение равно 1,04. В этом выводе мы пренебрегли броуновским вращением эллипсоидальных частиц, которое, очевидно, должно еще увеличить указанное отношение. Еще большее значение этот фактор приобретает, если обе коагулирующие частицы имеют вытянутую форму. К сожалению, теория коагуляции с учетом броуновского вращения частиц представляет большие математические трудности.

В предложенной Мюллером [431] теории коагуляции очень сильно вытянутых в одном измерении (палочкообразных) частиц принимается, что эти палочки коагулируют преимущественно своими концами

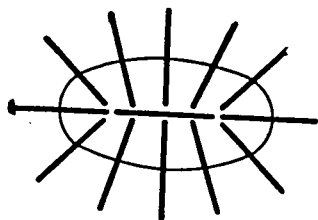


Рис. 72. Коагуляция палочкообразных частиц.

(т. е. в области максимальной кривизны поглощающей поверхности) и движутся преимущественно вдоль своих осей, т. е. в направлении своей максимальной подвижности. Таким образом, получается представленная на рис. 72 схема коагуляции. Поглощающая поверхность будет в данном случае геометрическим местом середин палочек, прикоснувшихся к данной палочке своими концами. Приближенно можно принять эту поверхность за эллипсоид с полярной осью $4L$ и экваториальной $2L$, где $2L$ — длина палочки. Емкость такого эллипсоида равна согласно (50.4)

$$C_E = \frac{LV\sqrt{3}}{\ln(2 + \sqrt{3})} = 1,32L^3. \quad (50.6)$$

Подвижность палочек в направлении их оси можно вычислить, принимая их за «эллипсоидальные иглы», т. е. за очень сильно вытянутые эллипсоиды с отношением осей, равным β [см. формулу (12.11)]:

$$B = \frac{\ln 2\beta}{4\pi\eta L}. \quad (50.7)$$

Таким образом, для константы коагуляции палочкообразных частиц получается выражение

$$K_s = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot \ln 2\beta \cdot kT \cdot 1,32L}{4\pi\eta L} = \frac{1,32kT \ln 2\beta}{\eta}, \quad (50.8)$$

тогда как для шарообразных частиц

$$K_0 = \frac{2\pi kT 2r}{6\pi\eta r} = \frac{4kT}{3\eta}. \quad (50.9)$$

Следовательно, $K_s/K_0 \approx \ln 2\beta$ и при отношении осей $\beta=10$ $K_s/K_0 \approx 3$.

Однако схема коагуляции палочкообразных частиц, изображенная на рис. 72, очень далека от действительности. Во-первых, подвижности эллипсоидальных игл вдоль и поперек их оси [см. формулы (12.11) и (12.12)] различаются всего лишь в два раза², во-вторых, значения градиента концентрации у полюсов и экватора изображенного на рис. 72 поглощающего эллипсоида различаются тоже только в два раза. Таким образом, нельзя говорить ни о значительном преобладании движения палочек вдоль их

¹ У Мюллера ошибочно указано $1,49 L$.

² Экспериментальное исследование броуновского движения палочкообразных бактерий с отношением $\beta=26$ показало, что их броуновское смещение вдоль оси лишь на 30% больше, чем поперек оси [433].

оси, ни о преобладании коагуляции их своими концами. В действительности частицы будут соприкасаться любыми своими точками, правда, с некоторым преобладанием точек, лежащих ближе к концам палочек, т. е. объем поглощающего эллипсоида на рис. 72, а следовательно, и величина отношения K_s/K_0 должны быть уменьшены. С другой стороны, как уже указывалось, в теории коагуляции палочкообразных частиц необходимо учитывать их броуновское вращение. Поэтому выводы Мюллера имеют лишь качественное значение.

Опытные данные по коагуляции аэрозолей с вытянутыми частицами довольно скудны. Хотя сильно вытянутые, даже нитевидные агрегаты образуются во многих дымах, однако обычно это явление вызывается электрическими или магнитными силами между частицами (см. § 52), и поэтому высокие значения константы коагуляции в таких дымах не имеют прямого отношения и к разбираемому сейчас вопросу.

Упомянем о любопытном ходе коагуляции аэрозолей, полученных возгонкой диметиламиноазобензола [434]. Сперва образуется туман из переохлажденных капелек вещества, обладающий нормальной скоростью коагуляции. Спустя некоторое время капельки начинают превращаться в иглообразные кристаллы, и константа коагуляции заметно возрастает.

Интересные результаты были получены И. Артемовым [30], показавшим, что величина константы коагуляции дыма хлористого аммония в сильной степени зависит от относительной влажности газообразной среды: при повышении влажности от 30 до 40% K снизилось от 5 до $3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$. При дальнейшем повышении влажности K начало возрастать и достигло $6,5 \cdot 10^{-10}$ при 50% и $8 \cdot 10^{-10}$ при 75% влажности¹.

Одновременно производившееся микроскопическое исследование оседающих агрегатов показало, что по мере увлажнения воздуха агрегаты принимают все более округленную форму и компактное строение, повидимому, благодаря капиллярному действию образующейся на поверхности и в зазорах агрегатов жидкой пленки. Это наблюдение объясняет факт значительного разброса значений K (от 4,5 до $9 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$) в опытах Л. Радущкевича [436]. Дымы NH_4Cl получались в совершенно одинаковых условиях, но влажность воздуха в камере не контролировалась. Между тем в дымах стеариновой кислоты, в которых агрегаты имеют округленную форму, значения K хорошо воспроизводятся и в тщательно поставленных опытах [428] находятся в узких пределах (например, $5,0-5,3 \cdot 10^{-10} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$).

Уменьшение K при возрастании влажности от 30 до 40% вполне объясняется округлением агрегатов хлористого аммония, однако последующее увеличение K при дальнейшем возрастании влажности непонятно. И. Артемов считал это явление кажущимся, вызванным усилением седиментации

¹ Факт увеличения устойчивости дыма хлористого аммония при небольшом увлажнении воздуха и уменьшения устойчивости при сильном увлажнении отмечался уже раньше К. Самохваловым и О. Кожуховой [435].

увлажненных частиц, однако при влажности 50% укрупнение частиц хлористого аммония не может быть значительным и должно было бы вызвать не увеличение, а небольшое уменьшение константы коагуляции (см. табл. 27).

Значительное уменьшение константы коагуляции в присутствии паров растворителей, способствующих образованию округленных агрегатов, наблюдалось И. Артемовым также в дымах антрахинона и нитрозодиметиланилина. В присутствии же аммиака, способствующего образованию дитермидных агрегатов из частиц нитрозодиметиланилина, K возросло почти на 80%. Аммиак ускоряет также коагуляцию дыма стеариновой кислоты, так как при этом образуются иглообразные кристаллы стеарата аммония [437].

§ 51. Тепловая коагуляция аэрозолей с заряженными частицами. Влияние молекулярных сил на скорость коагуляции

Найдем величину константы коагуляции шарообразных частиц одинакового размера с зарядами q_1 и q_2 (одинакового или противоположного знака [438]). Обозначим действующую между частицами электростатическую силу через $F(\rho)$, где ρ — расстояние между их центрами. В этом случае мы имеем задачу диффузии частиц к поглощающей сфере при наличии налагающейся на броуновское движение упорядоченной радиальной скорости $V = BF$. Считая, как и раньше, процесс диффузии стационарным, т. е. полагая в уравнении (37.19) $\partial n / \partial t = 0$, получим

$$D \Delta n = \operatorname{div} (V n) = B \operatorname{div} (F n). \quad (51.1)$$

Вследствие сферической симметрии это уравнение имеет в полярных координатах вид

$$D \frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{dn}{d\rho} \right) = B \frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} (\rho^2 F n) \quad (51.2)$$

или

$$\frac{d}{d\rho} \left(D \rho^2 \frac{dn}{d\rho} - B \rho^2 F n \right) = 0, \quad (51.2)$$

откуда следует, что

$$4\pi \left(D \rho^2 \frac{dn}{d\rho} - B \rho^2 F n \right) = \text{const} = \Phi. \quad (51.3)$$

Так как первый член в левой части уравнения (51.3) равен числу частиц, проходящих в единицу времени через любую концентрическую с поглощающей сферой сферическую поверхность вследствие диффузии, а второй член — число частиц, проходящих через ту же поверхность благодаря упорядоченному движению, то в сумме они дают скорость осаждения частиц на поглощающей сфере Φ .

Функция $n(\rho)$ должна удовлетворять граничным условиям $n = n_0$ при $\rho = \infty$ и $n = 0$ при $\rho = 2r$. Интегрирование уравнения (51.3) при соблю-

дении первого из этих условий дает

$$n(\rho) = \exp \left(\frac{B}{D} \int_{\infty}^{\rho} F(\rho) d\rho \right) \left[n_0 + \frac{\Phi}{4\pi D} \int_{\infty}^{\rho} \frac{1}{\rho^2} \exp \left(- \frac{B}{D} \int_{\infty}^{\rho} F(\rho) d\rho \right) d\rho \right]. \quad (51.4)$$

Из второго условия следует

$$n_0 = \frac{\Phi}{4\pi D} \int_{\infty}^{2r} \frac{1}{\rho^2} \exp \left(- \frac{B}{D} \int_{\infty}^{\rho} F(\rho) d\rho \right) d\rho = 0. \quad (51.5)$$

Заменив B/D на $1/kT$ и обозначив потенциал электростатической силы $\int_{\rho}^{\infty} F(\rho) d\rho$ через $\psi(\rho)$, получим

$$\Phi = \frac{4\pi D n_0}{\int_{2r}^{\infty} \frac{1}{\rho^2} \exp \left[\frac{\psi(\rho)}{kT} \right] d\rho}. \quad (51.6)$$

Для незаряженных частиц имеем

$$\Phi_0 = 8\pi D r n_0. \quad (51.7)$$

Вводя новую переменную $x = 2r/\rho$, получим для отношения констант коагуляции заряженных и незаряженных частиц $\beta = \Phi/\Phi_0$ выражение

$$\beta = 1 \int_0^1 \exp \left[- \frac{\psi(2r/x)}{kT} \right] dx. \quad (51.8)$$

При этом в случае $\psi > 0$ (одноименные заряды, отталкивание) $\beta < 1$, т. е. получается уменьшение константы коагуляции, при $\psi < 0$ (разноименные заряды, притяжение) — увеличение константы коагуляции.

Если частицы являются проводниками электричества (см. стр. 66), сила $F(\rho)$ выражается рядом [439]

$$F(\rho) = \left(1 + 15 \frac{r^6}{\rho^6} + \dots \right) \frac{q_1 q_2}{\rho^2} - \left(2 \frac{r^3}{\rho^3} + 3 \frac{r^5}{\rho^5} + 4 \frac{r^7}{\rho^7} + \dots \right) \left(\frac{q_1^2 + q_2^2}{\rho^2} \right). \quad (51.9)$$

Первый член в этом ряду ($q_1 q_2 / \rho^2$) представляет собой силу, действующую между свободными зарядами, остальные — индукционную силу. Если положить $q_1 = q$; $q_2 = sq$ ($|s| \geq 1$; $s > 0$ в случае отталкивания, $s < 0$ в случае притяжения), то для потенциала ψ получится выражение

$$\psi \left(\frac{2r}{x} \right) = \frac{q^2}{2r} \left[s \left(x + \frac{15}{448} x^7 + \dots \right) - (1 + s^2) \left(\frac{x^4}{16} + \frac{x^6}{64} + \frac{x^8}{256} + \dots \right) \right]. \quad (51.10)$$

Сравнительное значение первого и остальных членов этого ряда при вычислении коэффициента β существенно зависит от величины отношения $\lambda = q^2 / 2rkT$ электрической и кинетической энергий соприкасающихся

частиц с зарядами q . В наиболее важном случае стационарной зарядки аэрозоля в биполярной ионной атмосфере (см. стр. 113) распределение зарядов частиц выражается, как уже указывалось, формулой Больцмана

$$n(q) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi kT}} \exp[-q^2/2rkT], \quad (51.11)$$

где n_0 — общая концентрация частиц;

$n(q) dq$ — концентрация частиц с зарядом $(q, q + dq)$.

Отсюда следует, что средняя величина $\bar{\lambda} = q^2/2rkT$ равна $1/2$. При помощи графического интегрирования можно вычислить, что при таком значении λ в случае равных одноименных зарядов частиц ($s = 1$) ошибка, допущенная при отбрасывании индукционных членов в (51.10) в вычислении β , составит лишь 1,4%. При $s = 2$ ошибка равна 4,3%. При разноименных зарядах ошибка еще меньше. Отсюда следует, что в рассматриваемом случае биполярной зарядки можно, не совершая грубой ошибки, ограничиться в ряде (51,9) одним первым (кулоновским) членом. При этом для β получится простая формула

$$\beta = \frac{\lambda_{12}}{e^{\lambda_{12}} - 1} \quad (51.12)$$

в случае отталкивания и

$$\beta = \frac{\lambda_{12}}{1 - e^{-\lambda_{12}}} \quad (51.13)$$

в случае притяжения. Здесь

$$\lambda_{12} = \frac{q_1 q_2}{2rkT}. \quad (51.14)$$

Если биполярная зарядка симметрична, как это приблизительно и бывает в большинстве случаев, т. е. если каждой частице с зарядом q_1 соответствует частица с зарядом $-q_1$, то вызванное зарядкой изменение скорости коагуляции можно оценить следующим образом.

Значение коэффициента β при коагуляции двух частиц с зарядами q_2 и q_1 и соответственно q_2 и $-q_1$ дается выражениями (51.12) и (51.13). В случае зарядки аэрозоля в биполярной ионной атмосфере, полагая согласно сказанному выше $\bar{\lambda} = 1/2$, найдем для β значение 1,271 в случае разноименных и 0,770 в случае одноименных зарядов, т. е. частицы с разноименными зарядами коагулируют заметно скорее, а с одноименными — заметно медленнее, чем нейтральные частицы. Однако среднее арифметическое значение равно здесь 1,02, т. е. суммарный эффект зарядки весьма незначителен и вряд ли может быть обнаружен экспериментально. Действительно, как установлено Н. Фуком и И. Петряновым [166], посредством тиндалиметрических измерений невозможно обнаружить различие в ходе коагуляции заряженных (ультрафиолетовыми лучами) и незаряженных масляных туманов. Такой же результат получен Уайтлоу-Грэм и Паттерсоном [440].

Джилепси [360] исследовал коагуляцию пылей SiO_2 , имевших сравнительно большие биполярные заряды (см. стр. 226), и нашел, что кон-

станта коагуляции этих пылей значительно возрастает с увеличением среднего заряда частиц. Впрочем, как уже говорилось, эти данные ненадежны.

Переходя к коагуляции униполярно заряженных аэрозолей, заметим прежде всего, что вследствие электростатического рассеяния (см. стр. 104) скорость их коагуляции не может быть определена по убыли концентрации частиц, а исключительно по возрастанию среднего размера частиц, и поэтому ее измерение довольно затруднительно. Можно доказать, что скорость уменьшения концентрации частиц при униполярной зарядке аэрозолей, т. е. при совместном действии коагуляции и электростатического рассеяния, всегда возрастает [438]. Поэтому о стабилизации аэрозолей посредством униполярной зарядки не может быть и речи. Что касается укрупнения частиц, то оно, вообще говоря, замедляется при униполярной зарядке и при достаточно большой величине зарядов может практически прекратиться. Однако, как видно из формулы (51.10), при достаточно большом отношении зарядов s потенциал ψ может принять благодаря индукционным силам отрицательное значение, т. е. отталкивание может перейти в притяжение и при одноименных зарядах. Влияние индукционных сил увеличивается также с возрастанием отношения размеров частиц. Поэтому отдельные, сильно заряженные или очень большие частицы могут заметно укрупняться и в униполярно заряженных аэрозолях.

В свое время выдвигалась теория стабилизации атмосферных облаков униполярными зарядами [441]. Согласно этому взгляду выпадение осадка происходит только из тех облаков, капельки которых слабо заряжены или имеют заряды обоих знаков. Несостоятельность этой теории, отожествляющей роль электрических сил в дисперсных системах с жидкой и газовой средой, следует уже из того, что при малой счетной концентрации атмосферных облаков (порядка $10^3 - 10^4 \cdot \text{см}^{-3}$) скорость тепловой коагуляции в них вообще ничтожно мала. Кроме того, как показывают наблюдения, облачные капельки всегда имеют заряды обоих знаков, хотя один из них может несколько преобладать.

Изложенный выше метод расчета константы коагуляции при наличии сил дальнего действия между частицами был применен М. Тихомировым, Н. Туницким и И. Петряновым [424] к выяснению вопроса о влиянии молекулярных сил на скорость коагуляции аэрозолей. Если принять для потенциала молекулярных сил, действующих между элементарными объемами вещества dv_1 и dv_2 , в функции расстояния между ними ρ , известное выражение

$$d\psi = -Q \frac{dv_1 dv_2}{\rho^6}, \quad (51.15)$$

то для плоских параллельных пластинок, находящихся на расстоянии h друг от друга, потенциал (на 1 см^2) выражается формулой [442]

$$\psi(h) = -\frac{\pi Q}{12h^3}, \quad (51.16)$$

а для двух одинаковых шарообразных частиц с радиусом r — формулой

$$\psi(\rho) = -\frac{\pi^2 Q}{6} \left\{ \frac{2r^2}{\rho^2} + \frac{2r^2}{\rho^2 - 4r^2} + \ln \left(1 - \frac{4r^2}{\rho^2} \right) \right\}. \quad (51.17)$$

Рассуждая, как выше, найдем, что увеличение константы коагуляции β , вызванное молекулярными силами, выражается прежней формулой (51.8) при подстановке в нее полученного выражения для функции ψ , т. е. формулой

$$\beta = 1 / \int_0^1 \exp \left[-\frac{\pi^2 Q f(x)}{6kT} \right] dx, \quad (51.18)$$

где

$$f(x) = \left[\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2(1-x^2)} + \ln(1-x^2) \right]. \quad (51.19)$$

Как видно из этих формул, эффект молекулярных сил не зависит от размера частиц, а только от величины Q/kT . До самого последнего времени для величины константы Q не было надежных данных. Из измерений силы сцепления между кварцевыми шариками в вакууме Брадлеем [443] было получено значение $Q = 2-5 \cdot 10^{-13}$ эрг. Отсюда при помощи графического интегрирования можно вычислить, что $\beta = 1,35-1,5$. Для капелек органических жидкостей М. Тихомиров, Н. Туницкий и И. Петрянов приняли (основываясь на связи между Q и поверхностным натяжением) $Q = 6 \cdot 10^{-14}$ и нашли $\beta = 1,18$. Отсюда эти авторы заключили, что превышение экспериментальных значений константы коагуляции над теоретическими (см. § 49) объясняется действием молекулярных сил.

Более надежно величину эффекта молекулярных сил можно оценить, исходя из проведенных Б. Дерягиным и И. Абрикосовой [444] непосредственных измерений молекулярных сил, действующих между кварцевой пластинкой и линзой в функции расстояния между ними. Из этих опытов следует, что в формуле (51.16) при $h > 5 \cdot 10^{-6}$ см показатель степени при h должен быть увеличен приблизительно до 3; отсюда вытекает, что в выражении (51.15) показатель при ρ равен приблизительно 7. Так как вывод формул, аналогичных формулам (51.16) и (51.17), в случае показателя 7 довольно сложен, то для оценки величины искомого эффекта мы сохраним показатель 6, но вычислим Q при разных значениях h по формуле (51.16) из экспериментальных данных Б. Дерягина и И. Абрикосовой. При этом Q уже не будет, конечно, постоянной величиной (табл. 30).

Таблица 30

Молекулярные силы, действующие между частицами кварца

h , см	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$
$\psi(h)$, эрг·см ⁻² . .	$2,7 \cdot 10^{-5}$	$0,6 \cdot 10^{-5}$	$0,2 \cdot 10^{-5}$
Q , эрг	$1,1 \cdot 10^{-14}$	$0,9 \cdot 10^{-14}$	$0,7 \cdot 10^{-14}$

Таким образом, значение Q для кварца фактически почти на порядок меньше, чем принятое М. Тихомировым, Н. Туницким и И. Петряновым значение, и увеличение константы коагуляции аэрозолей благодаря молекулярным силам, повидимому, не превосходит 1—2%.

Влияние зарядов частиц на «кинематическую» коагуляцию аэрозолей рассмотрено в § 54.

§ 52. Коагуляция аэрозолей в электрическом поле. «Направленная» коагуляция

Переходя к вынужденной коагуляции аэрозолей под действием внешних воздействий, начнем с коагуляции в электрическом и звуковом поле. Несмотря на различную физическую природу воздействий, эти два типа коагуляции имеют много общего вследствие известной аналогии между свойствами электрических и гидродинамических потенциалов.

Электрическое поле напряженностью E возбуждает в находящихся в нем шарообразных проводящих (см. стр. 66) частицах с радиусом r электрические диполи с моментом $P = Er^3$. Сила взаимодействия между двумя такими диполями, центры которых находятся на расстоянии ρ друг от друга, выражается при $\rho \gg r$ формулами, аналогичными формулам (23.4) и (23.5) для гидродинамических сил, но с обратными знаками

$$F_\rho = -\frac{3E^2 r^6}{\rho^4} \left(\frac{3}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \right), \quad (52.1)$$

$$F_\tau = -\frac{3E^2 r^6}{\rho^4} \sin 2\theta, \quad (52.2)$$

где θ — угол между направлением поля и линией центров частиц. Таким образом, поле сил между поляризованными частицами имеет вид, представленный на рис. 23: частицы притягиваются, если расположены вдоль направления поля, и отталкиваются, если расположены перпендикулярно к нему. Потенциал этих сил выражается формулой

$$\psi(\rho) = -\frac{E^2 r^6}{\rho^3} \left(\frac{3}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \right) = -\frac{E^2 r^6}{\rho^3} (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta), \quad (52.3)$$

т. е. в отличие от разобранных выше случаев зависит не только от расстояния между частицами, но и от направления линии их центров.

В этих формулах не учтены вторичные индукционные силы, вызванные взаимной поляризацией частиц — диполей при их сближении. Точные выражения для этих сил получены в виде сложных тригонометрических рядов [445]. Использование их для определения влияния вторичных индукционных сил на скорость коагуляции требует такой огромной вычислительной работы, что от этого пришлось отказаться. Оценку этого влияния можно, впрочем, сделать другим путем (см. ниже). Для характеристики величины вторичных индукционных сил укажем лишь, что

при соприкосновении частиц ($\rho = 2r$) потенциал взаимодействия достигает величины

$$\psi(2r) = -E^2 r^3 (0,25 \cos^2 \theta - 0,125 \sin^2 \theta) \quad (52.4)$$

по приближенной формуле (52.3) и

$$\psi(2r) = -E^2 r^3 (1,404 \cos^2 \theta - 0,099 \sin^2 \theta) \quad (52.5)$$

по точной формуле.

Строгое решение задачи диффузии частиц к поглощающей сфере в поле сил, выражаемое формулой (52.3) и не обладающее сферической симметрией, представляет большие трудности. Для того чтобы оценить величину эффекта поляризации частиц на скорость коагуляции пренебрежем диффузией и упорядоченным движением частиц в тангенциальном направлении, т. е. будем считать, что частицы движутся к поглощающей сфере в радиальном направлении.

Предварительно определим, однако, скорость коагуляции поляризованного аэрозоля в отсутствие диффузии, т. е. теплового движения частиц. Две частицы, находящиеся во взаимном положении, соответствующем максимальному притяжению ($\theta = 0$), движутся друг к другу со скоростью

$$V = \frac{6E^2 r^6 B}{\rho^4} \approx \frac{E^2 r^6}{\pi \eta \rho^4}. \quad (52.6)$$

Дифференциальное уравнение относительного движения частиц имеет поэтому вид

$$-\frac{d\rho}{dt} = 2V = \frac{2E^2 r^6}{\pi \eta \rho^4}. \quad (52.7)$$

Проинтегрировав его, найдем, что находившиеся в момент $t = 0$ на расстоянии ρ_0 друг от друга частицы соприкоснутся через

$$t_0 = \frac{\pi \eta \rho_0^5}{10E^2 r^6} \approx \frac{5 \cdot 10^{-4} \rho_0^5}{E^2 r^6}. \quad (52.8)$$

секунд. При тех счетных концентрациях порядка $10^6 - 10^7 \text{ см}^{-3}$, при которых возможно экспериментальное изучение хода коагуляции аэрозолей, среднее расстояние между частицами равно $0,5 - 1 \cdot 10^{-2} \text{ см}$, и мы положим $\rho_0 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ см}$. Далее, как это будет показано ниже, значительное ускорение тепловой коагуляции благодаря поляризации частиц достигается уже при $E r^{1/2} = 4 \cdot 10^{-6}$, т. е. для $r = 10^{-4} - 10^{-5} \text{ см}$ при $E r^{5/2} = 4 \cdot 10^{-10} - 4 \cdot 10^{-11}$. Вставив эти значения в (52.8), найдем $t_0 = 10^4 - 10^6 \text{ сек}$. Те же частицы, сблизившиеся под действием какого-либо другого фактора на расстояние $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$, соприкоснутся уже через $0,1 - 10 \text{ сек}$. Таким образом, ясно, что механизм коагуляции в электрическом поле заключается в сближении частиц под действием диффузии на такое расстояние, на котором электрические силы достигают заметной величины, после чего движение частиц приобретает упорядоченный характер. Это рассуждение относится в равной мере и к рассмотренной в предыдущем параграфе коагуляции заряженных частиц.

Возвращаясь к задаче радиального движения частиц к поглощающей сфере в поле сил (52.3), применим снова формулу (51.8) для определения коэффициента β , равного отношению скорости осаждения частиц на поглощающей сфере при наличии и в отсутствие электрических сил, причем в данном случае β зависит и от угла θ , а именно

$$\begin{aligned} \beta &= 1 / \int_0^1 \exp \left[- \frac{E^2 r^3 x^3 \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)}{4kT} \right] dx = 1 / \int_0^1 e^{-\alpha x^3} dx = \\ &= \alpha / \int_0^\alpha e^{-y^3} dy, \end{aligned} \quad (52.9)$$

где

$$\alpha = \left(\frac{E^2 r^3}{4kT} \right)^{1/3} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)^{1/3} = \alpha_1^{1/3} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)^{1/3}. \quad (52.10)$$

Для того чтобы определить, как влияет суммарный эффект поляризации частиц на скорость их осаждения на поглощающей сфере, необходимо найти среднее значение β по поверхности сферы

$$\bar{\beta} = \frac{1}{2} \int_0^\pi \beta \sin \theta d\theta = \int_0^1 \beta d \cos \theta. \quad (52.11)$$

Путем графического интегрирования нами были найдены следующие значения $\bar{\beta}$ в функции безразмерной величины α_1 (табл. 31).

Таблица 31
Влияние электрического поля на скорость коагуляции туманов

α_1	1	2	3	5	10	20	
$\bar{\beta}$	1,0	0,95	1,07	1,7	3,4	6,8	Далее $\bar{\beta} \approx \frac{1}{3} \alpha_1$

Таким образом, при $\alpha_1 < 3$ уменьшение скорости осаждения в зоне отталкивания $\left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta < 0 \right)$ почти в точности компенсирует увеличение этой скорости в зоне притяжения. При $\alpha_1 = 5$ в зоне отталкивания осаждение совершенно прекращается, но в зоне притяжения скорость осаждения возрастает настолько, что достигается уже заметный суммарный эффект. Это значение α_1 соответствует в воздухе значению $E r^{1/2} \approx 4 \cdot 10^{-6}$, т. е. для частиц с радиусом 10^{-4} см — напряженности поля $1400 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$, а для $r = 10^{-5} \text{ см}$ — $40000 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$.

Влияние вторичных индукционных сил на рассматриваемый эффект можно оценить следующим образом. Так как потенциал этих сил в первом приближении пропорционален ρ^{-6} , то в выражение (52.3) вводится дополнительный член $\frac{kE^2 r^9}{\rho^6}$, причем коэффициенту k дается такое

значение, чтобы при соприкосновении частиц ($\rho = 2r$) и при $\theta = 0$ потенциал принял бы согласно (52.5) правильную величину $\psi = -1,404 E^2 r^2$. После этого по полученному исправленному выражению для $\psi(\rho)$ можно найти β . Оказалось, что вычисленная таким путем максимальная поправка к β , достигаемая примерно при $\alpha_1 = 1$, составляет около 25%; по мере удаления α_1 от 1 поправка эта быстро стремится к нулю. Таким образом, в наших грубых расчетах ею можно безусловно пренебречь.

Как видно из приведенных выше цифр, заметное ускорение коагуляции туманов достигается лишь при очень большой силе поля. Действительно, в поле порядка $200 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$ заметного ускорения коагуляции масляного тумана не наблюдалось [446]. С другой стороны, отмеченная Н. Фуком и И. Петряновым [166] быстрая коагуляция этого тумана при его униполярной зарядке коронным разрядом с образованием капель-гигантов, состоящих из нескольких тысяч первичных капелек, в значительной степени вызвана интенсивной поляризацией капелек вблизи коронирующего провода, где сила поля очень велика. Такая же коагуляция происходит, конечно, и в электрофильтрах и весьма способствует эффективности последних. В грозовых облаках [447], в которых напряженность электрического поля достигает величины порядка $1000 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$, поляризационная коагуляция капелек также может иметь большое значение.

Своеобразный характер приобретает в электрическом поле коагуляция аэрозолей с твердыми частицами. Образующийся при коагуляции двух первичных частиц «двойник» ориентируется своей длинной осью параллельно полю (см. § 43), и его дипольный момент в этом положении значительно больше, чем у первичных частиц. Коагуляция двойника с другими частицами пойдет преимущественно у его концов, и он будет, таким образом, расти в длину. Дипольный момент такого линейного агрегата можно приблизительно рассчитать, принимая его за вытянутый эллипсоид вращения. Как видно из формулы (43.12), в которой следует положить $\theta = 0$, и табл. 21, дипольный момент такого эллипсоида приблизительно пропорционален $v\beta$, где v — объем эллипсоида, β — отношение его осей. Так как в данном случае и v и β пропорциональны числу первичных частиц в агрегате n , то дипольный момент агрегата пропорционален n^2 , а величина потенциала взаимодействия двух таких агрегатов — n^4 . Таким образом, константа коагуляции должна в данном случае очень быстро возрастать по мере хода процесса, причем агрегаты приобретают форму нитей или цепочек (рис. 73, дым Fe_2O_3 [448]).

Действительно, из опыта известно, что при коагуляции дымов в более или менее сильном электрическом поле образуются агрегаты такой формы, а скорость коагуляции значительно возрастает [354, 446, 449]. Так, скорость коагуляции дыма хлористого аммония увеличивается в поле напряженностью $5000 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$ в 10^4 раз; заметный эффект наблюдается уже при $E > 200 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$. Этот тип коагуляции получил название «направленной» коагуляции. Он, вероятно, имеет место при образовании дымов путем возгонки вещества в вольтовой дуге. На это указывает тот факт, что

почти все дымы, полученные таким способом (и, в частности, дым окиси магния), состоят, главным образом, из нитевидных агрегатов [450, 451], тогда как дым MgO , полученный сжиганием магниевой ленты, не содержит их [451]. Как показал И. Артемов [30], направленную коагуляцию частиц в электрическом поле можно непосредственно наблюдать в ультрамикроскоп.

Аналогичные явления наблюдаются при коагуляции дымов с ферромагнитными частицами (например, железного дыма, полученного из $\text{Fe}(\text{CO})_5$ в магнитном поле [452]).

Направленная коагуляция с образованием линейных агрегатов может иметь место и в отсутствие внешнего электрического или магнитного поля, если сами частицы представляют собой постоянные электрические диполи или магнетики [434, 453]. В этом случае они не ориентируются определенным образом в пространстве (если пренебречь слабым ориентирующим действием земного магнетизма), однако при приближении их друг к другу происходит известная взаимная ориентация диполей, благодаря которой положительная сторона одной частицы соприкасается с отрицательной стороной другой, что также приводит к образованию линейных агрегатов. Постоянные электрические диполи могут возникнуть при охлаждении кристаллических частиц пирозлектрических веществ в полученных термическим путем дымах. Типичным примером может служить дым аминоказобензола, обладающего сильно выраженными пирозлектрическими свойствами [434]. Полученный возгонкой этого вещества дым коагулирует в 10 — 100 раз скорее, чем нормальный аэрозоль, причем образуются быстро растущие в длину нитевидные агрегаты. Добавка 10% парафина к аминоказобензолу подавляет его пирозлектрические свойства; полученный из такой смеси дым коагулирует с нормальной скоростью и не дает линейных агрегатов. Исчезновение пирозлектрических свойств может произойти уже при возгонке вещества, сопровождающейся небольшим разложением; поэтому в дымах некоторых пирозлектрических веществ (например, резорцина) направленная коагуляция не наблюдается.

Дымы Fe и Ni с частицами, представляющими собой постоянные магнетики, получают нагреванием паров карбонильных соединений этих металлов в отсутствие кислорода [453]. Ниже точки Кюри¹ (360° для Ni,

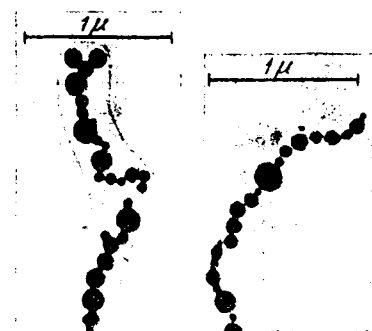


Рис. 73. Агрегаты в дыме Fe_2O_3 .

¹ Точкой Кюри называется температура, при которой исчезают ферромагнитные свойства вещества.

770° для Fe) эти дымы коагулируют с образованием нитевидных агрегатов, выше точки Кюри дают округленные агрегаты или очень короткие цепочки. Нитевидные агрегаты ориентируются в магнитном поле, а при обращении поля поворачиваются на 180°. Отсюда видно, что ориентация вызвана не индуцированным, а постоянным магнетизмом частиц. Остается, впрочем, открытым вопрос о происхождении этого магнетизма. Можно получить также обладающие аналогичными свойствами дымы с частицами, состоящими из кристалликов окиси железа; частицы же из аморфной окиси железа не ферромагнитны и не дают линейных агрегатов в отсутствие внешнего поля.

Тенденция к образованию линейных агрегатов наблюдается и в таких дымах, частицы которых не могут иметь постоянного электрического или магнитного момента (см. фотографию дыма Al на рис. 8). В этих случаях причиной является, вероятно, контактная поляризация частиц или их свободные заряды [454]. По наблюдениям Даллаваля [455] при коагуляции дыма NH_4Cl с нейтральными частицами образуются более или менее округленные агрегаты, в случае же сильно заряженных частиц — линейные агрегаты, хотя среднее число первичных частиц в агрегатах и скорость коагуляции в обоих случаях примерно одинаковы.

§ 53. Коагуляция аэрозолей под действием ультразвуковых колебаний

Явление коагуляции аэрозолей ультразвуковыми волнами было обнаружено уже в ранней стадии исследования свойств ультразвука [456]. Обычно это явление изучается в наполненных аэрозолем закрытых стеклянных трубках, в которых создаются стоячие ультразвуковые волны [131, 135]. При достаточной частоте и интенсивности колебаний аэрозоль коагулирует очень быстро (в течение нескольких минут или даже секунд) и образует на стенках трубки кольцеобразные осадки, расположенные против пучностей волн. Как правило, после этого в трубке остается аэрозоль с очень малой концентрацией, состоящий из самых мелких частиц, содержащихся в исходном аэрозоле, и коагулирующий весьма медленно при дальнейшем воздействии ультразвука.

Теория ультразвуковой коагуляции была в свое время предметом оживленной дискуссии [457]. Хидеман [458] считал основной причиной ультразвуковой коагуляции то обстоятельство, что во всех реальных, т. е. полидисперсных, аэрозолях частицы в различной степени увлекаются колебаниями среды (см. стр. 91). Обладающие большой амплитудой колебаний мелкие частицы «прочесывают» аэрозоль, содержащий также более крупные, почти неподвижные частицы. Относительное движение тех и других вызывается седиментацией, турбулентностью и т. д. Поглощающая поверхность представляет собой в данном случае цилиндр с длиной, равной удвоенной амплитуде колебаний мелких частиц, и с радиусом, равным сумме радиусов крупных и мелких частиц.

Несостоятельность этой теории видна уже из факта быстрой коагуляции аэрозолей при таких высоких частотах колебаний, при которых все частицы практически неподвижны [459]. Эта теория также не может объяснить, почему самые мелкие, т. е. наиболее энергично колеблющиеся частицы, остаются нескоагулированными.

По мнению Андраде [460] ультразвуковая коагуляция вызвана гидродинамическим притяжением между частицами (см. стр. 102). Вычисляя скорость коагуляции аэрозолей в ультразвуковом поле, Андраде пренебрег диффузией и допустил ряд других ошибок. Поэтому хорошее совпадение выведенной им формулы с полученными в его лаборатории опытными данными следует считать случайным. Как указывалось в предыдущем параграфе, пренебрегать диффузией при очень малом радиусе действия сил между частицами в электрическом или звуковом поле недопустимо [461].

Потенциал гидродинамических сил между одинаковыми частицами, находящимися в звуковом поле, выражается формулой

$$\psi(\rho) = \frac{\pi \gamma_g V_R^2 r^6}{\rho^3} (\sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta), \quad (53.1)$$

как легко найти, сравнивая формулы (23.4), (52.1) и (52.3). Здесь V_R означает амплитуду скорости относительных колебаний среды и частицы, а θ — угол между направлением колебаний и линией центров.

Определение влияния гидродинамических сил на скорость коагуляции указанным в предыдущем параграфе путем в данном случае ненадежно, так как на близких расстояниях между частицами формула (53.1) по приведенным на стр. 103 соображениям, вероятно, неприменима. Все же укажем, что коэффициент β , отнесенный к безразмерной величине

$$\alpha_1 = \left(\frac{\pi \gamma_g V_R^2 r^3}{8kT} \right)^{1/3}, \quad (53.2)$$

в данном случае несколько больше, чем при коагуляции в электрическом поле¹. Заметной величины эффект достигает уже при $\alpha_1 = 3$.

Экспериментальные данные по ультразвуковой коагуляции аэрозолей большей частью мало пригодны для сравнения с теоретическими, так как обычно они получались на довольно полидисперсных аэрозолях, размер и концентрация частиц точно не определялись и т. д. Вычислим значения α_1 для типичных условий опыта, обычно вызывающих заметное ускорение коагуляции, для частоты колебаний 10^4 гц и средней энергии звукового поля $100 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3}$, соответствующей максимальной амплитуде колебаний 0,13 мм. Принимая во внимание, что средняя энергия поля $\bar{\Omega} = \frac{1}{4} \gamma_g \bar{U}_0^2$, получаем для α_1 выражение

$$\alpha_1 = \left[\frac{\pi (V_R/U_0)^2 \cdot 4\bar{\Omega}}{8kT} \right]^{1/3} r. \quad (53.3)$$

¹ Хотя максимальная величина притяжения в данном случае вдвое меньше, чем отталкивания, зато зона притяжения больше, чем отталкивания (в электрическом поле наоборот).

Пользуясь рис. 20 для нахождения отношения V_{R_0}/U_0 , находим, что при $r = 0,2; 0,5$ и 1μ α_1 равно соответственно 0,6; 4 и 16. Фактически значительное ускорение коагуляции ультразвуком в указанных условиях наблюдается [135] уже при $r = 0,2 \mu$, однако здесь следует учесть то существенное обстоятельство, что в трубках, в которых создается ультразвуковое поле, происходит интенсивная циркуляция воздуха (см. стр. 94) с значительным градиентом скорости течения, способствующим сближению частиц более эффективно, чем молекулярная диффузия.

Таким образом, теория гидродинамического притяжения позволяет дать по крайней мере грубую оценку условий, необходимых для эффективности ультразвуковой коагуляции. Это теория объясняет также, почему ультразвук так малоэффективен по отношению к высокодисперсным аэрозолям [462] [множитель $(V_{R_0}/U_0)^{1/2} r$ в формуле (53.3)]. Понятно также быстрое возрастание константы ультразвуковой коагуляции по мере хода процесса, т. е. по мере укрупнения частиц [463]. Неоднократно отмечавшаяся неэффективность ультразвука по отношению к аэрозолям с малой счетной концентрацией [464] также понятна: вследствие большого среднего расстояния между частицами мала вероятность сближения их на расстоянии, на котором начинают действовать гидродинамические силы. Далее, гидродинамическая теория объясняет, почему при ультразвуковой коагуляции дымов образуются плоские агрегаты, расположенные в плоскости, перпендикулярной к направлению колебаний [135]: в данном случае также имеет место направленная коагуляция в этой плоскости ($\theta = \pi/2$). Заметим, что крупные, не принимающие участия в колебаниях частицы вытянутой формы ориентируются в ультразвуковом поле своими вытянутыми осями перпендикулярно к направлению колебаний [131] в согласии со сказанным в § 11. Мелкие же, полностью увлекаемые колебаниями частицы располагаются своими длинными осями параллельно направлению колебаний, вероятно, благодаря ориентирующему действию градиента скорости в циркуляционном течении воздуха.

В приведенном выше расчете мы усреднили энергию звуковых колебаний по всему занимаемому аэрозолем объему. В действительности ультразвуковая коагуляция происходит в основном лишь вблизи пучностей волн, однако благодаря турбулентному перемешиванию, имеющему место при более или менее интенсивных ультразвуковых колебаниях, все частицы аэрозоля находятся в среднем в одинаковых условиях.

Хотя специальных опытов по сравнению скорости ультразвуковой коагуляции дымов и туманов не ставилось, однако очень большой разницы между ними в данном случае, по видимому, нет. Так, в опытах, проведенных в лаборатории Хидеманна [465], быстрая коагуляция масляного тумана с $\bar{r} = 0,4 \mu$ достигалась при 10^4 гц и $\Omega = 25$ эрг \cdot см $^{-3}$, в опытах Сент-Клера [135] с дымом NH_4Cl с $\bar{r} = 0,2 \mu$ при той же частоте заметное ускорение коагуляции достигалось при $\Omega = 50$ эрг \cdot см $^{-3}$.

Имеются указания, что крупные агрегаты (до 100μ) образуются лишь при не очень большой интенсивности колебаний [135]. Турбулентность,

развивающаяся в интенсивном звуковом поле, разрывает большие агрегаты на части. Прочность образующихся при ультразвуковой коагуляции агрегатов вообще невелика, и они нередко рассыпаются при осаждении. Разрыв агрегатов на мелкие части является причиной неэффективности ультразвука по отношению к летучей золе [466]. Добавление к коагулируемому дыму или пыли водяных или масляных туманов приводит к склеиванию агрегатов и значительно повышает эффективность ультразвука [135, 467].

О влиянии частоты ультразвука на его эффективность можно сказать следующее. При данной степени увлечения частиц колебаниями среды т. е. при данном отношении V_{R_0}/U_0 эффект зависит только от величины U_0^2 (энергии звукового поля). Поэтому сперва по мере увеличения частоты эффект заметно возрастает (отметим, что воспринимаемые слухом звуковые волны совершенно неэффективны), но при достижении таких частот, при которых отношение V_{R_0}/U_0 близко к 1, т. е. примерно при $\omega^2 r \approx 0,002$, дальнейшее увеличение частоты при той же энергии поля уже не дает ощутимого эффекта и поэтому практически нецелесообразно. Экспериментальные данные о влиянии частоты колебаний на их эффективность крайне скудны. Имеющиеся указания [461], что для большинства аэрозолей минимальная эффективная частота равна $4 \cdot 10^3$ гц, а для табачного дыма $7 \cdot 10^3$ гц, трудно использовать, так как средний размер частиц в этих аэрозолях не указан.

Нам остается еще рассмотреть, какую роль играет при ультразвуковой коагуляции аэрозоля давление звука на частицы (см. § 21). Очень показательным в этом отношении следующее наблюдение [135]. При определенной, не слишком большой интенсивности колебаний (при которой еще не скачивается турбулентное перемешивание), концентрированный дым NH_4Cl принимает еще до начала коагуляции «полосатый» вид, так как частицы концентрируются в пучностях волн. Разберем этот вопрос при помощи выражения (21. 2) для силы давления стоячей звуковой волны на частицы аэрозоля. Оценим порядок величины времени t_0 , необходимого для того, чтобы находящаяся в узле волны частица достигла под действием этой силы ближайшей пучности, т. е. прошла расстояние $\lambda/4$. Положим для упрощения $\sin(4\pi x/\lambda) = 1$, т. е. примем, что частица движется все время с максимальной скоростью

$$V_{\max} = \frac{F_{\max}}{6\pi\eta r} = \frac{5\pi\gamma V_{R_0}^2 r^2}{18\lambda\eta} \quad (53.4)$$

[мы заменили в формуле (21.2) U_0 на V_{R_0} согласно замечанию на стр. 94]. Таким путем получим, очевидно, нижний предел для t_0 :

$$t_0 = \frac{\lambda}{4V_{\max}} = \frac{0,9\lambda^2\eta}{\pi\gamma V_{R_0}^2 r^2} \quad (53.5)$$

Для рассмотренных выше условий (частота 10^4 гц, $\lambda = 3$ см, $\Omega = 100$ эрг \cdot см $^{-3}$) мы найдем для $r = 0,2; 0,5$ и 1μ соответственно $t_0 = 3 \cdot 10^6, 1,3 \cdot 10^4$ и

400 сек. Между тем, аэрозоли коагулируют в этих условиях за несколько десятков секунд, и за это время частицы успели бы пройти лишь ничтожную часть пути до пучностей. Впрочем, здесь необходимо учесть следующие обстоятельства. Как указано на стр. 93, согласно новым теоретическим работам действительная величина ультразвукового давления, повиdimому, значительно больше выражаемого формулой (21.2). Далее, в ультразвуковом поле содержатся довольно мощные обертоны, а величина давления до известного предела возрастает с частотой колебаний. Наконец, по мере коагуляции аэрозоля и укрупнения частиц скорость их движения к пучностям под действием ультразвукового давления резко увеличивается. Поэтому вполне возможно, что ультразвуковое давление значительно способствует коагуляции аэрозолей, подводя частицы к пучностям, где гидродинамические силы между частицами особенно велики, и создавая там высокие концентрации частиц. Вряд ли можно, однако, приписывать ультразвуковому давлению решающую роль при коагуляции, как это делает Сент Клер [468]. В частности, трудно объяснить с этой точки зрения, почему так сильно влияет на эффект ультразвука счетная концентрация аэрозоля.

Нельзя также согласиться со взглядом П. Кубанского [469] о существенной роли вызванных циркуляцией аэрозоля столкновений между частицами в узлах ультразвукового поля (см. рис. 21). Это может быть верно лишь по отношению к очень грубым частицам, например уже образовавшимся в результате коагуляции крупным агрегатам, но не по отношению к первичным частицам аэрозоля.

Практическое использование ультразвука для осаждения промышленных аэрозолей долго задерживалось вследствие отсутствия достаточно мощных технических генераторов ультразвуковых волн. В настоящее время эта проблема разрешена путем создания ультразвуковых сирен [462]. Существуют уже промышленные установки для осаждения сернокислотных туманов и других аэрозолей ультразвуком с производительностью $1000 \text{ м}^3 \cdot \text{мин}^{-1}$. За время порядка 4 сек., в течение которого туман движется в ультразвуковом поле, успевают скоагулировать до 90% тумана; образовавшиеся крупные капли осаждаются затем в циклонах. Однако при этом остается нескоагулировавшей небольшая высокодисперсная фракция тумана, и увеличение продолжительности обработки не дает большого эффекта. Как уже говорилось, ультразвук малоэффективен и по отношению к аэрозолям с малой счетной концентрацией.

§ 54. Кинематическая (гравитационная) коагуляция аэрозолей

Относительное движение частиц разного размера, являющееся следствием различной скорости, приобретаемой ими под действием внешних сил, приводит к столкновениям между частицами и к их коагуляции. Особенное значение этот процесс, который мы назовем «кинематической

коагуляцией» аэрозолей¹, имеет при оседании частиц под действием силы тяжести («гравитационная» коагуляция по Я. Френкелю [470]); он может также иметь место в электрическом поле, под действием центробежной силы, при изменении скорости течения и т. д.

Теория кинематической коагуляции существенно различна для аэрозолей с крупными и мелкими частицами. В первом случае можно пренебречь диффузией частиц. Рассмотрим крупную шарообразную частицу, свободно падающую со скоростью V , через аэрозоль, состоящий из более мелких частиц. Если скорость падения последних незначительна, то процесс эквивалентен разобранному в § 34 процессу обтекания неподвижного шарообразного тела движущимся со скоростью V , аэрозодем. Зная соответствующий коэффициент осаждения α , который в данном случае можно назвать «коэффициентом захвата», легко рассчитать число мелких частиц, захваченных в 1 сек. крупной частицей с радиусом R , по формуле.

$$\Phi = \pi \alpha R^2 V. \quad (54.1)$$

Если скоростью оседания мелких частиц нельзя пренебречь, то расчет следует вести по относительной скорости движения, однако в этом случае распределение скоростей в обтекающей крупную частицу газе, а следовательно, и коэффициент захвата, несколько изменится, причем это изменение растет по мере сближения размеров крупной и мелких частиц. Рассчитать величину соответствующей поправки очень трудно, и мы оставим ее без внимания. Гораздо важнее правильно учесть зависимость коэффициента захвата от размера мелких частиц: все предложенные до сего времени способы вычисления этого коэффициента ошибочны.

В первой примитивной теории гравитационной коагуляции, предложенной Финдейзенем [471], вообще не учитывалось искривления траектории мелких частиц в обтекающей крупную частицу потоке, т. е. эффективность захвата принималась равной $(\frac{R+r}{R})^2$, где R — радиус крупной частицы, r — радиус мелких частиц. Такой расчет дает, конечно, завышенные значения α . При экспериментальной проверке своих расчетов Финдейзен создавал в камере емкостью 60 м^3 посредством адиабатического расширения водяной туман с радиусами частиц $5-8 \mu$ [472]. Анализируя изменение распределения размеров капелек с временем, Финдейзену удалось установить наличие коагуляции, причем ввиду малой счетной концентрации тумана речь могла в данном случае идти только о гравитационной коагуляции. При этом скорость коагуляции между капельками, не очень отличавшимися по величине, более или менее согласовалась с расчетом, но при большом различии в размерах скорость коагуляции была значительно меньше вычисленной.

¹ Применяемый для его обозначения в коллоидно-химической литературе термин «ортокинетическая», т. е. «направленная» коагуляция имеет более широкое и менее определенное значение, так как относится и к коагуляции в электрическом и звуковом поле.

Лэнгмюр [239] допустил обратную ошибку: рассчитав на вычислительной машине траектории огибающих частиц (см. § 34), он определил коэффициент захвата в функции параметра l_i/R , не учтя эффекта зацепления мелких частиц, т. е. считая их за точки. Полученные таким путем результаты, конечно, сильно занижены, в частности, оказывается, что мелкие частицы ($r < 15 \mu$) вообще не захватывают друг друга. Кроме того, Лэнгмюр исходил в своих расчетах не из относительной скорости, а из абсолютной скорости падения крупных частиц. Наконец, как уже указывалось, примененный Лэнгмюром метод интерполяции полученных для вязкого и потенциального режима обтекания значений α необоснован. Поэтому результаты вычислений коэффициента захвата водяных капель для различных значений R и r , опубликованные Лэнгмюром, весьма ненадежны и здесь не приводятся (см. [473]).

В одной из последних работ Н. Шишкина [474] он умножает вычисленный по Лэнгмюру коэффициент эффективности на $(\frac{R+r}{R})^2$, но это не намного улучшает дело: коэффициент захвата для капелек с радиусом $< 15 \mu$ остается равным нулю.

В действительности α не равно нулю для частиц любой величины. Если сделать разумное предположение, что центр огибающей шарообразное тело частицы движется по линии тока, и пренебречь инерцией частицы, то из формул (34.16) и (34.17) можно получить (табл. 32) предельные (минимальные) значения коэффициента α для вязкого и потенциального течения [243]. При этом коэффициент α отнесен к поперечнику большой частицы.

Таблица 32

Предельные (при $l_i = 0$) значения коэффициента захвата α в аэрозолях с шарообразными частицами

r/R	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,05	0,025
При вязком течении	1,25	0,83	0,48	0,22	0,06	0,014	0,0036	0,001
При потенциальном течении	3,50	2,69	1,93	1,25	0,62	0,30	0,15	0,075

Действительные величины α должны быть во всяком случае больше приведенных в табл. 32. Из таблицы видно, что α быстро падает, особенно при вязком течении, при уменьшении r/R , чем и объясняются упомянутые выше наблюдения Финдейзена.

Для того чтобы рассчитать полную величину коэффициента захвата с учетом инерционного смещения частиц, необходимо определить траекторию частиц каждого данного размера; как уже указывалось (стр. 140), пользоваться принципом подобия здесь уже нельзя. Однако при гравитационной коагуляции аэрозолей с максимальным радиусом частиц 15μ инерционное смещение очень мало, и для таких аэрозолей (в том числе и для природных туманов и облаков, в которых еще не началось дожде-

вание) табл. 32 дает, повидимому, более правильные значения коэффициента захвата, чем принятое Лэнгмюром значение 0. Однако при кинематической коагуляции сравнительно крупных капель с мелкими при таких больших числах Re , когда обтекание больших капель воздухом можно считать потенциальным, вычисленные Лэнгмюром значения α должны быть более или менее правильными, что подтверждается и следующими опытами Ганна [475]. Водяные капли с радиусом 1,6 мм падали через трубу высотой 3 м, наполненную полидисперсным водяным туманом с радиусами капелек порядка нескольких десятков микрон. По привесу больших капель определялось количество захваченной ими воды. Измерив концентрацию и распределение размеров капелек в тумане и зная скорость падения больших капель на разной высоте, Ганн вычислил теоретическую величину привеса по формуле (34.6) посредством численного интегрирования и получил удовлетворительное совпадение между экспериментальной и вычисленной величиной. Средняя величина Re в этих опытах была порядка 500.

В недавно опубликованной работе Тельфорда, Торндайка и Боуена [574] сравнительно изодисперсный водяной туман с радиусом капелек около 70μ , получавшийся при помощи дискового распылителя, непрерывно вводился в вертикальную трубу с прозрачными стенками. Через трубу продувался снизу вверх насыщенный водяным паром воздух со скоростью, незначительно превышавшей скорость свободного падения капелек. Медленно поднимавшиеся по трубе капельки фотографировались с короткой выдержкой на движущуюся горизонтально пленку и путем измерения углов между отрезками прямых на снимке определялись относительные скорости соседних, находившихся примерно на одной вертикали капелек. Отсюда вычислялось среднее значение относительной скорости $\bar{V}_r = 1,1 \text{ см.сек}^{-1}$. На снимках подсчитывались как первичные капельки, так и образовавшиеся при их столкновениях и падавшие вниз двойные капельки, и отсюда вычислялась концентрация тех и других. Зная \bar{V}_r , высоту трубы, радиус первичных капелек и скорость оседания двойных капелек, можно было рассчитать величину коэффициента захвата, оказавшуюся равной 12,6. Между тем даже при строго прямолинейном падении капелек с учетом эффекта зацепления α должно равняться 4.

Авторы объясняют столь высокую величину α следующим образом. Позади обтекаемой капельки линии тока направлены под небольшим углом к вертикальной оси, проходящей через центр капельки. Поэтому другая капелька, находящаяся позади первой не遠далеке от этой оси, будет увлекаться потоком к последней, что и приведет к увеличению α . Так как эта радиальная скорость капельки невелика, эффект ее может сказаться лишь при достаточной продолжительности радиального движения, т. е. при близких скоростях обеих капелек.

Аналогичные наблюдения сделаны Сартором [575] в модельных опытах с водяными каплями ($r = 1 - 2 \text{ мм}$), падавшими в вязком масле. Re в этих опытах было порядка 0,02—0,1. Коэффициент захвата оказался в

2—3 раза больше, чем вычисленный по формуле (34.7), и было непосредственно видно, как нагоняющая капля сдвигалась в горизонтальном направлении к следу нагоняемой капли.

По полученным Тельфордом и др. снимкам сталкивающихся капелек удалось обнаружить также наличие продольного взаимодействия между падающими капельками. Передняя капелька сохраняет свою постоянную скорость до самого момента столкновения, задняя же капелька начинает двигаться ускоренно уже на расстоянии примерно в 40 диаметров до места столкновения, очевидно, благодаря течению, образуемому позади передней капельки. Число Re в этих опытах равнялось 6. В § 13 мы видели, что при малых Re , т. е. при симметричности течения впереди и сзади капельки, уменьшение сопротивления среды одинаково для обеих капелек, однако уже при Re порядка нескольких единиц эта симметрия нарушается, и влияние передней капельки на заднюю значительно больше, чем обратное влияние.

Гравитационная коагуляция играет весьма большую роль в процессе дождевания облаков. Образующиеся в результате конденсации пара облачные капельки обладают размером порядка 10μ , и скорость их падения мала по сравнению со скоростью вертикальных течений в атмосфере. Кроме того, такие капельки испарились бы, не достигнув земли, — для этого они должны иметь радиус порядка по крайней мере 100μ . Вопрос о механизме укрупнения облачных элементов тщетно пытались разрешить в течение долгого времени. Все предложенные механизмы — гидродинамическое притяжение между падающими каплями, тепловая, турбулентная и кинематическая коагуляция, коагуляция под действием атмосферного электрического поля, изотермическая перегонка от мелких к крупным капелькам оказались недостаточно эффективными, чтобы самостоятельно вызвать выпадение более или менее крупного дождя [473]. В 1936 г. Бергерон высказал гипотезу, согласно которой образование осадков начинается в верхних частях облаков, имеющих температуру ниже нуля и состоящих из переохлажденных капелек. При замерзании некоторых из этих капелек начинается быстро идущий процесс изотермической перегонки от капелек к ледяным кристаллам. Укрупнившиеся кристаллы падают через облако, еще более укрупняются путем кинематической коагуляции и выпадают в виде дождевых или снежных хлопьев. Гипотеза Бергерона, повидимому, правильно описывает механизм дождевания облаков в умеренном и полярном поясе, однако в тропиках дожди нередко идут и из облаков, имеющих на всем протяжении температуру выше нуля, и в этом случае укрупнение может идти только путем коагуляции. Финдейзен [471], Лэнгмюром [239], Я. Френкелем [476] и Н. Шишкиным [477] разработана теория укрупнения облачных капелек путем гравитационной коагуляции. При этом главную трудность представляет следующий вопрос. По расчетам Лэнгмюра для того, чтобы падающая через всю толщу облака капелька достигла благодаря коагуляции размера крупной дождевой капли ($r \approx 1 \text{ мм}$),

она должна с самого начала иметь величину, значительно превышающую среднюю величину облачных капелек. Откуда же берутся в облаке такие крупные капли? По мнению Лэнгмюра, небольшое начальное число таких капелек возникает под влиянием случайных причин. Укрупняясь в своем падении через облако, они достигают критической величины, при которой разбиваются сопротивлением воздуха (см. стр. 56). Получившиеся сравнительно крупные брызги поднимаются кверху конвективными потоками, скорость которых достигает в кучевых облаках нескольких $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$, снова укрупняются, падают и разбиваются в свою очередь и т. д. Таким образом, дождевание облаков имеет, по Лэнгмюру, характер цепного процесса.

По расчетам Н. Шишкина [477] дождевание мощных конвективных облаков возможно в результате конденсации пара на капельках и однократного падения последних через облако, и, таким образом, гипотеза Лэнгмюра не нужна. При этом Н. Шишкин принял в согласии с расчетами Лэнгмюра, что рост капелек в результате гравитационной коагуляции возможен лишь для капелек с радиусом $> 15 \mu$. Если же учесть вышеупомянутые эффекты зацепления и смещения капелек в горизонтальном направлении, то, очевидно, условия для коагуляционного дождевания облаков сделаются еще более благоприятными. Кроме того, необходимо считаться с влиянием зарядов капелек на ход гравитационной коагуляции.

На кинематической коагуляции основано осаждение аэрозолей распыленной водой. При этом надо различать два случая, когда:

- 1) капельки воды движутся через аэрозоль под действием лишь собственной тяжести;
- 2) капельки вдуваются в аэрозоль со скоростью, значительно превосходящей скорость их седиментации.

Рассмотрим сперва первый случай. В табл. 33 приведены значения коэффициента захвата частиц аэрозоля различной величины с плотностью 2 падающими со стационарной скоростью V_0 водяными каплями с радиусом R . V_0 определялась по табл. 9, значения τ , необходимые для вычисления числа Stk , взяты из табл. 13. Обтекание падающих капель воздухом принято за потенциальное, и ε находилось по формуле (34.6). r/R здесь мало, и эффектом зацепления можно было пренебречь. Каждая капля на 1 см своего пути захватывает $\pi R^2 \varepsilon n$ частиц, где n — счетная концентрация аэрозоля. 1 см^3 распыленной воды захватит таким образом $\pi R^2 \varepsilon n / \frac{4}{3} \pi R^3 = 0,75 \varepsilon n / R$ частиц, и отношение ε / R можно рассматривать как коэффициент полезного действия при осаждении аэрозолей распыленной водой. Заметим, что стоящие в левой стороне таблицы значения ε завышены, так как обтекание здесь нельзя считать потенциальным; к сожалению, точные значения ε в этой переходной области неизвестны.

Как видно из табл. 33, эффективность осаждения аэрозолей распыленной водой весьма сильно зависит от дисперсности аэрозоля, причем

Таблица 33

Эффективность осаждения аэрозолей распыленной водой

r, μ		R, см						
		10 ⁻²	2·10 ⁻²	5·10 ⁻²	10 ⁻¹	2·10 ⁻¹	5·10 ⁻¹	10 ⁰
		(V _г /2R)·10 ⁻³ , сек. ⁻¹						
		0,6	1,2	2,3	3,5	4,0	4,0	3,3
0,5	Stk	4,2·10 ⁻³	8,4·10 ⁻³	16·10 ⁻³	24·10 ⁻³	28·10 ⁻³	28·10 ⁻³	23·10 ⁻³
	η	0	0	0	0	0	0	0
	η/R	0	0	0	0	0	0	0
0,7	Stk	0,8·10 ⁻²	1,6·10 ⁻²	3,1·10 ⁻²	4,7·10 ⁻²	5,4·10 ⁻²	5,4·10 ⁻²	4,4·10 ⁻²
	η	0	0	0	0,03	0,06	0,06	0,03
	η/R	0	0	0	3	3	1,2	0,3
1	Stk	1,5·10 ⁻²	3,1·10 ⁻²	6·10 ⁻²	9,1·10 ⁻²	10,4·10 ⁻²	10,4·10 ⁻²	8,5·10 ⁻²
	η	0	0	0,07	0,17	0,21	0,21	0,16
	η/R	0	0	14	17	10	4	1,6
2	Stk	0,06	0,12	0,23	0,35	0,40	0,40	0,33
	η	0,07	0,24	0,41	0,54	0,58	0,58	0,53
	η/R	70	120	80	54	29	12	5,3
5	Stk	0,35	0,7	1,4	2,1	2,4	2,4	2,0
	η	0,54	0,7	0,85	0,89	0,90	0,90	0,89
	η/R	540	350	170	89	45	18	9

для частиц с плотностью 2 осаждение возможно лишь при $r > 0,5 \mu$, независимо от размеров водяных капель. Этот вывод хорошо согласуется с опытными данными [478, 479], согласно которым распыленная вода эффективна только для пылей с $r > 0,5-1 \mu$. Далее мы видим, что наимыгоднейший радиус водяных капель в рассматриваемом случае равен примерно 20μ для $r = 2 \mu$, $50-100 \mu$ для $r = 1 \mu$ и $100-200 \mu$ для $r = 0,7 \mu$, т. е. возрастает с увеличением дисперсности аэрозоля.

Существенно иная закономерность должна наблюдаться при вдувании распыленной воды в аэрозоль с большой скоростью, так как при данной скорости капелек эффективность захвата, а тем более коэффициент полезного действия распыленной воды непрерывно возрастает с уменьшением размера капелек. Эффективность захвата в этом случае может быть большой и для очень мелких частиц. Так, например, коэффициент захвата частиц с плотностью 2 каплями воды с радиусом 50μ при скорости вдувания 16 м·сек^{-1} достигает 0,4 при $r = 0,2 \mu$ и 0,12 при $r = 0,1 \mu$. Действительно, Ави [480] удалось заметно уменьшить концентрацию дыма индиго с $r = 0,1-0,15 \mu$, распыляя непосредственно в камере 10%-ный раствор хлористого натрия. Впрочем, скорость вдуваемых в аэрозоль капелек быстро падает по мере их движения, и высокая эффективность коагуляции возможна лишь невдалеке от распылителя.

Не следует смешивать кинематическое осаждение аэрозолей распыленной водой с тепловой коагуляцией аэрозолей водяными туманами. Такая коагуляция подчиняется совершенно иным (см. § 49) законам — скорость ее зависит главным образом от счетной концентрации тумана.

Если эта концентрация недостаточно велика, никакого эффекта не получится. Так, в вышеупомянутых опытах Ави после прекращения распыления раствора NaCl дальнейшее уменьшение счетной концентрации дыма индиго шло с такой же скоростью как в контрольном опыте без тумана. Так как концентрация последнего была порядка $10^4 \cdot \text{см}^{-3}$, то этого и следовало ожидать по теории тепловой коагуляции. Значительный коагуляционный эффект при введении тумана, полученного из растворов возина или хлористого натрия, с $r = 0,2-0,3 \mu$, в кварцевую пыль примерно с той же дисперсностью наблюдал, напротив, Дотрбанд [482]. При этом получались большие агрегаты, содержавшие и SiO_2 и растворенное вещество. Дотрбанд подчеркивает, что для получения заметного эффекта необходимо вводить большое количество диспергированной воды, но, к сожалению, не указывает счетной концентрации тумана в камере. По весовой концентрации и среднему размеру частиц NaCl можно заключить, что концентрация аэрозоля NaCl в камере составляла в этих опытах $10^6-10^7 \cdot \text{см}^{-3}$, и тепловая коагуляция частиц SiO_2 с частицами NaCl должна была идти довольно интенсивно.

При практическом осаждении аэрозолей распыленной водой, повидимому, нередко происходят одновременно все три процесса — кинематическая коагуляция (вблизи распылителя), гравитационная и тепловая коагуляция, причем грубые фракции аэрозоля осаждаются в основном благодаря первым двум процессам, а тонкие фракции — благодаря третьему.

В последнее время большое внимание привлекают к себе новые аппараты для обеспыливания газов — Вентури-скрубберы, т. е. трубки Вентури, в горловине которых распыляется вода [483]. Так как капли воды не могут сразу принять той большой скорости, с которой газ течет через горловину, то в ней создаются высокие относительные скорости частиц аэрозолей и капелек, приводящие к интенсивной кинематической коагуляции. По новым данным [484] захват частиц каплями происходит не только в самой горловине, но продолжается и в диффузоре на расстоянии от горловины, превышающем 10-кратный диаметр последней. Помимо коагуляции, вызванной различной скоростью частиц и капелек, в трубке Вентури происходит, повидимому, также «градиентная» коагуляция, рассмотренная в следующем параграфе. Эффективность Вентури-скрубберов, как и следовало ожидать, повышается с возрастанием количества распыляемой воды, скорости течения газа и размера частиц аэрозоля и с уменьшением величины водяных капель [485]. Для частиц с радиусом $0,1-0,2 \mu$ эффективность скрубберов весьма невелика [484, 485]. Она значительно повышается, если газ предварительно насытит водяным паром. При падении давления, вызванном увеличением скорости в горловине, пар конденсируется на частицах аэрозоля и укрупняет их. Таким путем удалось осадить 99,9% частиц диоктилфталата с $r = 0,07-0,20 \mu$ [486]. Утверждение Буше [250], что для максимальной эффективности Вентури-скруббера необходимо, чтобы распределения размеров капелек тумана и частиц очищаемого аэрозоля были как можно более сходны, нуждается в

проверке и вряд ли может быть оправдано какими-либо теоретическими доводами.

Переходя к кинематической коагуляции таких дисперсных аэрозолей, при которых диффузией частиц пренебречь уже нельзя, заметим, что эта задача эквивалентна задаче диффузии к шару, обтекаемому вязким потоком. Здесь можно воспользоваться формулой (39.11) с приведенной на стр. 188 оговоркой. Предложенное Мюллером [487] приближенное решение не выдерживает серьезной критики и здесь не приводится.

Выясним, в какой области дисперсности существенное значение для коагуляции имеет и диффузия и относительное движение оседающих частиц. В аэрозолях с небольшой степенью полидисперсности число частиц, захваченных в 1 сек. одной из более крупных частиц, имеет величину порядка $\approx V_s r^2 n$, так как ε имеет в данном случае величину порядка 1 (см. табл. 32). Число частиц, соприкоснувшихся за 1 сек. с данной частицей благодаря диффузии, равно $2Kn = 16\pi r D n$. Принимая во внимание, что произведение rV_s быстро возрастает, а D убывает с увеличением r , переход от области тепловой к области кинематической коагуляции в этом случае должен быть довольно быстрым. Из приведенных в табл. 13 значений D и V_s легко убедиться в том, что при $r < 0,5 \mu$ делается незаметной роль гравитационной коагуляции, а при $r > 2 \mu$ — роль тепловой коагуляции. Несколько иначе обстоит дело в сильно полидисперсных аэрозолях: так как скорость тепловой коагуляции крупных частиц с мелкими велика (см. § 49), а скорость гравитационной коагуляции таких частиц мала, то в этом случае границы переходной области смешанной коагуляции значительно расширяются.

Большой интерес для теории дождевания облаков представляет вопрос о коагуляции туманов падающими через них под действием тяжести более крупными заряженными каплями. Л. Левиным [488] исследован случай, когда капельки тумана также заряжены и между ними и большими каплями действуют простые кулоновские силы. Если соблюдено условие

$$\sigma_1 = \frac{3|Qq|}{4\pi\gamma r^2 R V_s^2} \gg 1, \quad (54.2)$$

где Q и q — заряды;

R и r — радиусы больших и малых капель;

V_s — стационарная скорость падения больших капель, т. е. в случае больших зарядов и малого размера капелек, можно пренебречь инерционным членом в дифференциальном уравнении движения мелких капелек. Тогда при вязком (стоксовском) режиме падения больших капель коэффициент захвата ими мелких капелек с зарядом противоположного знака выражается формулой

$$\varepsilon = \frac{2|Qq|}{3\pi\gamma r (R^2 - r^2) V_s} = \frac{3|Qq|}{\pi\gamma r R^2 (R^2 - r^2) g}. \quad (54.3)$$

Захват падающими заряженными каплями нейтральных капелек за счет индукционных сил рассмотрен Л. Левиным [488] и Потенье и Коше

[489]. Если радиус падающих капелек меньше $10-15 \mu$, а заряд больше $4 \cdot 10^{-4}$ эл-ст. ед., то, как будет показано ниже, можно пренебречь инерцией капелек и гидродинамическим искривлением их траекторий при их сближении, т. е. считать, что среда вокруг падающих капелек остается неподвижной. Тогда в случае стоксовского закона сопротивления среды для коэффициента захвата получается, по Потенье и Коше, выражение

$$\varepsilon = \frac{45}{16R^2} \left[\frac{\lambda r^2 Q^2}{\gamma g (R^2 - r^2)} \right]^{1/2}, \quad (54.4)$$

где $\lambda = (\epsilon_k - 1)/(\epsilon_k + 2)$ — индукционный фактор; для водяных капелек $\lambda \approx 1$. При увеличении R по мере роста заряженной капли формула (54.4) делается неприменимой — здесь необходимо учитывать и искривление линий тока вблизи капелек и инерцию последних. В этом случае возможно лишь численное решение задачи. На рис. 74 приведены вычисленные Потенье и Коше кривые зависимости ε от R для водяных капелек с зарядом $4 \cdot 10^{-4}$ эл-ст. ед. и для ряда значений r (сплошные линии). Прерывисто-пунктирные кривые проведены по формуле (54.4). Прерывистые линии относятся к незаряженным каплям.

Аналогичные расчеты были произведены Л. Левиным с учетом искривления траекторий капелек, но пренебрегая их инерцией, что допустимо при условии

$$\sigma_2 = \frac{3\lambda Q^2}{2\pi\gamma R^4 V_s^2} \gg 1. \quad (54.5)$$

Принимая, что заряд капелек в природных облаках равен $10^{-3} R$ эл-ст. ед., Л. Левин получил значения ε , приведенные в табл. 34.

К сожалению, надежных сведений о зависимости между размерами и зарядами капелек в облаках пока не имеется, и судить о роли зарядов капелек в естественном дождевании облаков в настоящее время довольно трудно. Что касается применения заряженных водяных капелек для ис-

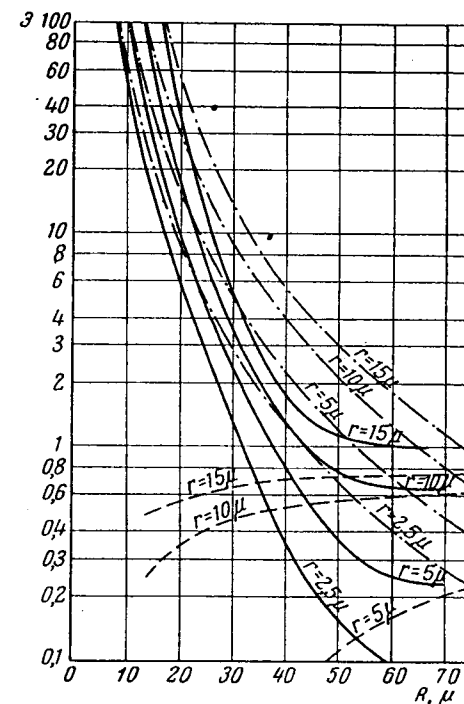


Рис. 74. Коэффициент захвата нейтральных капелек заряженными каплями.

Таблица 34

Захват нейтральных капелек падающими заряженными каплями

R, μ	$Q \cdot 10^9$, эл-ст.ед.	c_0	r, μ	z	r, μ	z	r, μ	z
2,5	2,5	1250	1,25	2,32	0,8	1,48	0,5	0,89
3,75	3,75	110	1,87	1,06	1,20	0,69	0,75	0,40
5,00	5,00	20	2,5	0,57	1,6	0,38	1,0	0,22
6,25	6,25	5,1	3,12	0,34	2,0	0,23	1,25	0,13

куственного дождения облаков, то по расчетам Потенье и Коше капельки с радиусом 15μ и зарядом $4 \cdot 10^{-4}$ эл-ст. ед. эквивалентны по эффективности незаряженным каплям с $r=60 \mu$, обладающим в 64 раза большей массой.

Экспериментальное влияние зарядов капель на скорость гравитационной коагуляции близких по размерам водяных капелек исследовано в упомянутой выше работе Тельфорда и др. [574]. При искусственной биполярной зарядке капель и величине зарядов порядка 10^{-4} эл-ст. ед. скорость коагуляции была в несколько раз выше, чем при естественной зарядке капель в процессе механического распыления воды. При униполярной же зарядке коагуляция практически прекращалась.

В заключение скажем несколько слов о возможности коагуляции аэрозолей благодаря силам гидродинамического взаимодействия между оседающими частицами. В свое время этому эффекту приписывали основное значение при образовании атмосферных осадков: недостаточно точные определения размеров капелек в дожде и в туманах привели к кривым распределения, обладавшим рядом максимумов [490]. Радиусы капелек, соответствующие этим максимумам, относились между собой примерно, как $1^{1/3}$, $2^{1/3}$, $4^{1/3}$, $8^{1/3}$ и т. д., а объемы капелек, как 1, 2, 4, 8 и т. д. Отсюда был сделан поспешный вывод, что первичные туманы изодисперсны, что падающие с одинаковой скоростью капельки притягиваются друг к другу и сливаются, то же самое происходит с «двойными» капельками и т. д. Однако новые более точные измерения показали, что эти наблюдения ошибочны, что распределение размеров капелек имеет указанный на рис. 2 вид и что изодисперсных туманов в природе не бывает. Что касается принципиальной возможности коагуляции падающих частиц благодаря гидродинамическому взаимодействию, то, как следует из изложенного в § 23, это возможно, повидимому, лишь при больших числах Re , т. е. для крупных частиц. Однако в этом случае даже при небольшом различии в величине частиц их относительная скорость так велика, что эффект гидродинамического взаимодействия не успеет проявиться. Известное значение гидродинамические силы могут иметь лишь в «кипящем слое» (см. § 58).

§ 55. Коагуляция аэрозолей при перемешивании и в турбулентном потоке

Экспериментальное изучение скорости коагуляции при перемешивании весьма затрудняется тем обстоятельством, что перемешивание, как указывалось на стр. 227, значительно ускоряет осаждение частиц на стенках камеры. При этом скорость осаждения возрастает с размером частиц и, следовательно, судить о ходе коагуляции по увеличению среднего размера частиц также трудно. Ленгстрот и Джилепси [361] пытались разрешить этот вопрос методом подбора констант коагуляции и осаждения. Опыты проводились с дымом хлористого аммония ($r = 0,5 \mu$, $n = 2 \cdot 10^6 \cdot \text{см}^{-3}$) в камере объемом 1 м^3 . Перемешивание производилось широкими крыльями, доходившими почти до стенок камеры и вращавшимися маятниковобразно вокруг проходящей через середину камеры горизонтальной оси. Средняя скорость воздуха в камере \bar{U} определялась посредством термоанемометра. Измерялась как счетная, так и весовая концентрация дыма. Последняя изменялась по логарифмическому закону

$$\ln(c/c_0) = -\beta' t, \quad (55.1)$$

причем коэффициент β' оставался почти постоянным в течение всего опыта, продолжавшегося несколько часов. Результаты опытов приведены в табл. 35.

Таблица 35

Коагуляция дыма хлористого аммония при перемешивании

\bar{U} , см·сек ⁻¹	0	18	48	67	83
$K \cdot 10^{10}$, см ³ ·сек ⁻¹	3,7	4,0	5,0	7,5	8,7
$\beta \cdot 10^6$, сек ⁻¹	5,5	9,7	11,0	14,5	16,3
$\beta' \cdot 10^6$, сек ⁻¹	5,5	12,0	13,8	18,3	21,7

То, что вызванное осаждением убывание весовой концентрации идет скорее, чем убывание счетной концентрации ($\beta' > \beta$), объясняется полидисперсностью аэрозоля (см. стр. 228). Как уже указывалось, этот метод определения константы коагуляции в случае полидисперсности аэрозолей ненадежен. Поэтому ускорение коагуляции аэрозолей с радиусом частиц порядка $0,5 \mu$ при перемешивании в этих опытах нельзя считать окончательно доказанным. В более поздней работе тех же авторов [357] β определялось непосредственно (см. стр. 225), а константа коагуляции — по разности. При этом оказалось, что K сперва убывает с увеличением скорости перемешивания, затем начинает возрастать. Этот странный результат является, несомненно, результатом ошибок при измерениях.

Ричардсон [491] изучал влияние перемешивания на скорость коагуляции оптическим путем (по оптической плотности аэрозоля), не учитывая совсем осаждения частиц, и получил несообразно большие значения константы коагуляции и в перемешиваемом и в неперемешиваемом аз-

розоле. Так как в аэрозоле присутствовала грубая фракция с радиусом частиц до 5 μ , весьма быстро осаждавшаяся на дне и на стенках, то причина этой несообразности ясна.

Этот же автор пропускал аэрозоль, полученный распылением раствора метиленовой синей, с радиусом частиц порядка 3—4 μ , через аэродинамическую трубу с турбулизирующей решеткой и нашел, что средний размер частиц удваивался при этом за 3 сек. Скорость течения и концентрация аэрозоля не указаны.

Е. Теверовский [407] измерял счетную концентрацию в дымовой волне, выпускаемой с наземного источника, вычитал эту концентрацию из теоретически вычисленной (согласно § 47) концентрации и, принимая, что разница обусловлена коагуляцией, получил значения константы коагуляции от $50 \cdot 10^{-10}$ $\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$ при скорости ветра 1,15 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$ до $17700 \cdot 10^{-10}$ $\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$ при силе ветра 5,9 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Так как при измерении концентрации рассеивающихся в атмосфере загрязнений неизбежны очень крупные ошибки и флуктуации, то к этим результатам, согласно кото-

рым атмосферная турбулентность может увеличить константу коагуляции аэрозоля в несколько тысяч раз, следует отнестись с большой осторожностью.

Таким образом, коагуляция аэрозолей при перемешивании и в турбулентном потоке экспериментально изучена еще очень плохо. Переходя к теории этих явлений, мы начнем с выведенной М. Смолуховским [492] формулы для скорости «градиентной» коагуляции, имеющей место при наличии поперечного градиента скорости в потоке. Смолуховский пренебрег диффузией и искривлением линий тока вблизи частиц; при этом задача решается весьма просто. Пусть течение направлено по оси z , а градиент скорости Γ — по оси x (рис. 75). Примем одну частицу с радиусом R за неподвижную поглощающую сферу с радиусом $R+r$, где r — радиусы других частиц. Скорость течения по отношению к выбранной частице равна $U = \Gamma x = \Gamma(R+r) \sin \theta$. Число частиц, достигающих за 1 сек поверхность шарового слоя, ограниченного координатами x и $x+dx$, равно

$$d\Phi = nU \cdot 2(R+r) \cos \theta dx = 2n\Gamma(R+r)^3 \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \quad (55.2)$$

и, следовательно, общее число достигших поглощающей сферы частиц (сверху и снизу) равно

$$\Phi = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Phi = \frac{4}{3} n\Gamma(R+r)^3 \quad (55.3)$$

или в случае монодисперсного аэрозоля

$$\Phi = \frac{32}{3} n\Gamma r^3. \quad (55.4)$$

Если учесть искривление линий тока вблизи частиц и то, что относительная скорость проходящих на близком расстоянии друг от друга частиц, а следовательно, и их инерционное смещение, в данном случае очень мало, то согласно табл. 32 следовало бы значительно уменьшить числовые коэффициенты в формулах (55.3) и (55.4).

Однако модельные опыты [493] по слипанию стеклянных шариков с $r = 60 - 70 \mu$ в градиентном потоке очень вязкой жидкости (патоки) при $\Gamma = 0,4 - 0,8 \text{ сек}^{-1}$ дали очень хорошее совпадение с формулой (55.4). Возможно, что вращение шариков в градиентном потоке (см. стр. 47) в известной мере компенсирует эффект искривления траекторий.

Отношение скорости градиентной и тепловой коагуляции равно, таким образом,

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{32n\Gamma r^3}{3 \cdot 16\pi nDr} = \frac{2\Gamma r^2}{3\pi D}. \quad (55.5)$$

Легко видеть, что градиентная коагуляция не может вызвать такого эффекта, который описан Ленгстротом и Джиллесли. В их опытах максимальной величины градиент достигал, несомненно, в промежутках шириной 10 см между концами крыльев и стенками камеры. Так как наибольшая линейная скорость крыльев была порядка 2 $\text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$, то максимальное значение градиента могло доходить до 20 сек^{-1} , среднее же значение было гораздо меньше. Согласно формуле (55.5) при $r = 0,5 \mu$ и $\Gamma = 20 \text{ сек}^{-1}$ $\Phi/\Phi_0 = 0,4 \cdot 10^{-2}$, т. е. эффект градиентной коагуляции ничтожен.

Иначе обстоит дело с грубодисперсными аэрозолями. Так, при $r = 10 \mu$ и $\Gamma = 20 \text{ сек}^{-1}$ отношение градиентной и тепловой коагуляции равно согласно формуле (55.5) приблизительно 16, т. е. коагуляция заметно ускоряется уже при очень небольшом градиенте.

Весьма интенсивной может быть градиентная коагуляция и в пристенном слое при турбулентном течении, в чем можно убедиться следующим образом. Значение градиента у самой стенки Γ_0 может быть найдено по формуле $\tau_0 = \eta \Gamma_0$, где τ_0 — сила трения газа об 1 см^2 стенки, связанная формулой $U^* = \sqrt{\tau_0/\gamma_g}$ со скоростью трения U^* . Отсюда следует, что $\Gamma_0 = U^{*2}/\nu$. Так как в трубах по опытам Никурадзе [389] отношение \bar{U}/U^* при $\text{Re} = 300 - 100\,000$ лежит в пределах 14—28, то $\Gamma_0/\bar{U}^2 = 0,008 - 0,03$ и, например, при $\bar{U} = 10 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ $\Gamma_0 \approx 10^4 \text{ сек}^{-1}$, т. е. в пристенном слое может иметь место заметное ускорение коагуляции аэрозоля с радиусом частиц 0,5 μ .

Переходя к теории коагуляции аэрозолей в турбулентном потоке, остановимся на работах В. Левича. В одной из них [494] он рассматривает коагуляцию, вызванную пульсациями с масштабом порядка размера частиц аэрозоля, т. е. значительно меньшим внутреннего масштаба турбулентности λ_0 . Достоверных экспериментальных данных о величине таких пульсаций не имеется; вычисленные по теории Гейзенберга [367] скорости пульсаций значительно меньше, чем по А. Обухову и А. Яглому. Для средней квадратичной относительной пульсационной скорости двух частиц турбулентной среды в направлении линии их центров А. Обухов и А. Яглом [364] нашли выражение

$$u_\lambda = \sqrt{\frac{1}{15} \frac{\epsilon}{\nu}} \lambda, \quad (55.6)$$

которое В. Левич принял за основу своих расчетов. Здесь λ — расстояние между частицами, ν — кинематическая вязкость среды, ϵ — скорость рассеяния турбулентной энергии в 1 см³ среды, связанная с λ_0 формулой

$$\lambda_0 = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}. \quad (55.7)$$

Для коэффициента диффузии за счет пульсаций с масштабом λ отсюда получается выражение

$$D_\lambda \approx \lambda u_\lambda \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}} \lambda^2 = \beta \lambda^2. \quad (55.8)$$

Таким образом, скорость диффузии двух частиц друг к другу в турбулентной среде уменьшается по мере их сближения. Для стационарного потока частиц, диффундирующих к поглощающей сфере с радиусом $2r$, получается выражение [см. формулу (38.32) на стр. 183]

$$\Phi = 4\pi r^2 D_0 \frac{dn}{d\rho} = 4\pi \beta r^4 \frac{dn}{d\rho} = \text{const.} \quad (55.9)$$

Учитывая граничные условия $n = 0$ при $\rho = 2r$ и $n = n_0$ при $\rho = \infty$, получим

$$\Phi = 32\pi r^3 \beta n_0 \approx 25 \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}} r^3 n_0. \quad (55.10)$$

Эту формулу с другим численным коэффициентом можно получить другим путем, если принять по Н. Туницкому [495], что в турбулентном потоке происходит градиентная коагуляция частиц, обусловленная относительной пульсационной скоростью в направлении нормали к линии центров частиц, выражаемой по А. Обухову и А. Яглому формулой (55.6) с заменой коэффициента $1/15$ на $2/15$. Таким образом, градиент пульсационной скорости равен

$$\frac{du_\lambda}{d\lambda} = \sqrt{\frac{2}{15} \frac{\epsilon}{\nu}}, \quad (55.11)$$

и согласно формуле (55.4) получим для потока частиц к данной частице благодаря пульсациям формулу

$$\Phi = \frac{32}{3} \sqrt{\frac{2}{15} \frac{\epsilon}{\nu}} r^3 n_0 \approx 4 \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}} r^3 n_0. \quad (55.12)$$

Составим отношение коэффициентов турбулентной и тепловой коагуляции аэрозоля

$$\kappa = \frac{\alpha \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}} r^3 n_0}{16\pi D r n_0} = \frac{\alpha}{16\pi} \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}} \frac{r^2}{D}, \quad (55.13)$$

где α равно 4 или 25 в зависимости от того, какой формулой (55.10) или (55.12), мы воспользуемся. Для частиц с радиусом 1μ $r^2/D \approx 0,1$. Отсюда следует, что для заметного ускорения коагуляции таких частиц турбулентностью необходимо, чтобы $\sqrt{\epsilon/\nu}$ было порядка 100, а λ_0 согласно формуле (55.7) — порядка 0,1 см. Но, как видно из приведенных на стр. 230 данных, это возможно лишь при очень большой скорости течения. Для частиц с радиусом $0,1 \mu$ эффект турбулентной коагуляции ничтожен, при $r=10 \mu$ он очень велик. Большой величины ϵ достигает вблизи стенок, однако здесь велик и градиент усредненной скорости течения, который, повидимому, и является основной причиной быстрой коагуляции аэрозоля в упоминавшихся опытах Ричардсона.

Следует заметить, что предположение о возможности коагуляции аэрозолей мелкомасштабными турбулентными пульсациями было впервые высказано Е. Теверовским [407], однако расчет этого эффекта был сделан им неправильно, и он получил для коэффициента турбулентной коагуляции частиц с радиусом $0,3 \mu$ в атмосфере явно преувеличенные значения.

В другой работе В. Левича [496] рассмотрена коагуляция аэрозолей вследствие различной степени увлечения пульсациями частиц разной величины¹. Для средней квадратичной скорости относительного движения частиц и среды В. Левич выводит выражение

$$v_R = a\tau, \quad (55.14)$$

где τ — время релаксации частицы, a — среднее квадратичное ускорение в турбулентном потоке. Эту формулу легко вывести, представляя пульсации как гармонические колебания с угловой частотой ω . Согласно формуле (20.14)

$$v_R = \frac{u\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}, \quad (55.15)$$

где u — средняя квадратичная пульсационная скорость. В данном случае согласно сказанному в § 45 $v_R/u \ll 1$ и

$$v_R = u\omega\tau. \quad (55.16)$$

¹ Другой путь к разрешению этого вопроса предложен Истом и Маршаллом [576].

Далее, из свойств гармонических колебаний следует $a = \omega \lambda$ и, следовательно, $v_R = a\tau$. Относительная скорость двух частиц, расстояние между которыми мало по сравнению с масштабом пульсации, равна, очевидно, $v'_R - v_R = a(\tau' - \tau)$. Так как относительное движение частиц и среды возможно лишь при пульсациях с масштабом $< \lambda_0$, период которых t_p по А. Обухову и А. Яглому уже не зависит от масштаба, то для максимальной величины ускорения получается выражение

$$a = \frac{u_{\lambda_0}}{t_p} = \frac{u_{\lambda_0}^2}{\lambda_0} \quad (55.17)$$

или, согласно формулам (55.6) и (55.7)

$$a \approx \frac{\epsilon^{1/4}}{\sqrt{1/4}} \quad (55.18)$$

Не учитывая гидродинамического искривления траекторий частиц при их сближении, В. Левич рассчитал, что для частиц с $r = 1-5 \mu$ при $\epsilon = 10^3$ эрг·см⁻³·сек⁻¹ скорость турбулентной коагуляции этого типа больше, чем тепловой. Следует, впрочем, указать, что даже для частиц с $r = 10 \mu$ при $\epsilon = 10^3$ $v_R \approx 0,36$ см·сек⁻¹, а $Stk = v_R \tau / 2r \approx 0,2$. Так как критическое значение Stk при вязком обтекании шара равно 0,6 (см. стр. 155), то инерционное осаждение в этих условиях невозможно; коагуляция может здесь происходить только благодаря зацеплению. Таким образом, согласно данным табл. 32, сделанная В. Левичем оценка эффекта этого типа турбулентной коагуляции в несколько раз преувеличена.

§ 56. Эффективность столкновений между частицами аэрозоля

Основное значение в теории коагуляции аэрозолей имеет вопрос об эффективности столкновений между частицами (т. е. вероятности их слияния или слияния при столкновении). Понятия «столкновение» и «соприкосновение» частиц не идентичны: как видно из изложенного ниже, благодаря «воздушному буферу» между частицами (крупными каплями) возможны столкновения без соприкосновения. Сначала рассмотрим вопрос об эффективности соприкосновений.

Решение этого вопроса путем прямых ультрамикроскопических наблюдений затрудняется по двум причинам. Так как глубину фокуса при ультрамикроскопическом исследовании аэрозолей по ряду причин нельзя уменьшить больше, чем примерно до 10μ , то расположенные на меньшем расстоянии друг от друга в направлении оптической оси частицы кажутся находящимися в одной оптической плоскости, и их попадание в один и тот же луч зрения воспринимается наблюдателем как соприкосновение. Очевидно, в данном случае необходимы стереоультрамикроскопические наблюдения; до сих пор они не были предприняты. Далее, сближение двух частиц на расстояние, меньшее разрешающей способности микроскопа, также воспринимается, как соприкосновение. Между тем,

такие частицы могут снова разойтись, не соприкоснувшись, т. е. известная часть наблюдающихся соприкосновений будет лишь кажущейся. Эти соображения не были приняты во внимание некоторыми авторами, которые сообщали, что все наблюдавшиеся ими в ультрамикроскопе соприкосновения между частицами аэрозоля были неэффективны [497, 498].

Несколько легче решается сходный вопрос об эффективности соприкосновений частиц аэрозоля со стенками. Для этого был применен следующий метод [499]. Под углом в $10-15^\circ$ к оптической оси микроскопа ставилось стеклянное или металлическое зеркальце. При темнопольном освещении в поле зрения одновременно с каждой частицей было видно ее зеркальное изображение, причем соприкосновение частицы с зеркальцем воспринималось как соприкосновение частицы с ее изображением. Критерием прилипания в случае жидких частиц было их исчезновение, в случае твердых — прекращение броуновского движения.

Здесь часть наблюдаемых соприкосновений также была кажущейся: как соприкосновение воспринималось приближение частицы к стенке на расстояние, меньшее чем $\delta/2$, т. е. в среднем на расстояние $\delta/4$, где δ — разрешающая способность микроскопа. Обозначим через $w(x)$ вероятность того, что находящаяся на расстоянии x от стенки частица отойдет от стенки, не прикоснувшись к ней, на расстояние x' , при котором отход станет заметным наблюдателю. По физическому смыслу функции $w(x)$ следует, что

$$w(x) = \frac{1}{2} w(x + \Delta x) + \frac{1}{2} w(x - \Delta x), \quad (56.1)$$

где Δx — малое смещение. Разлагая правую часть этого уравнения по формуле Тейлора, получим $\ddot{w}(x) = 0$, т. е. функция $w(x)$ — линейная. Так как $w(0) = 0$, $w(x') = 1$, то, очевидно, $w(x) = x/x'$. В рассматриваемом случае x , как указано выше, равно $\delta/4$; x' можно принять равным примерно δ . Таким образом, вероятность того, что соприкосновение будет кажущимся, имеет величину около 0,25.

В опытах, проводившихся с табачным дымом (состоящим из полужидких частиц), дымами окиси магния и хлористого аммония со средним радиусом частиц порядка десятых долей микрона, оказалось от 10 до 25% кажущихся неэффективных соприкосновений. Число их практически не изменялось и при покрывании зеркальца тонким слоем глицерина. Между тем, если бы неэффективные соприкосновения были реальны, число их по всей вероятности должно было бы заметно уменьшиться при замене твердой стенки жидкой. То, что дым NH_4Cl давал более высокий процент кажущихся неэффективных столкновений (20—25%), чем табачный дым и дым MgO (10—15%), объясняется, вероятно, тем, что в последних частицы имеют более высокие электрические заряды, чем в первом, и зеркальные силы уменьшают вероятность отхода приблизившихся к стенке частиц.

Эти опыты показывают, что эффективность соприкосновений частиц аэрозоля величиной порядка $0,1-1 \mu$ со стенками близка к 1 и по всей вероятности равна 1.

Принципиально говоря, величину эффективности соприкосновений между частицами аэрозоля можно найти путем сравнения экспериментальных и теоретически вычисленных значений константы коагуляции аэрозолей. Однако повторные столкновения (см. стр. 265) значительно уменьшают зависимость константы коагуляции от эффективности единичного столкновения α , так что для определения необходимо знать довольно точно величину отношения $K_{\text{всп}}/K_{\text{теор}}$. С другой стороны, точное вычисление $K_{\text{теор}}$ в настоящее время затруднительно благодаря влиянию полидисперсности на скорость коагуляции (см. стр. 268). Поэтому из измерений константы коагуляции можно сделать лишь тот вывод, что α имеет величину порядка единицы. Косвенным доказательством высокой эффективности соприкосновений между частицами является также тот факт, что константы коагуляции некоторых дымов и туманов с близким распределением размеров частиц (например, тумана из олеиновой кислоты и дыма из стеариновой кислоты) практически совпадают [428]. Между тем неэффективные соприкосновения жидких капелек (в отсутствие твердых пленок на их поверхности, как, например, на окислившейся или загрязненной ртути) весьма маловероятны. Заметим, что при коагуляции туманов (за исключением ртутных) происходит, как правило, не слипание, а слияние капелек.

С теоретической стороны к разбираемому вопросу можно подойти следующим образом. Оценим величину потенциала молекулярных сил при соприкосновении двух шарообразных частиц. Для этого можно воспользоваться формулой (51.17), положив в ней $\rho = 2r + \delta$, где δ — длина порядка молекулярного диаметра. Учитывая, что $r \gg \delta$, найдем

$$\psi(2r + \delta) = -\frac{\pi^2 Q r}{12 \delta}. \quad (56.2)$$

Согласно приведенным на стр. 280 данным, Q имеет величину порядка 10^{-13} — 10^{-14} эрг. Отсюда следует, что отношение ψ/kT для частиц с радиусом 10^{-5} см — порядка 10^2 — 10^3 , т. е. потенциал молекулярных сил в данном случае значительно превышает кинетическую энергию частиц. Таким образом, даже абсолютно упругие частицы не в состоянии оторваться друг от друга после столкновения.

К аналогичному результату можно прийти, исходя из выведенного Бредли [443] и Б. Дерягиным [500] выражения для силы, необходимой для отрыва шарообразных частиц с радиусами r_1 и r_2 друг от друга

$$F = 4\pi\sigma \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (56.3)$$

или, в случае одинаковых частиц¹,

$$F = 2\pi\sigma r, \quad (56.4)$$

¹ Тот же порядок величины имеют капиллярные силы при соприкосновении смоченных частиц (например, в гигроскопических дымах). В этом случае σ означает поверхностное натяжение жидкости [501].

где σ — удельная свободная поверхностная энергия частиц. Энергия броуновского вращения двойника, образованного двумя частицами, вокруг оси, перпендикулярной к линии центров, равна

$$\Omega = \frac{1}{2} I \omega^2 = kT, \quad (56.5)$$

где $I = \frac{64}{15} \pi \gamma^5$ — момент инерции двойника по отношению к этой оси, а ω — средняя угловая скорость вращения.

Центробежная сила, стремящаяся разорвать двойник, равна

$$F' = \frac{4}{3} \pi \gamma r^4 \omega^2 = \frac{5kT}{8r}. \quad (56.6)$$

Таким образом, разрыв произойдет при $F' > F$, т. е. при $r < \left(\frac{5kT}{16\pi\sigma}\right)^{1/2}$. Приняв для σ величину порядка нескольких десятков эрг·см⁻², мы видим, что разрыв агрегатов под действием молекулярных толчков возможен лишь при $r < 10^{-8}$ см [502]. В более длинных линейных агрегатах центробежная сила еще меньше.

Изложенные здесь теоретические соображения говорят о том, что все соприкосновения между частицами аэрозоля должны быть эффективными. Это относится, конечно, и к соприкосновениям частиц со стенками. Подчеркнем, что все это относится исключительно к соприкосновениям, вызванным броуновским движением частиц. Движущиеся под действием внешних сил более или менее крупные частицы могут отскочить после столкновения, агрегаты могут быть разорваны воздушным течением и т. д. (см. стр. 310, 313, 333).

Следует сказать также несколько слов о большой группе работ советских исследователей (Е. Румянцевой [503], С. Уразовского и С. Кузьменко [504], М. Самохвалова и О. Кожуховой [435], В. Сайчука и О. Нарских [505], Н. Андреева и С. Кибиркштис [506], Л. Смирнова и В. Солнцевой [507] по вопросу о влиянии различных посторонних паров на устойчивость аэрозолей. В этих работах отмечалось, как стабилизирующее, так и сенсibiliзирующее действие некоторых паров на аэрозоли. Если исключить опыты, в которых уже само образование конденсационного аэрозоля происходило в присутствии посторонних паров, которые могли действовать на скорость образования и роста зародышей, то указанные эффекты объясняются в основном влиянием посторонних паров на форму и структуру агрегатов (см. § 50). Как показано Л. Радушкевичем и О. Чугуновой [508], И. Петряновым, Н. Туницким и М. Тихомировым [509] и И. Артемовым [510], в тех случаях, когда этих осложняющих явлений не происходит, посторонние пары совершенно не влияют на скорость коагуляции. Этот факт находится в полном согласии с вышеизложенными соображениями: образовавшийся на поверхности частиц моно- или полимолекулярный адсорбционный слой не может настолько понизить величину потенциала молекулярных сил между соприкасающимися частицами, чтобы он стал сравнимым с энергией их броуновского движения. Впрочем, в этой области не все еще ясно: непонятно, почему по мере уве-

личения влажности воздуха скорость коагуляции дыма хлористого аммония сперва убывает, затем возрастает (см. стр. 275), почему в присутствии некоторых паров образуются линейные агрегаты и т. д.

Особо следует остановиться на явлении отражения сталкивающихся в воздухе крупных водяных капель, известном уже очень давно. Причина этого явления — наличие тонкой воздушной прослойки между сталкивающимися каплями, не дающей им соприкоснуться друг с другом. Такая же прослойка образуется и при падении более или менее крупных капель на плоскую поверхность жидкости; иногда капли долго плавают по поверхности, не сливаясь с ней. Крупные дождевые капли увлекают воздушную прослойку вглубь воды, после чего воздух выходит в виде пузырей.

Большое значение в исследовании этих явлений имеют работы советских ученых. М. Аганиным [511] был открыт важный факт существования критической скорости столкновения водяных капель с плоской поверхностью воды; ниже этой критической скорости, равной примерно $1 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ для капель с радиусом $0,3\text{--}0,4 \text{ мм}$, происходит отражение, а выше — слияние. С. Горбачев и Е. Мустель [512] распространили эти наблюдения на столкновения между свободными водяными каплями с радиусом $0,5 \text{ мм}$. В этом случае нижняя критическая скорость равна приблизительно $5 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$. В работах С. Горбачева и В. Никифоровой [513] и Н. Тверской [514] было обнаружено существование также верхней критической скорости столкновений. Хотя методика в этих двух работах была различной — в первой движущиеся капли воды ($r=0,3 \text{ мм}$) висели на конце пипетки, подвешенной к маятнику, а во второй капли ($r=0,5\text{--}1,5 \text{ мм}$) падали свободно на неподвижную каплю, результаты их весьма сходны: верхняя критическая скорость весьма сильно зависит от угла θ между линией центров капель при столкновении и направлением их относительной скорости. Чем больше этот угол, тем меньше критическая скорость. Она равна $\sim 80 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ при $\theta=11^\circ$ и $\sim 20 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ при 77° . Критическая скорость определяется с точностью $\pm 10 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$, так как между областями полной эффективности и полной неэффективности всех столкновений имеется переходная зона, в которой наблюдаются столкновения обоих типов.

При скорости, превосходящей верхнее критическое значение, имеет место перетекание части жидкости из одной капли в другую [513] при столкновении и образование брызг («третьей капли») [514]. Повидимому, в момент столкновения между каплями образуется соединительный канал, но при большой скорости отражения капли не успевают слиться, и канал разрывается. В момент столкновения обе капли сильно сплющиваются. Для объяснения этих интересных явлений необходимо дальнейшее исследование.

Большое значение имеют работы Б. Дерягина и П. Прохорова [515, 516], показавшие, что между неподвижными прижатыми друг к другу каплями жидкости со значительной упругостью пара (гексана, октана,

эфира и т. п.) можно получить устойчивую воздушную прослойку, сохраняющуюся в течение неограниченного времени. В этих условиях исследование прослойки, понятно, весьма облегчается. Было обнаружено, что она имеет чечевицеобразную форму, причем толщина ее в центральной части порядка 1μ , а в самой узкой части порядка нескольких десятых долей микрона. Средняя кривизна поверхности капель $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ убывает к середине прослойки и принимает здесь отрицательное значение. Это указывает, согласно формуле Лапласа, на то, что избыточное давление газа в прослойке возрастает от периферии к середине (здесь оно достигает величины порядка $1000 \text{ дин} \cdot \text{см}^{-2}$). Следовательно, газ должен непрерывно вытекать из прослойки наружу.

В случае нелетучей жидкости это вытекание приводит к быстрому утончению прослойки и к слиянию капель. При достаточно же большой упругости пара жидкости на гидродинамическое истечение накладывается диффузия пара жидкости из прослойки в окружающее пространство. В прослойке создается поэтому известный градиент парциального давления пара и почти такой же по абсолютной величине, но обратно направленный градиент парциального давления воздуха, диффундирующего поэтому вглубь прослойки. Так как скорость диффузии пропорциональна толщине прослойки, а скорость истечения — третьей степени толщины, то при утончении прослойки должно наступить стационарное состояние, при котором диффузия воздуха внутрь прослойки компенсирует его истечение. Чем больше упругость пара жидкости или дефицит влажности воздуха в случае водяных капель, тем больше поэтому стационарная толщина прослойки и ее устойчивость. Разработанная Б. Дерягиным и П. Прохоровым количественная теория этого явления была подтверждена ими на модельном опыте. В согласии с изложенным нижняя критическая скорость столкновений водяных капель по опытам П. Прохорова и В. Яшина [517] заметно повышается по мере возрастания дефицита влажности. Заметим, что капли нелетучих жидкостей, а также капли летучих жидкостей в насыщенном их паром пространстве почти моментально сливаются при соприкосновении. В. Федосеевым и А. Полянским [577] было обнаружено отталкивание между испаряющимися водяными каплями на сравнительно большом расстоянии друг от друга. При радиусе капель 1 мм и при зазоре между ними $0,1 \text{ мм}$ сила отталкивания в воздухе с $55\text{--}60\%$ влажностью составляла $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ дин}$.

В работе П. Прохорова и Л. Леонова [518] было исследовано влияние дефицита влажности на скорость гравитационной коагуляции водяного тумана. Туман с радиусом капелек $4\text{--}40 \mu$ пропусклся снизу вверх со скоростью 20 или $40 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ по вертикальной трубе; при этом из тумана отделялись капельки с $r > 30$ или 40μ , скорость падения которых превышала скорость течения. Туман поступал в смонтированный в трубу микротеплообменник, изменявший температуру тумана на несколько градусов в ту или другую сторону, а тем самым и степень насыщения воз-

духа паром. Затем туман проходил мимо трамикроскопического наблюдения. На в значительно сужалась. При коагуляции, этом пятисантиметровом пространстве ре вниз и регистрировались наблюдателем. пересыщениях число падающих в единицу при недосыщении — уменьшалось пример влажности, что указывает на снижение э каплями. Для того чтобы устранить укрупнившихся благодаря конденсации п местное расширение, отделявшее самые «запасом». Так как в природных облаках маловероятны, то эффективность столкнов к 1, как это и было найдено в лаборатор (см. стр. 159) и Ганна (см. стр. 293), пров ным паром воздухе.

В. Федосеев, Б. Манакин и З. Доме тение конденсационного водного тумана лением раствора электролита, на дно дым при совместном присутствии обоих туман шает сумму осадков, полученных из пивенное предположение, что здесь произо пельках раствора, отвергается авторами. подобную гипотезу, что различие в упру твора способствует их коагуляции, уст В подтверждение этого взгляда авторы п При распылении в камере слабого раств $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$ почти все капли в осадке окраш их растворов равны — окрашенных капел явление следует исследовать более обстоя и другие объяснение.

В заключение остановимся на важных янии смачиваемости аэрозольных частиц распыленной водой и об эффекте добавки малой эффективности осаждения водяным пылей (например, каменноугольной) весь приводит тот факт, что сплавленные ша задерживаются распыленной водой луч угля [520]. Однако главной причиной пл частиц является по всей вероятности их которой они ориентируются параллельно При этом сильно замедляется движение крупными частицами и каплями может об (см. ниже). В известной книге Дринкера частиц объясняется даже весьма низкая

плохой смачиваемостью
смачиваемость водой дима P_2O_5 !

окошек служивших для уль-
5 см над окошками труба
достаточно крупных капель в
ультирующие капли выпадали
оказалось, что при небольших
размерах капелек не изменялось,
пропорционально дефициту
эффективности соударений между
возможность выпадения капель,
ра, в трубе делалось небольшое
уменьше капли с необходимым
большие дефициты влажности
шай в них, повидимому, близка
их опыта: Шипкина и Химача
находясь в насыщенном водя-
[519] исследовали осажд-
тумана, полученного распы-
кой камеры и обнаружили, что
масса осадка заметно превы-
индивидуальных туманов. Есте-
тумана конденсация пара на ка-
выдающимися мало правдо-
ости пара капелек воды и рас-
раяя воздушную прослойку.
водят следующее наблюдение.
из KCNS и крепкого раствора
да, если же концентрации обо-
чень мало. Это любопытное
тельно: так как ему можно дать
для практики вопросах о вли-
эффективность их осаждения
смачивателей к воде. Мнение о
туманами плохосмачиваемых
распространено. В его защиту
образом частицы золи ТЭЦ
чем частицы несгоревшего
кой улавливаемости угольных
чешуйчатая форма, благодаря
поверхности обтекаемых капель.
и, кроме того, между

Как указано выше, при тепловой коагуляции мелких частиц все со-прикосновения между ними, повидимому, эффективны независимо от при-роды поверхности частиц. Однако при кинематической коагуляции более или менее крупных твердых частиц с крупными же каплями между ними может образоваться такая же воздушная прослойка, как и при столкно-вениях между крупными каплями, особенно, если чешуйчатая частица столкнется с каплей своей плоской стороной. В этом случае поверхност-ное натяжение жидкости может оказать существенное влияние на ско-рость пробивания прослойки и на конечный результат столкновения. Возможно, что известное значение имеет здесь и смачиваемость частиц жидкостью. Кроме того, так как плохосмачиваемые частицы остаются на поверхности капли, а не втягиваются в нее, то при большой concentra-ции пыли вся поверхность капли может оказаться покрытой многорядным слоем пыли [202]. В этом случае может иметь место отрыв частиц воздуш-ным потоком (см. § 57).

По вопросу об эффективности добавки смачивателей к воде, распы-ляемой для осаждения аэрозолей, данные весьма противоречивы. Несомнен-ный эффект дают смачиватели при мокром бурении, так как способствуют растеканию воды по стенкам шпура в виде сплошной пленки; в этом случае твердые частицы, ударяющиеся о стенку, не могут быть сдуты с с нее, как с сухой стенки. Эффект смачивателей при осаждении уже об-разовавшейся пыли значительно слабее, чем при бурении. В некоторых случаях, например при осаждении масляного тумана распыленной водой, эффект равен нулю [521], в других случаях, например, при осаждении кварцевой пыли, отмечается значительный положительный эффект [580], а вообще, как уже говорилось, в литературе существует по этому вопро-су большой разноречивой. Действие смачивателей может быть двойное. Так как они значительно понижают поверхностное натяжение воды, то по-лучается более тонкий распыл, что в определенных, разобранных в § 54 условиях, может повысить эффективность осаждения. Кроме того, как уже указывалось, смачиватели могут и непосредственно повысить эффектив-ность столкновений крупных частиц пыли с водяными каплями.

Глава VIII

ПЕРЕХОД ПОРОШКООБРАЗНЫХ ТЕЛ
В АЭРОЗОЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

§ 57. Перенос и отрыв частиц воздушными течениями

В предыдущих главах были рассмотрены процессы осаждения и коагуляции аэрозолей, т. е. прилипания частиц к стенкам и друг к другу. Эта глава посвящена обратным процессам — отрыву частиц от стенок и диспергированию агрегатов, какими являются порошкообразные тела. Как указано в предисловии, эти процессы играют очень большую роль в жизни природы и человека. Однако, хотя некоторые относящиеся сюда явления, имеющие непосредственное практическое значение (например, флуидизация порошков), исследованы довольно обстоятельно, систематическое теоретическое и экспериментальное изучение всей проблемы в целом находится еще в самой начальной стадии.

Наибольшее значение имеет безусловно диспергирование порошков воздушными течениями, и мы ограничимся рассмотрением этого случая диспергирования. Здесь возникают две трудности: отсутствие надежных данных о величине молекулярных сил, препятствующих отрыву частиц от стенок и друг от друга, и сложность определения сил, действующих со стороны воздушного течения на омываемые им частицы порошка. Поэтому изложение материала в этой главе носит по преимуществу качественный характер.

Во второй половине этого параграфа мы рассмотрим явление отрыва частиц от стенок. Как показывают наблюдения, отрыву почти всегда предшествует стадия движения частиц по стенке (скольжения или перекачивания). Это объясняется главным образом тем, что вблизи стенки тангенциальные составляющие воздушного течения, а следовательно, и действующей на мелкую частицу гидродинамической силы, значительно больше соответствующих нормальных составляющих. Молекулярное сцепление стенки с движущейся частицей значительно меньше, чем с неподвижной; кроме того, при движении частиц по стенке появляются новые факторы, способствующие их отрыву (см. ниже). Поэтому мы начнем с рассмотрения процесса тангенциального переноса лежащих на стенке частиц воздушными течениями, изученного гораздо лучше, чем процесс отрыва.

Перенос частиц представляет, впрочем, и самостоятельный интерес, так как имеет непосредственное отношение к передвижению песков ветрами и к пневматическому транспорту сыпучих материалов.

Простейший случай этого явления — перенос частиц, лежащих на горизонтальной гладкой стенке, изучен С. Сыркиным [522] в аэродинамической трубе диаметром 10 см. Полученные им с корундовым порошком результаты приведены в табл. 36, в которой r означает радиус частиц, а $\bar{U}_{кр}$ — среднюю скорость воздуха в трубе, при которой частицы, находящиеся на поверхности железа или стекла, уносятся потоком. В действительности одни частицы уносятся при меньшей скорости, другие — при большей, так что $\bar{U}_{кр}$ представляет собой некоторую среднюю величину.

Таблица 36

Унос корундовых частиц воздушным потоком

	r, см							
	10 ⁻⁴	10 ⁻³	3,5·10 ⁻³	5·10 ⁻³	8·10 ⁻³	10 ⁻²	2·10 ⁻²	5·10 ⁻²
$\bar{U}_{кр}$ (эксп.) на железной стенке, см·сек ⁻¹	—	—	1140	1060	1080	1090	1270	1630
$\bar{U}_{кр}$ (эксп.) на стеклянной стенке, см·сек ⁻¹	—	—	860	680	650	650	750	870
$U_{г, кр}$, см·сек ⁻¹	(0,016)	(1,65)	18,5	30	67	90	204	500
$U_{кр}^*$, см·сек ⁻¹	(5,3)	(16,7)	30	32	37	39	41	41
$\bar{U}_{кр}$ (теор.) см·сек ⁻¹	(76)	(280)	550	590	710	740	740	780

В теоретической части своей работы Сыркин принимает, что перенос частиц происходит путем перекачивания: для того чтобы перевернуть частицу кубической формы размером $2r$, необходимо приложить к ней на высоте r силу

$$F > 8r^3 \gamma g. \quad (57.1)$$

Если средняя скорость обтекания частицы воздухом равна U_r , то действующая на частицу гидродинамическая сила равна

$$F_M = \psi 4r^2 \gamma_g U_r^2 / 2, \quad (57.2)$$

где ψ — коэффициент лобового сопротивления. Таким образом, из неравенства (57.1) следует, что частица будет перекачиваться при

$$U_r > \left(\frac{4r\gamma_g}{\gamma_g \psi} \right)^{1/2}. \quad (57.3)$$

В работе Сыркина сравнения этой формулы с опытом не производилось. Так как коэффициент трения между твердыми телами меньше

1, то сила, необходимая для скольжения частицы $F = 8r^3\gamma g$, меньше, чем для перекачивания, т. е. частица кубической формы будет скользить, а не перекачиваться. То, что на стеклянной стенке $\bar{U}_{кр}$ меньше, чем на железной, указывает на большую роль, играемую трением в опытах Сыркина. Кроме того, частицы корунда обычно более или менее округлены, и для их перекачивания требуется в несколько раз меньшая сила, чем по формуле (57.1). Для расчетов мы примем $\kappa = 0,25$, т. е. отбросим коэффициент 4 в формуле (57.3).

Как следует из теории турбулентного течения (§ 46), вблизи стенки имеется ламинарный слой с профилем скорости, выражаемым формулой (46.11), т. е.

$$U = \frac{U_*^2 z}{\nu} \quad (57.4)$$

Как мы сейчас увидим, величина $U_*^2 z / \nu$ в опытах С. Сыркина не превышает 12, т. е. согласно (46.12) можно считать, что частицы в этих опытах «утоплены» в ламинарном слое, и скорость обтекания их воздухом выражается формулой (57.4). При помощи числа Re для обтекания частицы $Re = 2rU_* / \nu$ можно представить неравенство (57.3) с отброшенным коэффициентом 4 в виде

$$\psi Re^2 > \frac{4r^3 \gamma g}{\nu^2 \gamma g} \quad (57.5)$$

Посредством табл. 5 (стр. 43) отсюда были найдены критические значения Re и U_* для корунда ($\gamma = 4$). Далее, полагая в формуле (57.4) $z = r$ и $U = U_*$, были определены критические скорости трения $U_{кр}^*$. Максимальное значение безразмерной величины $U_{кр}^* r / \nu$ (при $r = 5 \cdot 10^{-2}$ см) равно при этом 12. Наконец, при помощи формулы (46.29) $U_* \approx 0,2 \bar{U} / Re^{1/2}$ были вычислены теоретические значения $\bar{U}_{кр}$, приведенные в таблице.

В этом выводе было сделано допущение, что лобовые сопротивления лежащих на стенке и свободных частиц равны. Учитывая это обстоятельство, а также малую точность такого рода измерений, следует признать согласие между теорией и опытом удовлетворительным.

Согласно расчету критическая скорость должна непрерывно убывать с уменьшением размера частиц. В действительности, как видно из табл. 36, уже при переходе к частицам с радиусом $< 50 \mu$ замечается тенденция к увеличению $\bar{U}_{кр}$. Хотя для мелких частиц систематических измерений не производилось, однако разрозненные наблюдения показывают, что здесь критическая скорость возрастает по мере уменьшения частиц (опыты с угольными частицами [581] с радиусом $25-50 \mu$). Об этом же говорят опыты с щелевыми приборами (см. стр. 150). Наконец, упомянем о наблюдениях Румфа [523]: на расположенной параллельно потоку пыли с $r = 0,5-6 \mu$ пластинке получался при малых скоростях течения толстый рыхлый осадок, содержащий частицы всех размеров, при больших скоростях — тонкий плотный осадок из частиц с $r = 0,5-1 \mu$; более крупные частицы, очевидно, сдувались потоком. При еще большей скорости течения осадка вообще не было.

Дело в том, что в приведенных выше расчетах не были приняты во внимание молекулярные силы между частицами и стенкой. Для вычисления этих сил, казалось бы, можно воспользоваться формулой (56.3), положив в ней $r_2 = \infty$. В этом случае $F = 4\pi\sigma r$, т. е. сила пропорциональна первой степени радиуса частиц. К сожалению, эта формула применима лишь к идеально гладким частицам и стенкам и пользоваться ею для практических расчетов нельзя. Действительно, приняв для σ разумное значение в несколько десятков $\text{дин} \cdot \text{см}^{-1}$, мы найдем по этой формуле, что молекулярные силы должны удерживать на нижней стороне горизонтальной стенки шарообразные частицы с радиусом в несколько мм! Очевидно, сила сцепления определяется не макроскопическим радиусом частицы, а значительно меньшими радиусами кривизны тех субмикроскопических выступов, по которым происходит фактическое соприкосновение между частицей и стенкой. Во всяком случае эта сила убывает по мере уменьшения размера частиц гораздо медленнее, чем сила тяжести, т. е. медленнее, чем r^3 . Об этом свидетельствует тот факт, что при переворачивании посыпанной порошком пластинки крупные частицы отрываюся, а мелкие остаются. Так как для достаточно мелких частиц гидродинамическая сила пропорциональна $U_* r$, и следовательно, пропорциональна r^2 , то из сказанного выше следует, что сила сцепления уменьшается медленнее, чем r^2 .

С. Сыркин определил также «динамическую» критическую скорость течения, при которой брошенные в поток корундовые частицы не прилипают ко дну трубы, а уносятся течением. Эта скорость оказалась примерно в 2,5—3 раза меньше, чем статическая критическая скорость, а именно 3,5—5 м·сек⁻¹. По опытам Я. Авербуха и К. Шабалина [524], критическая динамическая скорость для частиц гидрооксида алюминия с радиусом 25—30 μ равна 2—3 м·сек⁻¹.

Переходим к очень важному случаю движения частиц на поверхности слоя тех же частиц. Сюда относится перенос песка и почвы ветром, пневматический транспорт сыпучих материалов и т. п. Как было впервые установлено Н. Соколовым [525], перенос этот осуществляется тремя способами: 1) частицы перекачиваются по поверхности; 2) частицы отрываются от поверхности и сейчас же падают обратно, т. е. передвигаются прыжками; 3) частицы передвигаются в аэрозольном состоянии.

Первые два из этих процессов были обстоятельно исследованы Бегнолдом [526, 527] в аэродинамической трубе квадратного сечения 30×30 см со стеклянными стенками при средней скорости воздуха до 10 м·сек⁻¹. На дно трубы насыпался толстый слой песка. Опыты Бегнолда были повторены Чепилем [528, 529] с различными почвами, причем были получены совершенно аналогичные результаты. Поэтому сказанное ниже относится к опытам обоих авторов.

В одной серии опытов определялась динамическая критическая скорость воздуха. Для этого в головную часть трубы непрерывно всыпалась тонкая струйка песка. При скорости воздуха меньше критической падающие на слой песка песчинки вызывают на поверхности слоя описанные

ниже движения, однако на некотором расстоянии от места падения струйки, возрастающем с увеличением скорости воздуха, движения эти прекращаются. При скорости выше критической движения распространяются, не ослабевая, по всей трубе. Большая часть песчинок передвигается путем прыжков; траектории прыгающих песчинок представлены на рис. 76. Как видно из рисунка, песчинки прыгают почти вертикально вверх, приобретают в воздушном потоке значительную горизонтальную скорость

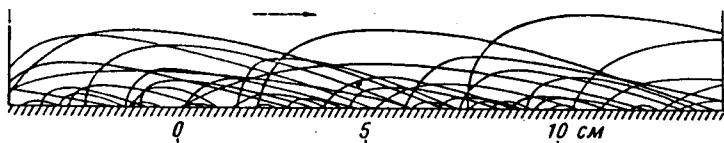


Рис. 76. Траектории прыгающих песчинок.

и падают поэтому под очень острым углом к горизонту. Высота прыжков при указанной выше скорости воздуха достигает нескольких десятков сантиметров. При ударе падающих песчинок о поверхность песка в ней получаются небольшие углубления. Песчинки иногда рикошетируют от поверхности, повторяя свой прыжок, иногда зарываются в песок и передают свой импульс другим песчинкам, которые начинают перекапываться или подсакиваются в свою очередь. Таким образом, процесс переноса песка имеет характер цепной реакции.

Если не вводить извне струи песка, то наблюдаются следующие явления. При достижении определенной скорости воздуха начинают перекапываться отдельные выступающие песчинки, однако вскоре они останавливаются, понав, например, в небольшое углубление. Если теперь несколько увеличить скорость воздуха, снова некоторое число песчинок перекапнется и снова остановится и т. д. При достаточно большой скорости воздуха катящиеся песчинки, сталкиваясь с другими крупными, выступающими над поверхностью песчинками, могут в благоприятном случае получить сильный направленный вверх импульс и подсакиваются. Дальше все происходит так же, как описано выше, и при скорости воздуха, превышающей статическую критическую скорость, получаемый прыгающими песчинками от воздушного потока импульс достаточно велик, чтобы процесс подсакивания и выбивания новых песчинок не останавливался, а распространялся все дальше. Многие прыгающие частицы вращаются с большой скоростью (200—1000 оборотов в 1 сек [528]); это указывает на то, что перед прыжком они катились по поверхности. Количество песка с $r=0,09-0,15$ мм, переносимого путем прыжков, в 4—5 раз больше песка, переносимого путем перекапывания песчинок. В почвах в зависимости от их дисперсного состава это отношение может колебаться от 2 до 25 [528]. Крупные песчинки с $r > 0,2-0,3$ мм при скорости ветра, не превышающей $10 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$, не могут прыгать, а лишь перекапываются, а песчинки с $r > 1$ мм остаются неподвижными. Поэтому из полидисперсного

песка ветер выдувает более мелкую фракцию. Наконец, самая тонкая фракция переходит под действием воздушного потока в аэрозольное состояние (см. ниже). Важно наблюдение Бегнолда, что в опытах без подачи песка извне движение песчинок начинается всегда в хвостовой части трубы и распространяется навстречу потоку. Повидимому, это связано с постепенным развитием турбулентности в воздухе по мере его движения в трубе (турбулизирующей решетки в опытах Бегнолда не было).

Так как критическая статическая скорость больше динамической, то, раз начавшись, унос почвы ветром распространяется на большое расстояние. Начинается же процесс на небольших возвышениях, под действием вихрей и случайных причин. Эффективность даже невысоких препятствий (кулисы из кукурузы и т. п.) в борьбе против ветровой эрозии объясняется тем, что частицы почвы не могут перепрыгнуть через препятствие и продолжить процесс [528].

Результаты измерений критических скоростей течения для песков различной дисперсности, опубликованные Бегнолдом [527], изображены на рис. 77. Сплошные линии, I для динамической и II для статической скоростей, построены по экспериментальным точкам; прерывистая часть линий — экстраполяция. По оси абсцисс отложено \sqrt{r} , по оси ординат — критическая скорость течения. Как видно из графика, при $r > 50 \mu$ $U_{кр}^*$ пропорциональна \sqrt{r} , а именно

$$(\text{динам.}) U_{кр}^* = 164 \sqrt{r} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}, \quad (57.6)$$

$$(\text{стат.}) U_{кр}^* = 208 \sqrt{r} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}. \quad (57.7)$$

Ниже 50μ $U_{кр}^*$ возрастает при переходе к более мелким частицам благодаря молекулярным силам между частицами (в полном согласии с вышеизложенным).

При теоретическом расчете критических скоростей следует учесть, что в данном случае профиль скоростей течения соответствует течению около шероховатых стенок и выражается формулой

$$U/U^* = 5,75 \lg \left(\frac{30z}{z_0} \right), \quad (57.8)$$

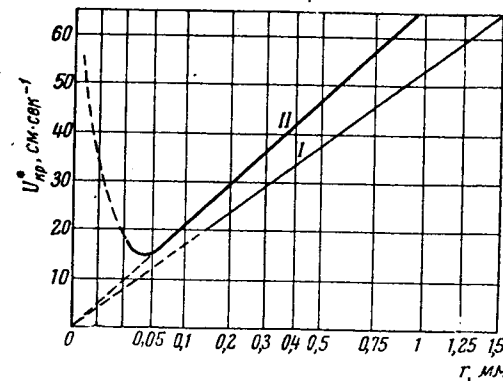


Рис. 77. Критические скорости течения для песков.

где z_0 приблизительно равно высоте неровностей, т. е. диаметру песчинок. По мнению Бегнолда, перекачивание песчинок происходит под действием силы трения между воздухом и поверхностью песка. Принимая, что сила трения, действующая на частицу, лежащую на слое песка (рис. 78), такая же, как для частицы верхнего слоя песчинок, т. е. равна $\pi r^2 \tau_0$, найдем условие перекачивания песчинки, приравнявая момент силы тяжести F_2 последней относительно точки прикосновения А, равный $\frac{2}{3} \pi r^4 \gamma g$, к моменту гидродинамической силы F_1 около той же точки, $\frac{4}{3} \pi r^3 \tau_0$. Условие перекачивания выразится неравенством $\tau_0 > 0,5 r \gamma g$, откуда

$$U_{кр}^* = \left(\frac{r \gamma g}{2 \tau_0} \right)^{1/2}. \quad (57.9)$$

Мы получили соответствующую опытам Бегнолда зависимость критической скорости от размера песчинок, но абсолютное значение статической $U_{кр}^*$ в $4^{1/2}$ раза меньше вычисленного по формуле (57.9). Таким образом, сила, действующая на лежащую на слое песка частицу, больше, чем на такую же частицу, лежащую вровень с поверхностью слоя. Попробуем рассчитать $U_{кр}^*$, используя указанный в начале этого параграфа способ расчета — по лобовому сопротивлению частицы и принимая, что

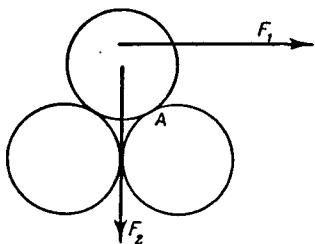


Рис. 78. Схема перекачивания песчинки.

точка приложения этого сопротивления находится в центре частицы и что скорость течения на уровне центра частицы выражается формулой (57.8), в которой положено $z = 2z_0$ и, следовательно, $U_r \approx 10U^*$. Мы придем к формуле

$$U_{кр}^* = \left(\frac{0,013 r \gamma g}{\psi \gamma_g} \right)^{1/2}. \quad (57.10)$$

Благодаря наличию коэффициента ψ в этом выражении пропорциональность между $U_{кр}^*$ и \sqrt{r} здесь нарушается. Для наиболее тщательно изученного Бегнолдом песка с $r = 0,12$ мм можно рассчитать, что $\psi = 3,9$, и из (57.10) следует, что $U_{кр}^* = 8$ см·сек⁻¹, тогда как опытное значение статической $U_{кр}^* = 23$ см·сек⁻¹. Таким образом, как и в случае скольжения по гладкой стенке, мы переоценили величину лобового сопротивления частиц.

Наблюдения Бегнолда [530] в песчаной пустыне с тем же размером песчинок показали, что в этом случае $U_{кр}^* = 23$ см·сек⁻¹, т. е. равна $U_{кр}^*$ статической в аэродинамической трубе. Это значение $U_{кр}^*$ соответствует скорости ветра 5,2 м·сек⁻¹ на высоте 10 см и 6,5 м·сек⁻¹ на высоте 1 м. Для таких же песчинок Н. Соколов [531] нашел критическую скорость ветра 4,5—6,7 м·сек⁻¹ на высоте 10 см и также обнаружил про-

порциональность $U_{кр}$ и \sqrt{r} . По Гензелю (см. [532]), передвижение песков начинается при следующих скоростях ветра (табл. 37).

Таблица 37

Критическая скорость ветра для песков различной крупности

r , мм	0,087—0,12	0,12—0,25	0,25—0,5	0,5—1,0
$U_{кр}$, см·сек ⁻¹ (сухой песок)	380	480	600	900
$U_{кр}$, см·сек ⁻¹ (песок с 2% влаги)	600	750	950	1200

И здесь для сухого песка получается приблизительная пропорциональность $U_{кр}$ и \sqrt{r} , которую можно, таким образом, считать довольно прочно установленной.

По Чепилу [528], легче всего эродируют почвы с $r = 0,05—0,07$ мм, для которых $U_{кр} = 3,6—4$ м·сек⁻¹ на высоте 15 см. Почвы с $r < 25 \mu$ и пески с $r > 0,5$ мм практически не эродируют; первые, как уже говорилось, — благодаря силам сцепления между частицами.

Прыгающие песчинки, получающие импульс от воздушного потока, в свою очередь затормаживают последний в приземном слое. Бегнолд измерил в аэродинамической трубе распределение скоростей течения над слоем увлажненного песка, неподвижного даже при скорости воздуха выше критической, и над тем же слоем после его высыхания, когда начался процесс переноса песка течением. Результаты этих опытов представлены на рис. 79, в котором по оси абсцисс отложена скорость течения, по оси ординат — вертикальное расстояние от поверхности песка в логарифмическом масштабе. Прерывистые линии профиля скорости относятся к влажному, сплошные — к сухому песку с $r = 0,09—0,15$ мм, две крайние левые линии — к тому и другому, так как скорость воздуха здесь меньше критической. На каждой линии указана соответствующая скорость трения. Как видно из графика, над влажным песком распределение скоростей соответствует логарифмическому профилю (57.8) с $z_0/30 = 0,0015$ см. Профильные линии пересекаются в фокусе с координатами $z = 0,0015$ см, $U = 0$. Над сухим песком на высоте 2 мм скорость течения не зависит от средней скорости воздуха в трубе U , а ниже 2 мм, как указывает Бегнолд, скорость течения даже уменьшается при возрастании U . Вообще же скорость течения в приземном слое значительно меньше, чем в отсутствие прыгающих песчинок. Это объясняется сильным увеличением числа прыгающих песчинок с возрастанием U и соответствующим увеличением потери импульса потоком. В этом случае фокус профильных линий имеет координаты $z = 0,2$ см, $U = 200—250$ см·сек⁻¹.

Количество переносимого воздушным потоком в единицу времени песка указанной выше дисперсности выражается по Бегнолду [527] формулой

$$q = 1,5 \cdot 10^{-8} (U - U'_{кр})^3, \quad (57.11)$$

где U — скорость течения на высоте 1 м, а $U_{кр}$ — критическая скорость на высоте фокуса, т. е. 250 см · сек⁻¹. Измерения, проведенные Бегнолдом в Ливийской пустыне, дали весьма сходные результаты.

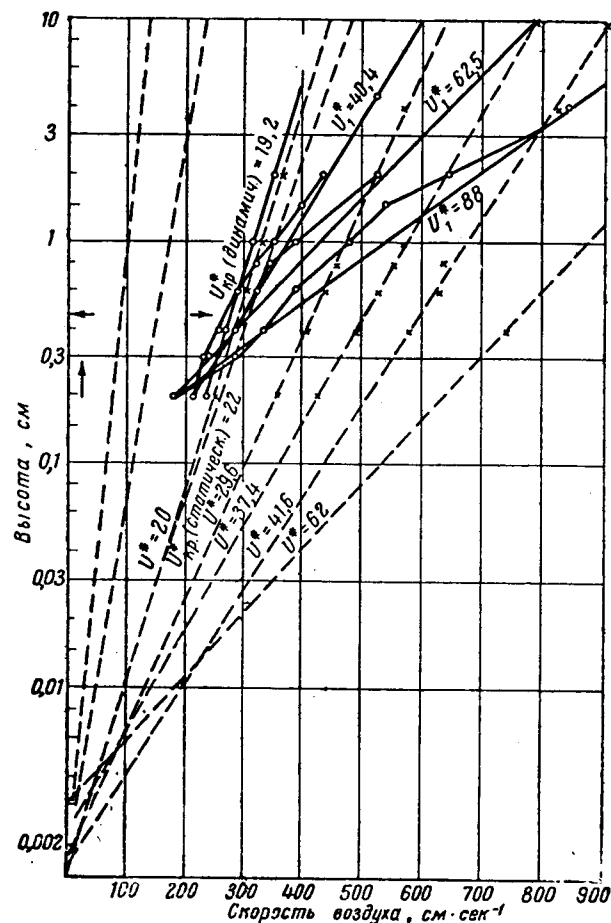


Рис. 79. Влияние прыгающих песчинок на профиль скорости ветра.

Заметный перенос снега начинается по Л. Дановскому [533] при силе ветра 4—5 м · сек⁻¹ (на льду уже при 2 м · сек⁻¹) и быстро растет по мере усиления ветра. Если принять за единицу скорость переноса снега при скорости ветра 5—7 м · сек⁻¹, то при скорости ветра 8—10 м · сек⁻¹ перенос достигает 10, при 11—14 м · сек⁻¹ — 30 и при 15—18 м · сек⁻¹ — 70. Таким образом, скорость переноса снега растет приблизительно пропорционально

$(U - U_{кр})^2$. Быстрым ростом переноса снега и песка при увеличении силы ветра объясняется ужасный характер этих явлений во время сильных бурь.

Переходя к вопросу об отрыве частиц от поверхности воздушным потоком, заметим, что в настоящее время механизм этого явления еще не вполне ясен.

К крупным частицам, обтекание которых воздухом приближается к потенциальному типу, можно применить известную теорему Н. Жуковского. Как показал С. Чаплыгин [534], в случае частицы, имеющей форму полуцилиндра, лежащего на стенке своей плоской стороной, подъемная сила на единицу длины полуцилиндра выражается формулой

$$F_M = \frac{8}{3} \gamma_0 r U^2, \quad (57.12)$$

где r — радиус полуцилиндра. По Джефризу [535], аналогичная формула

$$[F_M = \pi \left(\frac{1}{3} + \frac{\pi^2}{9} \right) \gamma_0 r U^2] \quad (57.13)$$

получается для цилиндрических частиц. U , означает здесь, как и выше, скорость течения на уровне середины частицы.

То, что на находящуюся на стенке или очень близко от нее крупную частицу действует подъемная сила, следует также из опытов А. Лосиевского [536], установившего наличие такой силы в опытах с прямоугольной пластинкой толщиной 3,8 мм, помещенной в текущую воду параллельно дну и на расстоянии 0,5 мм от последнего. Эйнштейн и Эль-Самни [537] измерили давление в различных точках поверхности полушарий с $r=3,4$ см, лежащих своей плоской поверхностью на дне канала, и установили наличие подъемной силы, пропорциональной $\gamma_0 U^2$. При этом величина этой силы непрерывно и значительно пульсирует. По мнению авторов, отрыв частиц от дна происходит в тот момент, когда пульсирующая сила достигает определенной критической величины.

Наглядно происхождение подъемной силы можно объяснить следующим образом. При обтекании препятствия, находящегося на поверхности земли или на стенке, поле течения имеет вид, изображенный на рис. 67; у верхней части препятствия скорость течения возрастает, у нижней части — уменьшается. Так как вдали от препятствия статическое давление воздуха в вертикальном сечении вблизи пристенного слоя постоянно, то по теореме Бернулли давление воздуха у верхней части препятствия должно быть меньше, чем у нижней. Если препятствие имеет форму лежащего цилиндра или шара и т. п., то возникает направленная вверх результирующая сила. Надо подчеркнуть, что к мелким, утопленным в ламинарном слое частицам все сказанное выше неприменимо, так как в этом слое вязкие силы превосходят инерционные, и теорему Бернулли применять нельзя.

На катящуюся по стенке со скоростью, меньшей скорости воздуха, частицу действует направленная вверх сила Магнуса, величину которой можно рассчитать по той же теореме Жуковского. По мнению но-

которых авторов (Б. Турицына [538], Р. Юнга [539] и др.), этот эффект является главной причиной отрыва частиц от стенок. Подъемная сила равна в случае цилиндрической частицы с радиусом r (на 1 см ее длины)

$$F_M = 2\pi r \rho_a U_R V_r, \quad (57.14)$$

где U_R — относительная скорость воздуха и частицы, а V_r — ливневая скорость поверхности катящейся частицы по отношению к ее оси, совпадающая с поступательной скоростью частицы. U_R и V_r меньше U , но числовой коэффициент в формуле (57.14) больше, чем в (57.13). Вообще же эти две формулы дают примерно одинаковый порядок величины для F_M . Формула (57.14) также неприменима к утопленным в ламинарном слое частицам.

Если вычислить по формуле (57.13) скорость течения, необходимую для отрыва частицы от горизонтальной стенки, то окажется, что эта скорость значительно меньше скорости, необходимой для скольжения или перекачивания частиц по поверхности. Между тем в действительности (например, в опытах Бегнолда) частицы сперва начинают перекачиваться, а затем уже отрываются. Это лишний раз указывает на неприменимость формул (57.12) — (57.14) к мелким частицам.

Повидимому, в очень многих случаях, отрыв частиц от горизонтальных стенок воздушным потоком происходит следующим образом. Частицы сперва начинают двигаться (скользить или катиться) по поверхности. По достижении достаточно большой скорости небольшие возвышения на поверхности стенки или самой частицы приводят к подпрыгиванию частицы. Если при этом она выпрыгнет из ламинарного слоя, ее подхватят турбулентные вертикальные пульсации, а в случае катящейся частицы — также сила Магнуса, и частица будет унесена далеко от стенки. Сходно происходит по всей вероятности и отрыв от стенок мелких частиц, удерживаемых главным образом молекулярными силами. Если поставить вертикально осыпанную каким-нибудь порошком пластинку, более крупные частицы скатятся, более мелкие останутся на пластинке. Если теперь осторожно повернуть ее осыпанной стороной вниз, то все приставшие части останутся на пластинке. Это показывает, что сила, необходимая для отрыва частицы в перпендикулярном к поверхности направлении, во всяком случае, не меньше той силы, которая нужна для передвижения частицы по поверхности¹. Так как гидродинамические силы вдоль поверхности всегда больше, чем перпендикулярно к ней, то естественно ожидать, что началом движения частицы будет ее перемещение по поверхности (скольжение или перекачивание). При этом неизбежно произойдет уменьшение числа точек соприкосновения между частицей и стенкой, а следовательно, и убывание силы сцепления. Вероятность отрыва частицы от стенки при этом значительно возрастет.

¹ В работе Б. Дерягина, С. Ратнера и М. Футрана [540] показано, что сила статического трения между свежевытянутыми кварцевыми витями в отсутствие внешней нагрузки равна силе, необходимой для отрыва витей друг от друга.

Помимо прыжков, причиной отрыва частиц может быть местный отрыв вихрей от поверхности (например, у возвышений в слое песка или почвы), далее вихри с вертикальной осью (смерчи): внутри их создается центробежной силой пониженное давление, и при засасывании в них почвенного воздуха он может увлечь с собой и частицы почвы.

Способность мелких частиц противодействовать отрыву их от стенок, называемая прилипаемостью, имеет большое значение для инсектицидных порошков (дустов). Так как в данном случае речь идет об отрыве от стенок (листьев и т. д.), расположенных под различными углами к горизонтали, то собственный вес частиц уже не затрудняет, а облегчает отрыв, так что прилипаемость обуславливается исключительно величиной молекулярных сил. Поэтому прилипаемость улучшается с уменьшением размера частиц во всем интервале дисперсности. Помимо размера частиц имеет, конечно, значение их форма и природа частицы и стенки, от которой зависит величина σ в формуле типа (56.3). Далее большую роль играет, повидимому, пластичность частицы и стенки. В точке их соприкосновения под действием молекулярных сил происходит сплющивание соприкасающихся поверхностей. Как показал Б. Дерягин [500], если это сплющивание носит характер пластической деформации, оно приводит к значительному возрастанию силы, необходимой для отрыва частицы. Поэтому частицы мягких веществ прилипают лучше, чем твердых. Укажем в качестве примера, что на посыпанной пирофиллитовым порошком металлической пластинке остается после постукивания в 20 раз больше частиц, чем в случае порошка примерно с той же степенью дисперсности, полученного из значительно более твердого материала — боксита [541]. Далее, понятно, что плоские или игольчатые частицы прилипают лучше, чем округленные частицы с тем же объемом. Огромное значение имеет здесь влажность: образующийся в месте соприкосновения шарообразной частицы и стенки водный мениск притягивает частицу к стенке с силой порядка $2\pi r\sigma$, где σ — поверхностное натяжение воды [501]. Так как радиус частицы, вообще говоря, значительно больше радиусов кривизны тех субмикроскопических выступов, по которым происходит фактически соприкосновение (см. стр. 317), то прилипаемость весьма сильно повышается с влажностью. С другой стороны, при прилипании частиц к стенкам нередко возникают большие электростатические силы, и в этом случае влажность может уменьшить прилипаемость. Этими качественными соображениями нам приходится удовольствоваться, так как экспериментальный материал по прилипкости различных порошков весьма скуден.

§ 58. Распыление и флюидизация порошков

В этом § мы рассмотрим процесс распыления порошкообразных веществ, т. е. перевода их из агрегированного состояния в состояние аэрозоля. В предыдущем параграфе мы встретились с частным случаем распыления: при обтекании слоя порошка воздушным потоком при сравнительно не-

больших скоростях течения дело сводится к отрыву частиц с поверхности слоя и уносу их вверх турбулентным потоком. Таков, повидимому, основной механизм перехода твердых частиц в аэрозольное состояние в природе. Одновременно с уносом частиц происходит уплотнение слоя воздушным потоком, образование хорошо обтекаемых профилей в слое [522] и т. д., и унос частиц прекращается. Для возобновления процесса теперь требуется уже значительно большая скорость течения, затем все повторяется снова. Однако при очень больших скоростях течения одновременно с уносом отдельных частиц происходит также вырывание целых агрегатов, мгновенно распыляемых воздушным потоком, на поверхности слоя образуются углубления [526], поверхность делается все более неровной, что облегчает дальнейшее вырывание агрегатов. Здесь наблюдается, таким образом, переход от «поверхностного» к «объемному» распылению. Последнее происходит также в пылевых форсунках, служащих для распыления угольной пыли в топках, при воздушной сепарации порошкообразных материалов (см. стр. 54), распылении инсектицидных препаратов (дустов), проведении химических реакций в «кипящем слое» и т. д. и имеет, таким образом, очень большое значение в технике. Понимание механизма распыления порошков значительно продвинулось за последнее время благодаря экспериментальному изучению флуидизации порошков (т. е. перевода их в «кипящее» состояние), представляющей большой интерес для химической технологии. Поэтому мы начнем с описания этого явления, исследованного в газообразной и жидкой среде.

Если через слой порошка, находящийся в цилиндрическом сосуде с пористым дном, пропускать снизу с постепенно возрастающей скоростью воду или какой-нибудь газ, то наблюдаются следующие явления (см. рис. 80, изображающий флуидизацию воздухом стеклянного порошка с шарообразными частицами радиусом 0,135 мм [542]). При малых скоростях течения частицы порошка остаются неподвижными, высота слоя L и коэффициент заполнения пространства ϕ постоянны, а сопротивление слоя Δp выражается известной формулой Козени:

$$\Delta p = L \operatorname{grad} p = \frac{\kappa L U \eta \phi^2}{r^2 (1 - \phi)^2}, \quad (58.1)$$

где $\operatorname{grad} p$ — градиент давления среды в слое; r — средний радиус частиц; L — высота слоя; U — скорость течения над слоем; κ — коэффициент, зависящий от формы частиц. Когда градиент давления среды сравняется с градиентом гидростатического давления порошка, равным $g\phi(\gamma - \gamma_g)$, т. е. когда

$$\Delta p = L g \phi (\gamma - \gamma_g) = \frac{\kappa L U_{кр} \eta \phi^2}{r^2 (1 - \phi)^2}, \quad (58.2)$$

равнодействующая всех действующих на частицу сил делается равной нулю. При достижении скорости течения $U_{кр}$, соответствующей этому урав-

нению, слой начинает расширяться, а сопротивление делается постоянным, так как произведение $L\phi$, очевидно, постоянно.

Уже на этой стадии расширения слоя начинает сказываться влияние среды и дисперсности на поведение порошков. При флуидизации в газообразной среде порошков с $r > 0,15 - 0,20$ мм, а в водной среде — еще при значительно большей дисперсности, сопротивление слоя продолжает удовлетворять формуле (58.1), а расширение слоя, т. е. убывание ϕ по мере возрастания скорости течения, может быть определено из уравнения (58.2). Это показывает, что порошок в этих условиях расширяется равномерно; соприкосновение между соседними частицами сохраняется, но

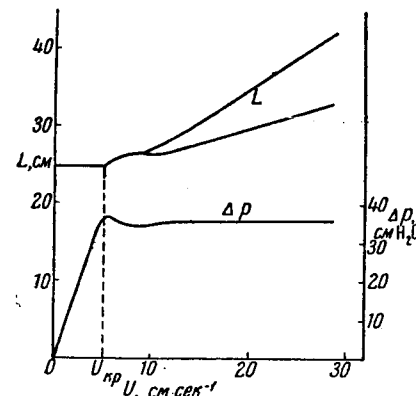


Рис. 80. Зависимость между скоростью течения, давлением и высотой слоя при флуидизации.

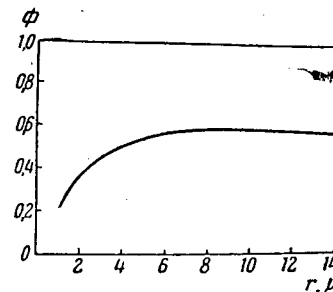


Рис. 81. Дисперсность и насыпной вес порошков.

порошок принимает более рыхлую структуру. Так, в случае изодисперсного порошка с шарообразными частицами ϕ убывает примерно от 0,66 до 0,54 [543]. Так как при наиболее плотной упаковке шаров $\phi = 0,74$, а при простой кубической упаковке $\phi = 0,52$, то в рассматриваемом случае структура расширенного слоя близка к простой кубической упаковке.

В более дисперсных порошках, в которых заметную роль начинают играть силы сцепления между частицами, наблюдаются отклонения от формулы (58.1); отношение $U/\Delta p$ растет скорее, чем по этой формуле, и пропорционально не $(1 - \phi)^2/\phi^2$, а $[(1 - \phi^3)/\phi^2]^s$ ($s > 1$), причем коэффициент s растет по мере уменьшения размера частиц [544]. Это наблюдение показывает, что здесь происходит уже не равномерное расширение порошка, а распадение его на отдельные агрегаты, между которыми образуются щелеобразные ходы. Через эти ходы проходит значительная часть газа, и поэтому скорость течения больше вычисленной по формуле (58.1).

Заметим, что влияние сил сцепления на свойства порошков сказывается и в статических условиях (в отсутствие движения воздуха). Так называемый «насыпной удельный вес» порошка, равный $\phi\gamma$, в грубых порошках почти не зависит от размера частиц, так как определяется отноше-

ем тяжести частиц к пропорциональной ей силе трения между частицами. Однако по мере увеличения дисперсности порошка начинают сказываться молекулярные силы, увеличивающие силу трения между частицами и способствующие образованию более рыхлой структуры; поэтому насыпной вес начинает уменьшаться [545] (см. рис. 81). Аналогично обстоит дело с углом естественного откоса порошков, также не зависящим от размера частиц в очень грубых порошках и возрастающим при переходе к мелким частицам [546].

В водной среде молекулярные силы между частицами так малы или, точнее, расклинивающее действие воды по Б. Дерягину так велико, что равномерное расширение происходит и в высокодисперсных порошках. В газообразной же среде работа, затрачиваемая на преодоление молекулярных сил при равномерном расширении слоя из мелких частиц, значительно больше, чем работа, необходимая для разрыва порошка на отдельные агрегаты, почему и происходит именно последнее.

По мере расширения слоя его текучесть (измеряемая, например, по сопротивлению, оказываемому слоем вращающейся в нем мешалке) возрастает в несколько десятков раз [547], а угол откоса значительно уменьшается [542], т. е. порошок приближается по своим свойствам к жидкому телу. В водной среде угол откоса в конце концов доходит до нуля, что указывает на прекращение контакта между частицами. В газообразной среде угол сохраняет некоторую конечную величину.

Следует заметить, что выражаемая уравнением (58.2) закономерность соблюдается в газообразной среде лишь при условии, что высота слоя не намного превосходит диаметр трубки, в которой находится порошок. В противном случае начинает сказываться трение порошка о стенки трубки, и расширение слоя начинается при отношении $grad p / g \rho \gamma$, несколько превышающем единицу [548].

После того, как расширение слоя достигло определенной величины, составляющей в зависимости от свойств и дисперсности порошка от 5 до 20 % начального объема, частицы начинают двигаться, а сопротивление слоя несколько уменьшается (см. рис. 80), вероятно, благодаря уменьшению трения между частицами. Дальше картина в случае водной и газообразной среды резко различна. В первом случае наблюдается «совершенная» флуидизация: слой продолжает равномерно расширяться, частицы свободно подвешены в потоке, а зависимость между коэффициентом ϕ и скоростью течения — та же, что и между ϕ и скоростью оседания суспензии в ограниченном объеме [542] (см. § 14).

Может ли иметь место совершенная флуидизация в газообразной среде — неизвестно, так как с теми порошками, которые должны особенно хорошо флуидизироваться, например с лycopодием, опытов не производилось. Во всяком случае условия для совершенной флуидизации в газообразной среде весьма неблагоприятны вследствие большой величины молекулярных сил и малой вязкости газов. Поэтому здесь наблюдается следующая картина. В случае грубых порошков через равномер-

но расширившийся слой при известной скорости течения газ начинает барботировать, как через жидкость. Высота слоя продолжает поэтому расти, но сильно колеблется (см. рис. 80). Пузырьки газа производят весьма энергичное перемешивание порошка, носящее характер циркуляции с подъемом в середине трубки и опусканием у стенок [544]. В этом состоянии порошок весьма напоминает кипящую жидкость. По мере увеличения скорости течения начинается увлечение из «жидкой» фазы, т. е. из кипящего слоя в «газообразную» (аэрозольную) фазу частиц, скорость оседания которых меньше скорости течения над слоем; концентрация частиц в аэрозольной фазе все возрастает; наконец, граница между обеими фазами исчезает, и порошок целиком выдувается газом [549].

Что касается структуры расширенного слоя в описываемом случае, то, как видно из изложенного ниже, контакт между частицами сохраняется, но вследствие уравнивания силы тяжести давлением газа трение между частицами весьма мало, чем и объясняется высокая текучесть флуидизированных порошков.

То, что в грубых порошках, в которых силы сцепления не должны играть заметной роли, совершенной флуидизации все же не наблюдается, повидимому, объясняется действием гидродинамических сил (§ 23) между частицами [550], не позволяющих слою порошка равномерно расширяться. Эти силы возрастают с увеличением размера частиц.

В случае тонких порошков наблюдается так называемая агрегативная флуидизация. При небольших скоростях течения в слое образуются каналы, через которые и проходит основная масса газа. При увеличении скорости течения каналы разрушаются, в слое начинается энергичное перемешивание и непрерывное образование и распад агрегатов, сопровождающееся уносом отдельных частиц в аэрозольную фазу. Чем мельче частицы, тем сильнее выражена их агрегация и тем хуже идет флуидизация. Так как гидродинамические силы возрастают, а эффект молекулярных сил убывает с увеличением размера частиц, то следует ожидать, что при некоторой промежуточной степени дисперсности порошка условия для равномерной флуидизации оптимальны. Действительно, имеются указания, что наиболее равномерная флуидизация порошков наблюдается при $g = 25 \mu$ [551] и 20μ [552] и что тенденция к образованию пузырей в слое возрастает с увеличением g в грубых порошках и с уменьшением g в тонких порошках [553].

Так как трение порошков о стенки трубки убывает по мере увеличения размера частиц (уменьшается эффект молекулярных сил), то в грубых порошках и при малом диаметре трубки наблюдается явление «захлебывания» в слое: он целиком поднимается газом, затем газ пробивается через слой, и он снова оседает.

Применение флуидизированных катализаторов представляет следующие преимущества: свободный доступ реагирующих газов к поверхности частиц катализатора, быстрый отвод тепла, позволяющий избежать перегрева, возможность непрерывной передачи катализатора от

реактора к регенератору и обратно. Коэффициент теплопередачи от текущего в трубе газа к стенкам значительно повышается в присутствии флуидизированного порошка вследствие весьма интенсивного перемешивания порошка пузырьками газа [554]. Наибольшее применение флуидизированные катализаторы получили в парофазном крекинге углеводородов.

Если постепенно уменьшать скорость течения, то после полной остановки тока газа слой порошка остается в расширенном состоянии; для возвращения в первоначальное нерасширенное состояние его надо утраивать [544]. Отсюда следует, что в расширенном слое контакт между частицами сохраняется, и встречающееся в литературе утверждение, что в расширенном слое частицы окружены со всех сторон «газовой пленкой» и, следовательно, не соприкасаются друг с другом, неосновательно. Указанным путем удобно определять значения ϕ_{min} , соответствующие расширенному состоянию и приведенные в табл. 38 [555]. В таблице приведены также значения ϕ_0 , соответствующие покоящемуся нерасширенному слою. Если измерять ϕ_{min} , постепенно увеличивая скорость течения, результаты получаются колеблющиеся. В этом случае ϕ_{min} зависит от начальной упаковки частиц [556], так как они не успевают перераспределиться. Некоторые авторы измеряли ϕ_{min} при пропускании газа и получили значительно меньшие значения, чем в таблице, благодаря наличию в слое пузырьков газа. Заметим, что величина ϕ_{min} соответствующая максимально возможной пористости или максимально возможному объему данного порошка при сохранении контакта между частицами, является одной из важнейших физических характеристик порошкообразных материалов.

Таблица 38

Значения коэффициента заполнения пространства при флуидизации порошков

	r, μ	ϕ_0	ϕ_{min}
Стеклянные шарики . .	285	0,67 ^{0,33}	0,55 ^{0,45}
	115	0,66 ^{0,31}	0,54 ^{0,44}
	185	—	0,58 ^{0,42}
Песок округленный . .	80	—	0,56 ^{0,40}
	42	—	0,53 ^{0,37}
	25	—	0,46 ^{0,34}
	160	—	0,50
	100	—	0,47
Песок угловатый . . .	42	—	0,43
	27	—	0,42
	187	0,50	0,48
Окись железа	100	0,48	0,44
	35	0,42	0,39

Как видно из табл. 38, степень заполнения пространства убывает вместе с размером частиц не только в покоящемся, но и в расширенном слое, что также указывает на сохранение молекулярных сил, а следовательно, и контакта между частицами при расширении слоя.

Заметим, что некоторые порошки могут быть переведены в расширенное состояние не только путем пропускания через них газа, но и простым осторожным пересыпанием [557]. В таком состоянии некоторые порошки также обладают большой текучестью и напоминают по своим свойствам жидкость. Очевидно, находящийся между частицами воздух тормозит их падение и способствует образованию рыхлой структуры. Так как в данном случае сила тяжести не уравновешивается, текучесть некоторых порошков вероятно объясняется малостью молекулярных сил, а следовательно, и силы трения между частицами. Наибольшей текучестью обладает, повидимому, ликоподий, чему способствуют его высокая изодисперсность, легкость и шарообразность частиц, а также наличие на их поверхности ребрышек, способствующих рыхлости структуры порошка.

В опытах по флуидизации пока выяснено лишь влияние среды (водной или газообразной) и отчасти дисперсности порошка на его распыляемость, т. е. способность переходить в аэрозольное состояние. Влияние формы частиц и природы вещества совершенно не выяснено. Между тем известно, что некоторые порошки сильно «пылят» при пересыпании, а другие с той же степенью дисперсности не пылят. Вопрос о распыляемости порошков имеет большое значение в технике, особенно при опылинии растений инсектицидными препаратами. Здесь можно повторить многое из сказанного в предыдущем параграфе о прилипаемости: распыляемость определяется в первую очередь величиной сил сцепления между частицами, она улучшается при возрастании размеров частиц и весьма сильно зависит от влажности порошка. Поэтому неувлажняющиеся гидрофобные порошки (например, тальк) распыляются лучше гидрофильных (кварца, известняка). По Альбинсону [481], скорость просеивания кварцевого порошка с $r=25-50 \mu$ через сито зависит от влажности воздуха, в котором хранился порошок, и начинает резко снижаться при влажности выше 70%. Однако при влажности <10% также наблюдается некоторое снижение скорости просеивания, причем это явление устраняется при добавлении к порошку следов радиоактивного вещества, т. е. при снятии зарядов с частиц. Повидимому, возникающие при просеивании очень сухого порошка заряды способствуют образованию прочных агрегатов или же прилипанию частиц к ситам.

Порошки из мягких, пластичных материалов распыляются хуже, чем из твердых; изодисперсные порошки распыляются лучше полидисперсных, так как в последних степень заполнения пространства, а следовательно, и число точек соприкосновения между частицами больше, чем в первых.

Экспериментальные данные по распыляемости различных порошков весьма скудны. Здесь можно привести лишь данные, полученные Андре-

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Gibbs. J. Soc. Chem. Ind., 51, 1042 (1932).
2. Е. Вигдорчик. Задержка аэрозолей при дыхании, ЛИОТ, Л. 1948, гл. I.
3. Handbuch der Physik. Berlin, Bd. 22 (I), Kap. 4 (1933).
4. Handbuch der Experimentalphysik. Leipzig, Bd. 13 (I), Kap. 5 (1929).
5. B. Vonnegut. Chem. Rev., 44, 277 (1949).
6. D. Sinclair, V. La Mer. Chem. Rev., 44, 245 (1949).
7. Н. Фигуровский. Сб. «Проблемы кинетики и катализа», ОНТИ, М.—Л., 7, 9 (1949).
8. M. Neiburger, M. Wurttele. Chem. Rev., 44, 321 (1949).
9. P. Roller. J. Frankl. Inst., 223, 609 (1937).
10. P. Rosin, E. Rammner. Koll. Z., 67, 16 (1934).
11. Нуклама, Танасави. Цитир. по Н. Lewis. Ind. Eng. Chem., 40, 67 (1948).
12. J. Zeleny, L. McKeehan. Phys. Z., 11, 78 (1910).
13. Л. Левин. ДАН СССР, 94, 1045 (1954).
14. T. Hatch, S. Choate. J. Frankl. Inst., 207, 369 (1929).
15. C. Voegtlin, H. Hodge. Pharmacology and toxicology of uranium compounds. New York, 1949, p. 468.
16. S. Friedman. Chem. Eng. Progr., 48, 118 (1952).
17. W. Ranz, J. Wong. Arch. Ind. Hyg. Occ. Med., 5, 464 (1952).
18. F. Kottler. J. Frankl. Inst., 250, 339, 419 (1950).
19. А. Колмогоров. ДАН СССР, 31, 99 (1941).
20. В. Epstein. Ind. Eng. Chem., 40, 2289 (1948).
21. T. Hatch, S. Choate. J. Frankl. Inst., 215, 27 (1933).
22. Г. Ромашов. Основные принципы и методы определения дисперсного состава промышленных пылей. ЛИОТ, Л., 1938, стр. 16.
23. Ichida. Nature, 140, 70 (1937).
24. G. Placzek. Z. Phys., 55, 81 (1929).
25. R. Sanzenbacher. Z. Phys., 39, 251 (1926).
26. J. Mattauich. Z. Phys., 32, 439 (1925).
27. O. Trauner. Z. Phys., 46, 237 (1928).
28. E. Wasser. Z. Phys., 27, 226 (1924).
29. R. Bowling и др. Ind. Eng. Chem., News Ed., 19, 965 (1941).
30. И. Артемов. Сб. «Новые идеи в области изучения аэрозолей». Изд-во АН СССР, 1949, стр. 68.
31. Р. Уайтлоу-Грей, Х. Паттерсон. Дым. Госхимтехиздат, М. 1934, гл. 10.
32. W. Gerlach. Phys. Z., 20, 298 (1919).
33. E. Regener. Ber. Preuss. Akad. Wiss., 192, 632 (1920).
34. H. Wadell. J. Frankl. Inst., 217, 459 (1934).
35. Ю. Ранько. Колл. ж., 10, 42 (1948).
36. E. Hanson, J. Daniel. J. Appl. Phys., 18, 439 (1947).
37. P. Epstein. Phys. Rev., 23, 710 (1924).
38. R. Millikan. Phys. Rev., 21, 217 (1923).
39. R. Millikan. Phys. Rev., 22, 1 (1923).
40. J. Weysenhoff. Ann. Phys., 62, 1 (1920).
41. Handbuch der Experimentalphysik. Leipzig, Bd. 4 (II), 342 (1932).
42. C. Oseen. Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik. Leipzig, 1927, § 16.
43. W. Rybczynski. Anzeig. Akad. Krakau, s. 40 (1911).
44. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947, § 337.
45. Г. Ламб. Там же, § 338.
46. E. Cunningham. Proc. Roy. Soc., 83 A, 357 (1910).
47. L. Stacey. Phys. Rev., 21, 239 (1923).
48. E. Wasser. Phys. Z., 34, 257 (1933).
49. M. Knudsen, S. Weber. Ann. Phys., 36, 982 (1911).
50. M. Reiss. Z. Phys., 39, 623 (1926).
51. T. Laby. Nature, 150, 648 (1942).
52. Handbuch der Experimentalphysik. Leipzig, Bd. 4 (II), 339 (1932).
53. Р. Милликен. Электроны. Госиздат, М., 1923, гл. 4 и 5.
54. G. Kellström. Nature, 136, 682 (1935).
55. S. Goldstein. Proc. Roy. Soc., 123 A, 225 (1929).
56. J. Schmiedel. Phys. Z., 29, 593 (1928).
57. H. Möller. Phys. Z., 39, 57 (1938).
58. Handbuch der Experimentalphysik. Leipzig, Bd. 4 (II), Kap. 4, 13 (1932).
59. C. Davies. Proc. Phys. Soc., 57, 260 (1945).
60. Л. Клячко. Отопл. и вентил., № 4 (1934).
61. E. Pettijohn, E. Christiansen. Chem. Eng. Progr., 44, 157 (1948).
62. J. McNow, J. Malaika. Trans. Am. Geoph. Union, 31, 74 (1950).
63. R. Gans. München. Ber., S. 191 (1911).
64. W. Kunkel. J. Appl. Phys., 19, 1056 (1948).
65. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947, § 124.
66. A. Kilb. Forsch. Ingen. Wesen, 58, 6, 89 (1934).
67. П. Лященко. Гравитационные методы обогащения. Гостоптехиздат, М., 1940, стр. 40.
68. A. Peterlin, H. Stuart. Z. Phys., 112, 1 (1939).
69. G. Jeffery. Proc. Roy. Soc., 102 A, 161 (1923).
70. B. Trevelyan, S. Mason. J. Coll. Sci., 6, 354 (1951).
71. C. Oseen. Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik. Leipzig, 1927, § 18.
72. Handbuch der Experimentalphysik. Leipzig, Bd. 4 (II), 367 (1932).
73. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947, стр. 774.
74. R. Finn. J. Appl. Phys., 24, 771 (1953).
75. J. Heiss, J. Coull. Chem. Eng. Progr., 48, 133 (1952).
76. Сб. «Вопросы очистки воздуха от пыли». М., Всесоюз. научно-исслед. изд-во теплоснабжения, отопления и вентиляции, 52 (1940).
77. H. Gonell. Z. Ver. Deutsch. Ing., 72, 27 (1928).
78. H. Herwig. Feuerungstechnik, 28, 122 (1940).
79. R. Gunn. J. Meteor., 6, 243 (1949).
80. A. Best. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 76, 302 (1950).
81. D. Blanchard. Trans. Am. Geoph. Union, 31, 836 (1950).
82. M. Smoluchowski. Proc. Internat. Mathem. Congr. Cambr. (1912).
83. J. Burgers. Proc. Amsterd. Acad. Sci., 44, 1177 (1941); 45, 126 (1942).
84. K. Prosad, D. Sen. Phil. Mag., 25, 993 (1938).
85. W. Kermack и др. Proc. Roy. Soc. Edinb., 49, 170 (1929).
86. P. Hawley. Some aspects of fluid flow, 1950, p. 114.
87. E. Lewis, E. Bowerman. Chem. Eng. Progr., 48, 603 (1952).
88. J. Richardson, W. Zaki. Chem. Eng. Sci., 3, 65 (1954).
89. E. Regener. Z. Phys. Chem., 139, 420 (1928).
90. R. Millikan. Phil. Mag., 19, 209 (1910).
91. F. Ehrenhaft. Wien. Ber., 119, IIa (1910).
92. W. Gerlach. Handbuch der Physik, Berlin, Bd. 22 (I), Kap. 1 (1933).
93. Н. Н. Семенов. Электронные явления. Изд. НТУ ВУХ, М., 1928, гл. 3.
94. E. Meyer, W. Gerlach. Elster-Geitel Festschrift, 1915, S. 196.
95. J. Parankiewicz. Phys. Z., 19, 280 (1918).
96. Р. Милликен. Электрон. Госиздат, М., 1923, гл. 3.
97. R. Bär. Ann. Phys., 67, 157 (1922).
98. Б. Ротцейг, Н. Фукс. ЖФХ, 9, 35 (1937).
99. R. Bär. Ann. Phys., 59, 393 (1919).
100. V. Hopper, T. Laby. Proc. Roy. Soc., 178 A, 243 (1941).
101. A. Rubinowicz. Ann. Phys., 62, 695 (1920).
102. G. Hettner. Ann. Phys., 27, 12 (1924).
103. G. Hettner. Z. Phys., 37, 179 (1926).
104. J. Mattauich. Ann. Phys., 85, 967 (1928).
105. P. Epstein. Z. Phys., 54, 537 (1929).
106. P. Rosenblatt, V. La Mer. Phys. Rev., 70, 385 (1946).
107. R. Saxton, W. Ranz. J. Appl. Phys., 23, 917 (1952).
108. D. Nielsen. Proc. Phys. Soc., № 4, 16 (1940).

109. R. Weber. Z. Naturforsch., 29, 48 (1947).
110. S. Blacktin. J. Soc. Chem. Ind., 58, 334 (1939).
111. J. Bredl, T. Grieve. J. Scient. Instr., 28, 23 (1951).
112. H. Watson. Trans. Farad. Soc., 32, 1073 (1936).
113. F. Deguillon. C. R., 231, 274 (1950).
114. R. Annal. Phys., 66, 71 (1921).
115. J. Boussinesq. Theorie analytique de chaleur. Paris, 1903, t. II, p. 224.
116. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Механика сплошных сред. Гостехиздат, М.—Л., 1944, стр. 89.
117. T. Boggio. Rendi conti, 16, 613, 730 (1907).
118. В. Владимировский, Н. Терлецкий. ЖЭТО, 15, 258 (1945).
119. S. Berkowitch. Helv. Phys. Acta, 7, 170 (1934).
120. F. Schmidt. Ann. Phys., 61, 633 (1920).
121. R. Lunnop. Proc. Roy. Soc., 110 A, 302 (1926).
122. Г. Худяков, З. Чуханов. ДАН СССР, 78, 681 (1951).
123. Г. Худяков. Известия АН СССР, сер. техн., 1022 (1953).
124. J. Laws. Trans. Am. Geophys. Union, 22, 709 (1941).
125. W. Hirschfeld. Trans. Am. Geophys. Union, 32, 697 (1951).
126. C. Lapple, C. Shepherd. Ind. Eng. Chem., 32, 605 (1940).
127. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947, § 356.
128. Yü-Chen-Yang. Ann. Phys., 76, 333 (1925).
129. H. Israel. Meteor. Z., S. 36 (1942).
130. W. König. Ann. Phys., 42, 353 (1891).
131. O. Brandt, H. Freund, E. Hiedemann. Z. Physik, 104, 511 (1937).
132. В. Зернов. Ann. Phys., 26, 79 (1908).
133. M. Wagenschein. Ann. Phys., 65, 461 (1921).
134. H. Cassel, H. Schulz. Сб. «Air Pollution». New York, 635 (1952).
135. H. St. Clair. Ind. Eng. Chem., 41, 2434 (1949).
136. L. King. Proc. Roy. Soc., 147 A, 212 (1934).
137. J. Rudnick. J. Acoust. Soc. Am., 23, 633 (1951).
138. P. Westervelt. Там же, стр. 3.
139. E. da Andrade. Proc. Roy. Soc., 134 A, 445 (1931).
140. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947, § 362, 363.
141. C. Sewell. Phil. Trans., 210 A, 239 (1910).
142. С. Рытов, В. Владимировский, М. Галанни. ЖЭТО, 8, 614 (1938).
143. P. Epstein, R. Carhart. J. Acoust. Soc. Am., 25, 553 (1953).
144. В. Альтберг, М. Гольцман. Phys. Z., 26, 149 (1925).
145. T. Laidler, E. Richardson. J. Acoust. Soc. Am., 9, 217 (1938).
146. V. Knudsen, J. Wilson, N. Anderson. J. Acoust. Soc. Am., 20, 849 (1948).
147. Д. Тиндаль. Звук. Госиздат, Москва, 1922.
148. H. Ingård. J. Acoust. Soc. Am., 25, 405 (1953).
149. H. Sieg. Elektr. Nachricht. Techn., 17, 193 (1940).
150. В. Арабаджи. Meteor. и гидролог., № 3, 11 (1947).
151. K. Oswatich. Phys. Z., 42, 365 (1941).
152. J. Poynting, J. Thomson. Sound., London, 1940, p. 169.
153. C. Oseen. Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik. Leipzig, 1927, § 14, 21.
154. Handbuch der Experimentalphysik. Leipzig, Bd. 4 (II), 344 (1932).
155. G. Kirchhoff. Mechanik. Leipzig, 1877, S. 251.
156. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947, § 137.
157. С. Горбачев, А. Северный. Koll. Z., 73, 146 (1935).
158. V. Bjerknes, J. Bjerknes, H. Solberg, T. Bergeron. Physikalische Hydrodynamik, Berlin, 1933.
159. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Механика сплошных сред, Гостехиздат, М.—Л., 1944, § 20.
160. W. König. Ann. Phys., 42, 549 (1891).
161. S. Coock. Phil. Mag., 3, 471 (1902).
162. В. Базилович. Коагуляционные явления в водных облаках и туманах. Диссертация, Геофиз., 1941—1943.
163. G. Thomas. Ann. Phys., 42, 1079, (1913).
164. J. Townsend. Phil. Mag., 45, 471 (1898).
165. N. Wolodkewitch. Z. Phys., 84, 593 (1933).
166. Н. Фукс, И. Петрянов. ЖФХ, 7, 312 (1936).
167. Р. Уайтлоу-Грей, Х. Паттерсон. Дым. Госхимтехиздат, М., 1934, стр. 143.

168. Ф. Дессауер. Ионизированный воздух и его физиологическое действие. Тектеоретиздат, М.—Л., 1932.
169. А. Чижевский. Лечение легочных болезней ионизированным воздухом. Всесоюз. об-во врачей-гомеопатов. М., 1930.
170. R. Abbott. Phys. Rev., 12, 381 (1918).
171. Н. Фукс, И. Петрянов. Koll. Z., 65, 173 (1933).
172. P. Wells, R. Gerke. J. Am. Chem. Soc., 41, 312 (1919).
173. L. White, D. Hill. J. Coll. Sci., 3, 251 (1948).
174. Н. Розенблюм. Tech. Phys. USSR, 4, 1 (1937).
- ✓ 175. С. Тарг. Основные теории ламинарных течений. Гостехиздат, Л., 1951, гл. 6.
176. А. Чистов. Отопл. и вентил., № 11, 14 (1935); № 11/12, 27 (1939).
177. П. Лисовский. Acta physicochim. URSS, 13, 157 (1940).
178. Н. Фукс. Известия АН СССР, сер. геогр., геоф., 11, 341 (1947).
179. W. Zimmerschied. Koll. Z., 72, 135 (1935).
180. S. Chapman. Phys. Rev., 52, 184 (1937).
181. H. Israel. Gerlands Beitr., 31, 173 (1931).
182. Handbuch der Experimentalphysik, 13 (I), Kap. 5 (1929).
183. И. Петрянов, Н. Туникский. ЖФХ, 13, 1131 (1939).
184. P. Nolan, P. Kenny. J. Atm. Terr. Phys., 3, 181 (1953).
185. R. Cochet. Rev. Gener. Electricité, 62, 113 (1953).
186. D. Munden. J. Appl. Chem., 2, 65 (1952).
187. W. Wells. Am. J. Publ. Health, 23, 58 (1933).
188. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Механика сплошных сред. Гостехиздат, М.—Л., 1944, стр. 57.
189. А. Шафир. Гиг. и санит., № 7/8, 1 (1944).
190. K. Sawyer, W. Walton. J. Sci. Instr., 27, 272 (1950).
191. П. Смухнин, П. Коузов. Центробежные пылеотделители-циклоны. Стройиздат, М., 1935.
192. П. Коузов. Очистка воздуха от пыли в циклонах. ЛИОТ, Л., 1938.
193. H. Lagcombe. Mining Mag., 77, 137, 208, 273, 346 (1947).
194. P. Rosin, E. Rammier, W. Intelmann. Z. Ver. Deutsch. Ing., 76, 433 (1932).
195. W. Muhlgard. Genie civile, 124, 152 (1947).
196. M. Lissmann. Chem. Met. Eng., 37, 630 (1930).
197. C. Shepherd, C. Lapple. Ind. Eng. Chem., 31, 972 (1939).
198. R. Meldau. Z. Ver. Deutsch. Ing., 76, 1189 (1932).
199. Н. Беляев. Химия промышленности, № 5 (1949).
200. W. Briggs. Trans. Am. Inst. Chem. Eng., 42, 511 (1946).
201. L. Farbar. Trans. Am. Soc. Mech. Eng., 75, 953 (1953).
- ✓ 202. Н. Залогин, С. Шухер. Очистка дымовых газов. Госэнергоиздат, М.—Л., 1948.
203. L. McCabe. Ind. Eng. Chem., 45, № 12, 108 A (1953).
204. W. Sell. VDI Forschungsheft, № 347 (1931).
205. F. Albrecht. Phys. Z., 32, 48 (1931).
206. И. Мазин. Труды ЦАО, вып. 7, 39 (1952).
207. С. Сыркин. Теория моделирования траекторий твердых частиц в криволинейном потоке, Коллоидный ин-т, 1934.
208. D. Rosin, H. Kayser, E. Rammier. Z. techn. Phys., 16, 205 (1935).
209. R. Barth, W. Barth. Rauch und Staub, 22, 93 (1932).
210. П. Волков. Разработка методики исследования движения твердых частиц на моделях. Коллоидный ин-т, 1936.
211. W. Walton. Сб. «Symposium on particle size analysis». London, 136 (1947).
212. C. Davies. Там же, p. 25.
213. K. May, H. Druett. Brit. J. Ind. Med., 10, 93 (1953).
214. J. Hirst. Ann. Appl. Biol., 39, 257 (1952).
215. P. Drinker, T. Hatch. Industrial dusts, 1936.
216. R. Bourdillon. J. Hygiene, 41, 197 (1941).
217. K. May. J. Sci. Instr., 22, 187 (1947).
218. C. Davies, H. Aylward, D. Leacey. Arch. Ind. Hyg. Occ. Med., 4, 354 (1951).
219. C. Davies, M. Aylward. Proc. Phys. Soc., 64 B, 889 (1951).
220. Л. Левиш. ДАН СССР, 91, 1329 (1953).
221. J. Wilcox. Arch. Ind. Hyg. Occ. Med., 7, 376 (1953).
222. W. Ranz, J. Wong. Ind. Eng. Chem., 44, 1371 (1952).
223. В. Пик, Л. Шурчилов. Гиг. труда и безоп., № 4, 22 (1935).
224. D. Jordan. Brit. J. Appl. Phys. Suppl., № 3, 194 (1954).
225. E. Birse, J. Roberts. Trans. Farad. Soc., 44, 273 (1948).

226. J. Ficklen, L. Goolden. Science, 85, 587 (1937).
227. G. Fair's. J. Soc. Chem. Ind., 60, 141 (1941).
228. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат. М. — Л. 1947, § 68.
229. Г. Ламб. Там же, § 343.
230. Г. Ламб. Там же, § 96.
231. Г. Ламб. Там же, § 337.
232. Г. Ламб. Там же, § 171.
233. Г. Ламб. Там же, § 342.
234. I. Langmuir, K. Blodgett. Army Air Force, Techn. Rep., № 5418 (1946).
235. C. Lapple. Fluid and particle mechanics. Newark, 1951, p. 304.
236. H. Landahl, K. Hermann. J. Coll. Sci., 4, 103 (1949).
237. A. Thom. Proc. Roy. Soc., 141 A, 651 (1933).
238. J. Geist, J. York, G. Granger. Ind. Eng. Chem., 43, 1371 (1951).
239. I. Langmuir. J. Meteor., 5, 175 (1948).
240. Сб. «Физика образования осадков», ИЛ, Москва, 153 (1951).
241. Там же, стр. 156.
242. Там же, стр. 159.
243. Н. Фукс. ДАН СССР, 81, 1043 (1951).
244. E. Вгун и др. C. R., 224, 1518 (1947).
245. H. Dessens. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 75, 23 (1949).
246. Сб. «Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости», ИЛ, М., 1, 137, (1948).
247. H. Schlichting. Grenzschicht-Theorie. Karlsruhe, 1951.
248. A. Yeomans и др. J. Econ. Entom., 42, 591 (1949).
249. М. Химач, Н. Шнишкин. Труды ГГО, вып. 31 (93), 29 (1951).
250. P. Boucher. Châl. et Industrie, 33, 363 (1952).
251. Ф. Франк, Р. Мизес. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. ОНТИ, М. — Л., 1937, гл. 13.
252. Сб. «Броуновское движение», ОНТИ, М. — Л., 1936.
253. М. Леонтович. Статистическая физика, Гостехиздат. М. — Л., 1944, гл. 6.
254. A. Einstein. Ann. Phys., 17, 549 (1905).
255. P. Frank. Ann. Phys., 52, 323 (1927).
256. М. Смолуховский. Сб. «Броуновское движение», ОНТИ, М. — Л., 150 (1936).
257. Ю. Крутков. Там же, стр. 497.
258. L. Ornstein. Proc. Amsterd. Acad. Sci., 21, 96 (1918).
259. B. Bäcker. Z. Phys., 38, 609 (1926).
260. F. Zeilinger. Ann. Phys., 75, 403 (1924).
261. R. Fürth. Ann. Phys., 59, 409 (1919).
262. S. Landmann. Z. Phys., 27, 237 (1924).
263. E. Schrödinger. Phys. Z., 16, 289 (1915).
264. H. Fletcher. Phys. Rev., 4, 440 (1914).
265. М. Смолуховский. Сб. «Броуновское движение», ОНТИ, М. — Л., 315 (1936).
266. E. Schmid. Phys. Z., 22, 438 (1921).
267. E. Schmid. Wien. Ber., 129, IIa, 813 (1920).
268. A. Winkel, H. Witzmann. Z. Elektrochem., 46, 181 (1940).
269. М. Смолуховский. Сб. «Броуновское движение», ОНТИ, М. — Л., 320 и 324 (1936).
270. А. Колмогоров. Аналитические методы теории вероятностей. Успехи матем. наук, вып. 5 (1938).
271. А. Колмогоров, М. Леонтович. Physik. Z. Sovjetunion, 4, 1 (1933).
272. Ф. Франк, Р. Мизес. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ОНТИ, Л. — М., 1937, гл. 13, § 2.
273. М. Смолуховский. Сб. «Броуновское движение», ОНТИ, М. — Л., 375, 381 (1936).
274. Ф. Франк, Р. Мизес. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ОНТИ, Л. — М., 1937, гл. 13, § 3. 1.
275. Там же, гл. 14, § 2. 5.
276. E. Buchwald. Ann. Phys., 66, 1 (1921).
277. Б. Дерягин, Г. Власенко. ДАН СССР, 63, 155 (1948).
278. Л. Радужкевич. ЖФХ, 13, 1322 (1939).
279. C. Davies. Proc. Roy. Soc., 200 A, 100 (1949).
280. М. Смолуховский. Сб. «Броуновское движение», ОНТИ, М. — Л., 376 (1936).
281. M. Jakob. Heat Transfer. New York, 1949, t. 1, p. 267.

282. L. Graetz. Ann. Phys., 18, 79 (1883).
283. W. Nusselt. Z. Ver. Deutsch. Ing., 54, 1154 (1910).
284. J. Townsend. Phil. Trans., 193, 129 (1900).
285. P. Gormley, M. Kennedy. Proc. Roy. Irish Acad., 52 A, 163 (1949).
286. M. Leveque. Ann. Mines, 13, 276 (1928).
287. В. Левич. Физико-химическая гидродинамика. Изд-во АН СССР, М., 1952, § 20.
288. Л. Радужкевич. Acta physicochim. URSS, 6, 161 (1937).
289. J. Nolan, N. Guerrini. Trans. Farad. Soc., 32, 1175 (1936).
290. N. Frössling. Gerlands Beitr., 52, 170 (1938).
291. Д. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. Изд-во АН СССР, М. — Л., 1947, стр. 162.
292. В. Левич. Физико-химическая гидродинамика. Изд-во АН СССР, М., 1952, гл. 2.
293. В. Левич. Там же, § 14.
294. O. Roberts. Proc. Roy. Soc., 104 A, 640 (1923).
295. H. Witzmann. Z. Elektrochem., 46, 313 (1940); VDI Verfahrenstechnik, № 4, 107 (1940).
296. H. Born, K. Zimmer. Naturwiss., 28, 447 (1940).
297. S. Katz, D. Масгав. J. Phys. Coll. Chem., 52, 695 (1948).
298. В. Кучерук, В. Серов. Промышленная пыль и обеспыливающая вентиляция. Стройиздат, М., 1941.
299. L. Weischhaus. Chem. Eng., 54, № 8, 113 (1947).
300. L. Silverman. Chem. Eng. Progr., 47, 462 (1951).
301. R. Pring. Сб. «Air Pollution». New York, 1952, p. 280.
302. Е. Рек. Отопл. и вентил., № 4, 20 (1934).
303. F. Rowley, R. Jordan. Heat. Pip. Air Cond., 1938, 469.
304. A. Kaufmann. Z. Ver. Deutsch. Ing., 80, 593 (1936).
305. Handbook on Aerosols. Washington, 1950.
306. V. La Mer. Сб. «Air Pollution». New York, 1952, p. 612.
307. W. Smith, E. Stafford. Там же, p. 264.
308. A. Clayton и др. Ind. Eng. Chem., 46, 176 (1954).
309. J. Perot. Paper Trade J., 124, № 25, 54 (1947).
310. E. Ramskill, W. Anderson. J. Coll. Sci., 6, 416 (1951).
311. H. Eisenbart. Die Gasmaske, 8, 72 (1936).
312. E. Stafford, W. Smith. Ind. Eng. Chem., 43, 1346 (1951).
313. A. Rossano, L. Silverman. Heat. Ventil. 51, № 5, 102 (1954).
314. R. Weber. Angew. Chem., 20 B, 335 (1948).
315. L. Dautrebande и др. C. R., 205, 156, 240 (1937).
316. L. Dautrebande и др. C. R., 205, 329 (1937).
317. T. Tachibana. Chem. Abstr., 41, 3343 (1947).
318. G. Goyer, R. Gruen, V. La Mer. J. Phys. Chem., 58, 137 (1954).
319. G. Fair's. J. Soc. Chem. Ind., 60, 141 (1941).
320. L. Dautrebande и др. J. Ind. Hyg. Tox., 30, 103 (1948).
321. J. Wilson, V. La Mer. J. Ind. Hyg. Tox., 30, 265 (1948).
322. H. Landahl и др. Arch. Ind. Hyg. Occ. Med., 3, 359 (1951).
323. H. Landahl, S. Black. J. Ind. Hyg. Tox., 29, 269 (1947).
324. C. Davies. Proc. Roy. Soc., 133 B, 282 (1946).
325. M. Gutmann. Die Pollenallergie, München, 1929.
326. L. Dautrebande. Physiol. Rev., 32, 214 (1952).
327. F. Buckland и др. Nature, 166, 354 (1950).
328. M. Shoshkes и др. Arch. Ind. Hyg. Occ. Med., 1, 20 (1950).
329. A. Van Wijk, H. Patterson. J. Ind. Hyg. Tox., 22, 31 (1940).
330. J. Brown, T. Hatch. Am. J. Publ. Health., 40 A, 450 (1950).
331. C. Davies. Brit. J. Ind. Med., 9, 120 (1952).
332. И. Лифшиц, Е. Лыхина, Г. Эренбург. Гиг. и санит., № 10, 17 (1948).
333. W. Findeisen. Arch. Gesamt. Physiol., 236, 367 (1935).
334. H. Landahl. Bull. Mathem. Biophys., 12, 43 (1950).
335. J. Wilson. J. Coll. Sci., 2, 27 (1947).
336. L. Dautrebande. Aerosols medicamenteux, Paris, 1946.
337. Н. Туницкий, М. Тихомиров, И. Петрянов. Журн. техн. физ., 10, 1723 (1940).
338. В. Левич. Физико-химическая гидродинамика. Изд. АН СССР, М., 1952, гл. 6.
339. D. Krevelen. Chem. Eng. Progr., 46, 29 (1950).
340. H. Remy, W. Seemann. Koll. Z., 72, 3 (1935).

341. H. Remy, K. Rubland. Z. anorg. Chem., 139, 51 (1924).
342. H. Remy. Trans. Farad. Soc., 32, 1185 (1936).
343. H. Remy, C. Behre. Koll. Z., 71, 129 (1935).
344. H. Remy, H. Finner. Z. anorg. Chem., 159, 241 (1926).
345. Г. Лучинский. ЖФХ, 13, 302 (1939).
346. М. Алексеева, Б. Андронов. Зав. лаб., 16, 18 (1941).
347. D. Bronsky, F. Diwocky. Chem. Met. Eng., 47, 541 (1940).
348. М. Позин. Сб. «Газоочистительные устройства и их внедрение на электрических станциях промышленных предприятий». Энергоиздат, М.—Л., 98 (1953).
349. R. Gans. Ann. Phys., 86, 628 (1928).
350. F. Perrin. C. R., 181, 514 (1925).
351. E. Cohn. Das Elektromagnetische Feld. Leipzig, 1900, S. 110.
352. E. Bloch. C. R., 146, 970 (1908).
353. P. Zeeman, C. Hoogenboom. Phys., Z., 13, 913 (1912).
354. Walmsley. Phil. Mag., 7, 1097 (1927).
355. C. O'Konski, C. Thatcher. J. Phys. Chem., 57, 955 (1953).
356. Л. Прандтль. Гидроаэромеханика, ИЛ, М., 1949, § 18.
357. T. Gillespie, G. Langstroth. Canad. J. Chem., 29, 133, 201 (1951).
358. Е. Вигдорчик. Труды Ленингр. ин-та охраны труда, 6, № 7 (1933).
359. К. Шляфлин, И. Гордон, М. Файнштейн. Известия АН СССР, сер. геогр. геоф., 3, 238 (1949).
360. T. Gillespie. Proc. Roy. Soc., 216 A, 569 (1951).
361. G. Langstroth, T. Gillespie. Canad. J. Research, 25 B, 455 (1947).
362. А. Колмогоров. ДАН СССР, 30, 299 (1941).
363. L. Simmons, C. Salter. Proc. Roy. Soc., 165 A, 73 (1938).
364. А. Обухов, А. Яглом. Прикл. мат. мех., 15, 1 (1951).
365. А. Обухов. ДАН СССР, 67, 643 (1949).
366. C. Priestley, P. Sheppard. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 78, 488 (1952).
367. W. Heisenberg. Z. Physik, 124, 628 (1948).
368. P. MacGready. J. Meteor., 10, 434 (1953).
369. W. Schmidt. Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen, 1925.
370. Известия АН СССР, сер. техн., 1742, 1831, 1848 (1952).
371. Б. Броунштейн, О. Тодес. Журн. техн. физ., 23, 119 (1953).
372. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Механика сплошных сред. Гостехиздат, М.—Л., 1944, стр. 37.
373. V. Vanoni. Proc. Am. Soc. Civil Eng., 70, 793 (1944).
374. A. Kalinske, C. Pien. Trans. Am. Geophys. Union, 24, 530 (1943).
375. М. Калинущин. Труды ЦАГИ, № 266 (1936).
376. T. Sherwood, B. Woertz. Ind. Eng. Chem., 31, 1034 (1939).
377. E. Lindgren. Arkiv Fysik, 7, 293 (1954).
378. Б. Филатов. Колл. ж., 16, 65 (1954).
379. A. ter Linden. Chemie-Ing. Techn., 25, 328 (1952).
380. Н. Фукс. Журн. техн. физ., 21, 704 (1951).
381. Г. Баренблатт. Прикл. мат. мех., 17, 261 (1953); 19, 61, (1955).
382. A. Fage, H. Townsend. Proc. Roy. Soc., 135 A, 656 (1932).
383. Е. Минский. ДАН СССР, 49, 329 (1945).
384. W. Schmidt. Ind. Eng. Chem., 41, 2418 (1949).
385. Л. Прандтль. Гидроаэромеханика, ИЛ, М., 1949, гл. 3, § 5.
386. Л. Прандтль. Там же, стр. 151.
387. Сб. «Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости». ИЛ, М., 1948, § 280.
388. В. Левич. Физико-химическая гидродинамика. Изд-во АН СССР, М., 1952, гл. 3.
389. Сб. «Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости». ИЛ, М., 1948, § 154, 155.
390. L. Alexander, C. Coldren. Ind. Eng. Chem., 43, 1325 (1951).
391. H. Townsend. Proc. Roy. Soc., 145 A, 180 (1934).
392. C. Schubaer. J. Appl. Phys., 25, 188 (1954).
393. Н. Жуковский. О снежных заносах и запылении рек. Киев, 1911.
394. G. Asset, D. Pury. Arch. Ind. Hyg. Occ. Med., 9, 273 (1954).
395. Г. Шелейховский. Задымление городов. Изд-во Министерства коммунального хозяйства, М.—Л., 1949.
396. П. Андреев. Рассеяние в воздухе газов, выбрасываемых промышленными предприятиями. Гостройиздат, М., 1952.
397. O. Sutton. Micrometeorology. New York, 1953.
398. O. Sutton. Atmospheric turbulence. London, 1949.

399. G. Dobson. Advis. Comm. Aeronaut., Rep. № 67 (1949).
400. L. Richardson. Proc. Roy. Soc., 104 A, 640 (1923).
401. М. Юдин. ДАН СССР, 51, 99 (1946).
402. П. Андреев. Рассеяние в воздухе газов, выбрасываемых промышленными предприятиями. Гостройиздат, М., 1952, стр. 40.
403. O. Sutton. Proc. Roy. Soc., 135 A, 143 (1932).
404. K. Calder. Quart. J. Mech. Appl. Math., 2, 153 (1949).
405. O. Sutton. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 73, 257, 426 (1947).
406. Д. Лайхтман, А. Чудновский. Физика приземного слоя атмосферы. Гостехиздат, Л.—М., 1949, гл. 5.
407. Е. Теворовский. Сб. «Новые идеи в области изучения аэрозолей». Изд-во АН СССР, М., 1949, стр. 108.
408. K. Calder. Сб. «Air Pollution». New York, 1952, p. 787.
409. E. Deacon. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 75, 89 (1949).
410. F. Pasquill. Proc. Roy. Soc., 202 A, 150 (1950).
411. R. Frost. Proc. Roy. Soc., 186 A, 20 (1946).
412. М. Будыко, Д. Лайхтман, М. Тимофеев. Метеор. и гидрол., № 3, 27 (1953).
413. C. Bosanquet, J. Pearson. Trans. Farad. Soc., 32, 1249 (1936).
414. C. Gosline. Chem. Eng. Progr., 48, 165 (1952).
415. D. Thomas, G. Hill. Ind. Eng. Chem., 41, 2403 (1949).
416. P. Church. Ind. Eng. Chem., 41, 2753 (1949).
417. H. Johnstone, W. Winsche, L. Smith. Chem. Rev., 44, 353 (1949).
418. C. Davies. Proc. Camb. Phil. Soc., 46, 500 (1950).
419. М. Смолуховский. Сб. «Коагуляция коллоидов». ОНТИ, М.—Л., 7 (1936).
420. W. Harper. Trans. Farad. Soc., 30, 636 (1934).
421. Н. Фукс. Z. phys. Chem., 171 A, 199 (1934).
422. М. Смолуховский. Сб. «Коагуляция коллоидов». ОНТИ, М.—Л., 25 (1936).
423. Г. Мюллер. Там же, стр. 61.
424. М. Тихомиров, Н. Тунццкий, Н. Петринов. Acta physicochim. URSS, 17, 185 (1942).
425. О. Тодес. Сб. «Проблемы кинетики и катализа», ОНТИ, М.—Л., 7, 137 (1949).
426. С. Пшенай-Сверчин. ДАН СССР, 94, 865 (1954).
427. Р. Уайтлоу-Грэй, Х. Паттерсон. Дым. Госхимтехиздат, М., 1934, стр. 48.
428. H. Patterson, W. Sawood. Proc. Roy. Soc., 136 A, 538 (1932).
429. М. Смолуховский. Сб. «Коагуляция коллоидов», ОНТИ, М.—Л., 20 (1936).
430. Н. Тунццкий. ЖЭТФ, 8, 418 (1938).
431. Г. Мюллер. Сб. «Коагуляция коллоидов». ОНТИ, М.—Л., 79, (1936).
432. Handbuch der Physik. Berlin, 12, Kap. 4, § 86—88 (1927).
433. Там же, 8 (II), 703 (1929).
434. D. Beischer, A. Winkel. Z. phys. Chem., 176 A, 1 (1936).
435. М. Самохвалов, О. Кожухова. ЖФХ, 8, 420 (1936).
436. Л. Радускевич. ЖФХ, 9, 6 (1937).
437. Р. Уайтлоу-Грэй, Х. Паттерсон. Дым. Госхимтехиздат, М., 1934, стр. 159.
438. Н. Фукс. ЖФХ, 6, 30 (1935).
439. Handbuch der Physik, Berlin, 12, § 82 (1927).
440. Р. Уайтлоу-Грэй, Х. Паттерсон. Дым. Госхимтехиздат, М., 1934, стр. 144.
441. A. Wiegand, E. Frankenberger. Physik. Z., 31, 204 (1930).
442. H. Pamaer. Physica, 4, 1058 (1937).
443. R. Bradley. Phil. Mag., 13, 853 (1932).
444. Б. Дерягин, И. Абрикосова. Faraday Society Discussion, 18, 36 (1954).
445. W. Krasny-Ergen. Ann. Phys., 27, 459 (1936).
446. A. Winkel. VDI Verfahrenstechnik, 25, (1941).
447. R. Gunn. J. Geophys. Research, 55, 171 (1950).
448. O. Schweckendiek. Z. Naturforsch., 5a, 397 (1950).
449. A. Winkel. Z. angew. Chem., 54, 152 (1941).
450. D. Beischer. Z. Elektrochem., 44, 375 (1938).
451. Р. Уайтлоу-Грэй, Х. Паттерсон. Дым. Госхимтехиздат, М., 1934, стр. 77—80.
452. A. Winkel. R. Haul. Z. Elektrochem., 44, 823 (1938).

453. D. Beischer, A. Winkel. Naturwiss., 25, 420 (1937).
454. Р. Уайтлоу-Грей, Х. Паттерсон. Дым. Госхимиздат. М., 1934, стр. 80.
455. J. Dallavalle и др. Brit. J. Appl. Phys. Suppl., № 3, 194 (1954).
456. W. Wood, A. Loomis. Phil. Mag., 4, 433 (1927).
457. Trans. Farad. Soc., 32, 1122 (1936).
458. O. Brandt, H. Freund, E. Hiedemann. Koll. Z., 77, 103, 168 (1936).
459. R. Parker. Trans. Farad. Soc., 32, 1115 (1936).
460. E. da Andrade. Trans. Farad. Soc., 32, 1111 (1936).
461. H. St. Clair. Bur. Mines, Rep. Investig., № 3400 (1938).
462. H. Danser, F. Neumann. Ind. Eng. Chem., 41, 4439 (1949).
463. O. Brandt, E. Hiedemann. Trans. Farad. Soc., 32, 1101 (1936).
464. C. Stokes. Chem. Eng. Progr., 46, 423 (1950).
465. O. Brandt. Koll. Z., 46, 272 (1936).
466. R. O'Mara. Combustion, 21, № 4, 40 (1950).
467. C. Soderberg. Iron, Steel Eng., 29, 87 (1952).
468. H. St. Clair. Сб. «Air Pollution». New York, 1952, p. 382.
469. П. Кубанский. Журн. техн. физ., 24, 1044 (1954).
470. Я. Френкель. Теория явлений атмосферного электричества. Гостехиздат. Л.—М., 1949, гл. 3.
471. W. Findeisen. Meteor. Z., 56, 356 (1939).
472. W. Findeisen. Gerlands Beitr., 35, 295 (1932).
473. Сб. «Физика образования осадков», ИЛ, М., 1951.
474. Н. Шишкин. Информ. сборн. № 1 Гидрометсл., Гидрометиздат, М., 47 (1951).
475. R. Gunn, W. Hirschfeld. J. Meteor., 8, 7 (1951).
476. Я. Френкель, Н. Шишкин. Известия АН СССР, сер. геогр. геоф., 10, 301 (1946).
477. Н. Шишкин. Облака, осадки и грозное электричество. Гостехиздат, М., 1954, гл. 6.
478. L. Dautrebande и др. J. Ind. Hyg. Tox., 30, 108 (1948).
479. L. Dautrebande, R. Carps. Arch. Internat. Pharmacodyn. Therap., 82, 512 (1950).
480. A. A. Vу. Arch. Malad. Profess., 14, 342 (1953).
481. A. Albinsson. Arkiv Kemi, 6, 293 (1953).
482. L. Dautrebande и др. Arch. Internat. Pharmacodyn. Therap., 80, 413 (1949).
483. H. Johnstone, M. Roberts. Ind. Eng. Chem., 41, 2417 (1949).
484. H. Johnstone и др. Ind. Eng. Chem., 46, 1601 (1954).
485. F. Ekman, H. Johnstone. Ind. Eng. Chem., 43, 1358 (1951).
486. P. Schauer. Там же, p. 1532.
487. Г. Мюллер. Сб. «Коагуляция коллоидов», ОНТИ, М.—Л., 91 (1936).
488. Л. Левин. ДАН СССР, 94, 467 (1954).
489. M. Pauthenier, R. Cochet. Rev. Gener. Electricité, 62, 255 (1953).
490. H. Köhler. Meteor. Z., 42, 137 (1925).
491. E. Richardson. Acustica, 2, 141 (1952).
492. М. Смолуховский. Сб. «Коагуляция коллоидов», ОНТИ, М.—Л., 28 (1936).
493. R. Manley, S. Mason. J. Coll. Sci., 7, 354 (1952).
494. В. Левич. ДАН СССР, 94, 809 (1954).
495. Н. Туницкий. ЖОХ, 20, 1136 (1946).
496. В. Левич. ДАН СССР, 94, 1041 (1954).
497. G. Dady. C. R., 225, 1349 (1937).
498. W. Swinbank. Nature, 159, 849 (1947).
499. Н. Фукс. ЖЭТФ, 6, 139 (1936).
500. Б. Дерягин. Koll. Z., 69, 155 (1934).
501. Б. Кин. Физические свойства почвы. Гостехиздат, Л.—М., 1933, гл. 4.
502. R. Bradley. Trans. Farad. Soc., 32, 1088 (1936).
503. Е. Румянцева. ЖОХ, 2, 283 (1931).
504. С. Уразовский, С. Кузьменко. ЖОХ, 6, 897 (1935).
505. В. Сайчук, О. Нарских. Колл. ж., 2, 841 (1936).
506. Н. Андреев, С. Кибиркшис. ЖОХ, 6, 1698 (1936).
507. Л. Смирнов, В. Солнцева. Колл. ж., 4, 401 (1938).
508. Л. Радужкевич, О. Чугунова. ЖОХ, 12, 34 (1938).
509. И. Петрянов, Н. Туницкий, М. Тихомиров. ЖОХ, 15, 811 (1941).
510. И. Артемов. ДАН СССР, 50, 289 (1945).

511. М. Агаянн. Журн. геофиз. 5, 408 (1935); Известия АН СССР, сер. геогр., геоф., 3, 305 (1940).
512. С. Горбачев, Е. Мустель. Koll. Z., 73, 21 (1935).
513. С. Горбачев, В. Никиторова. Там же, стр. 14.
514. Н. Тверская. Труды ГГО, вып. 47 (109), 112 (1954).
515. Б. Дерягин, П. Прохоров. ДАН СССР, 54, 511 (1946).
516. П. Прохоров. ЖОХ, 21, 1045 (1947).
517. П. Прохоров, В. Яшин. Колл. ж., 2, 122 (1948).
518. П. Прохоров, Л. Леонов. Колл. ж., 14, 66 (1952).
519. В. Федосеев, Б. Манакин, З. Доментанова. Колл. ж., 14, 274, 470 (1952).
520. H. Gonell. Koll. Z., 71, 31 (1935).
521. J. Burgogne, D. Rasbach. Fuel, 28, 281 (1949).
522. С. Сыркин. Исследование условий пневматического транспорта пыли по тру-
бам, Коллотурбинный ин-т, 1935.
523. H. Rumpf. Chemie-Ing. Techn., 25, 328 (1952).
524. Я. Авербух, Р. Шабалин. Хим. промышл., 290 (1947).
525. Н. Соколов. Дюны, их образование, развитие и внутреннее строение. СПб., 1894.
526. A. Bagnold. Proc. Roy. Soc., 157 A, 594 (1936).
527. A. Bagnold. The physics of blown sand and desert dunes. London, 1941.
528. W. Cheril. Soil. Sci., 60, 305, 395 (1945).
529. W. Cheril. Soil. Sci., 71, 141 (1951).
530. A. Bagnold. Proc. Roy. Soc., 167 A, 282 (1938).
531. Н. Соколов. Цитир. по H. Jeffreys. Proc. Camb. Phil. Soc., 25, 272 (1929).
532. Т. Якубов. Ветровая эрозия почвы, Сельхозгиз, 1946.
533. Л. Даванский. Снегозащитные заборы на дорогах Западной Сибири, Ново-
сибирск, 1950.
534. С. Чаплыгин. Собр. соч. Гостехиздат, М.—Л., 1948, гл. 2, стр. 537.
535. H. Jeffreys. Proc. Camb. Phil. Soc., 25, 272 (1929).
536. Цитир. по М. Великанову. Движение наносов. Речиздат М., 1948, стр. 59.
537. H. Einstein. El-Samni. Rev. Modern. Phys., 21, 520 (1949).
538. Б. Турицын. Отопл. и вентил., № 1 (1935).
539. R. Young. Heat. Ventil. Eng., 26, 469 (1953).
540. Б. Дерягин, С. Ратнер, М. Фугран. ДАН СССР, 92, 1137 (1953).
541. J. Miller и др. Science, 107, 144 (1948).
542. R. Wilhelm, M. Kwauk. Chem. Eng. Progr., 44, 195 (1948).
543. S. Ergun, A. Orning. Ind. Eng. Chem., 41, 1179 (1949).
544. M. Leva и др. Chem. Eng. Progr., 44, 511, 619 (1948).
545. J. Dallavalle. Micromeritics. New York, 1943, p. 118.
546. Ф. Ган. Дисперсионный анализ. Госхимиздат, М., 1940, § 42.
547. G. Matheson, W. Herbst, H. Holt. Ind. Eng. Chem., 41, 1099 (1949).
548. W. Lewis, E. Gilliland, W. Bauer. Там же, стр. 1104.
549. J. Parent и др. Chem. Eng. Progr., 43, 429 (1947).
550. R. Morse, C. Ballon. Chem. Eng. Progr., 47, 199 (1950).
551. E. Wicke, K. Hedden. Chemie-Ing. Techn., 24, 82 (1952).
552. G. Matheson и др. Ind. Eng. Chem., 41, 1099 (1949).
553. W. Brätz. Chemie-Ing. Techn., 24, 60 (1952).
554. M. Leva, M. Grummer. Chem. Eng. Progr., 48, 307 (1952).
555. M. Leva. Ind. Eng. Chem., 41, 1206 (1949).
556. C. Van Heerden, A. Nobel, D. van Krevelen. Chem. Eng. Sci., 1, 37 (1951).
557. O. Brandt. Koll. Z., 85, 24 (1938).
558. A. Andreasen. Koll. Z., 86, 70 (1939).
559. F. Tideswell, R. Wheeler. Trans. Inst. Min. Eng., 97, 176 (1938).
560. D. Beischer. Koll. Z., 89, 214 (1939); Z. angew. Chem., 52, 514 (1939).
561. T. Aoi. J. Phys. Soc. Japan, 10, 119 (1955).
562. O. Preining. Staub. № 39, S. 45 (1955).
563. H. Rohatschek. Acta phys. austriaca, 9, 151 (1955).
564. W. Staszewski. Acta phys. polon., 13, 208 (1953).
565. C. N. Davies. Proc. Inst. Mech. Eng., IB, 185 (1952).
566. J. Wong, W. Ranz, H. Johnstone. J. Appl. Phys., 26, 244 (1955).
567. C. Chen. Chem. Rev., 55, 595 (1955).
568. L. Kovasznay. Proc. Camb. phil. soc., 44, 58 (1948).
569. A. Blasewitz, B. Judson. Chem. Eng. Progr., 51, 6—J (1955).
570. L. Silverman, M. First. Ind. Eng. Chem., 14, 2777 (1952).
571. C. White. Proc., Roy. Soc., 186A, 472 (1946).

572. H. Green, D. Thomas. Proc. Inst. Mech. Eng., **1B**, 203 (1952).
 573. W. Crozier, B. Seely. Trans. Am. Geophys. Union, **36**, 42 (1955).
 574. J. Telford, N. Thorndike, E. Bowen. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **81**, 241 (1955).
 575. D. Sartor. J. Meteor., **11**, 91 (1954).
 576. T. East, J. Marshall. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **80**, 26 (1954).
 577. В. А. Федосеев, А. И. Полянский. Труды Одесского ун-та. Физ.-мат. фак., **5**, 95 (1954).
 578. J. Nolan, P. Nolan. Proc. Roy. Irish. Acad., **45 A**, 47 (1939).
 579. C. Magono. J. Meteorol., **11**, 77 (1954).
 580. W. Cummings и др., J. Appl. Chem., **2**, 413 (1952).
 581. A. Bryan, I. Smellie, J. Royal. Techn. College, **4**, 406 (1937).

ВАЖНЕЙШИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- A — коэффициент в формуле Кенингема.
 B — подвижность частиц.
 C_E — электрическая емкость.
 D — коэффициент диффузии.
 D_t — коэффициент турбулентной диффузии.
 E — напряженность поля.
 Erf — функция Крампа.
 Θ — эффективность осаждения в фильтре и т. п.
 F — сила.
 F_M — сопротивление среды.
 $F(r)$ — счетная интегральная функция распределения.
 Φ — объемная скорость газа; число частиц, осаждающихся или проходящих в 1 сек. через поверхность. Производительность точечного источника.
 Φ' — число частиц, осаждающихся в 1 сек. на единице длины цилиндра. Производительность линейного источника (на 1 см длины).
 G — скорость теплового движения частицы.
 G_g — скорость теплового движения молекулы газа.
 $G(r)$ — весовая интегральная функция распределения.
 Γ — градиент (скорости, температуры).
 I — сила тока; поток (частиц, энергии) в 1 сек. через 1 см².
 K — константа коагуляции.
 L — длина.
 M — молекулярный вес.
 N — общее число частиц.
 P — момент силы; дипольный момент.
 Π — разность потенциалов.
 Q — константа в уравнении Лондона.
 R — радиус шара, цилиндра.
 R_g — газовая постоянная.
 Re — число Рейнольдса для частицы.
 Re_f — число Рейнольдса для потока.
 S — площадь.
 $Sc = \nu/D$ — число Шмидта.
 $Stk = l_i/2R$ — число Стокса.
 T — температура.
 U — скорость течения.
 U_0 — амплитуда скорости колебаний среды.
 U^* — скорость трения.
 V — скорость частицы.
 V_s — стационарная скорость оседания частицы.
 V_E — скорость частицы в электрическом поле.
 V_R — скорость частицы по отношению к среде.
 $W(x, t)$ — вероятность нахождения.
 $W^*(x, t)$ — вероятность достижения границы.

- a — экваториальная полуось эллипсоида вращения.
 c — весовая концентрация; полярная полуось эллипсоида вращения.
 c_p — удельная теплоемкость.
 c_s — скорость звука.
 σ — коэффициент осаждения, захвата.
 $f(r)$ — счетная функция распределения.
 $g(r)$ — весовая функция распределения.
 g — ускорение силы тяжести.
 k — константа Больцмана.
 l — средняя длина свободного пути газовых молекул.
 l_B — средняя кажущаяся длина свободного пути частиц.
 l_c — инерционный пробег частиц.
 ln — натуральный логарифм.
 lg — десятичный логарифм.
 m — масса частицы.
 m' — масса вытесненной частицей среды.
 m_g — масса газовой молекулы.
 n — число частиц в 1 см^3 .
 n_g — число газовых молекул в 1 см^3 .
 p — давление.
 q — заряд.
 r — радиус частицы.
 r_e — эквивалентный радиус.
 r_s — седиментационный радиус.
 t — время.
 T_p — период колебаний.
 u — электрическая подвижность; средняя квадратичная пульсационная скорость среды.
 v — объем; средняя квадратичная пульсационная скорость частицы.
 $w(x_0, x, t)$ — вероятность перехода.
 α — коэффициент аккомодации, поглощения (аэрозоля, звука).
 γ — плотность частицы.
 γ_g — плотность среды (газа).
 δ — толщина слоя, расстояние от стенки.
 ϵ — элементарный заряд; энергия, рассеиваемая в 1 сек. в 1 см^3 среды.
 ϵ_k — диэлектрическая проницаемость.
 η — вязкость среды.
 θ — полярный угол.
 κ — фактор формы; константа Кармана.
 λ — длина волны; масштаб турбулентных пульсаций.
 λ_0 — внутренний масштаб турбулентности.
 ν — целое число; частота колебаний; кинематическая вязкость.
 ρ — расстояние от центра, оси.
 σ — удельная свободная поверхностная энергия; плотность электричества.
 τ — время релаксации, сила внутреннего трения на 1 см^2 .
 τ_0 — сила трения газа о стенку (на 1 см^2).
 τ_0 — сдвиг фазы колебаний.
 Φ — коэффициент заполнения пространства (объем дисперсной фазы в 1 см^3 системы).
 χ — теплопроводность.
 ψ — коэффициент лобового сопротивления.
 $\Psi(r)$ — потенциальная функция.
 ω — угловая скорость, угловая частота.
 Ω — энергия.

РЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Безинерционное движение частиц 79, 81, 92
 Броуновское вращение 215
 Броуновское движение 161
 вывод основной формулы 164
 и диффузия 170
 форма траектории частиц 162
 характеристика для частиц разного размера 165
 экспериментальная проверка теории 166
 Вероятность достижения вертикальной или горизонтальной стенки 177
 границы 172
 нахождения 171
 перехода 170
 Вертикальное распределение частиц в атмосфере 258
 в турбулентном потоке 231
 Вихревое осаждение аэрозолей 241
 Время релаксации частицы 33, 77, 78, 84
 Высокодисперсные аэрозоли 11
 Гидродинамическое взаимодействие в звуковом поле 102
 между оседающими частицами 102
 между частицами аэрозоля 99
 Гистограммы 14
 Грубодисперсные аэрозоли 11
 Давление звука на частицы 92
 Движение частиц в криволинейном потоке 133
 в турбулентном потоке 229
 Деформация капель в электрическом поле 219
 при падении 55
 Динамический коэффициент формы 50
 Дисперсионные аэрозоли 7
 Дифференциальный метод определения подвижностей 115
 Диффузионное осаждение аэрозоля в плоско-параллельной кюветке 179
 в плоско-параллельном канале 187
 заключенного между двумя горизонтальными стенками 181
 из ламинарного потока в круглой трубе 185
 на вертикальной стенке 175
 на горизонтальной стенке 179
 на поверхности цилиндра 184
 Диффузионное осаждение аэрозоля на поверхности шара 183
 на стенках цилиндрического сосуда 182
 на стенках шарообразного сосуда 182
 Диффузия из линейного и точечного источника 188
 конвективная 221
 турбулентная 231
 Дым 8
 Дымовая струя в турбулентной атмосфере 244, 256
 Забор пробы аэрозоля 141
 Захват частиц заряженными каплями 298
 Зацепления эффект 140
 влияние на коэффициент осаждения частиц 157
 Звук, поглощение туманами 95
 Инерционное осаждение аэрозолей на телах простой формы 152
 Инерционный пробег 80
 надстоковских частиц 84
 Интегральный метод определения подвижностей 116
 Ионы тяжелые 113
 Кажущаяся длина свободного пути частиц 163
 Квазистационарное движение частиц 81
 Классификация аэрозолей 8, 11
 Коагуляция аэрозолей в турбулентном потоке 304
 в ультразвуковом поле 286
 влияние молекулярных сил 279
 гравитационная 290
 градиентная 302
 заряженных 276
 кинематическая 290
 направленная 281
 при перемешивании 301
 с частицами неправильной формы 272
 тепловая (броуновская) 259
 Колебания частиц в звуковом поле 89
 в электрическом поле 88
 под действием внешних сил 85
 Конденсационные аэрозоли 7
 Конифуга 125

- Коэффициент
лобового сопротивления 42
осаждения (захвата) 138, 291
поглощения аэрозоля при барбота-
же 212
поглощения аэрозоля фильтром 193
Криволинейное движение частиц 106
Кривые распределения размеров 12, 16
- Линейные агрегаты 28
образование в электрическом или
магнитном поле 284
- Маскировка действительного распре-
деления размеров 16
- Метод
вертикального электрического поля 61
горизонтального электрического по-
ля 67
- Нешарообразные частицы
общий характер движения 45
ориентация в градиентном потоке 47
ориентация в электрическом поле 216
сопротивление среды 48
- Облака 9
обтекаемые и продуваемые 57
оседание 56
Обогащение аэрозолей, инерционное 133
Обтекание тел простой формы 152
Определение траекторий частиц в кри-
волинейном потоке 133
Ориентация частиц 47, 216
Осаждение аэрозолей
в дыхательных путях 203
в электрическом поле из ламинар-
ного потока 112
вихревое за препятствием 241
из атмосферы 256
из турбулентного потока 234
инерционное на телах простой фор-
мы 152
на вертикальной стенке 224
на дне камеры 221
общие закономерности 140
под действием силы тяжести из лами-
нарного потока 110
при перемешивании 226
распыленной водой 295, 312
- Оседание аэрозолей в ограниченном
пространстве 59
- Отражение водяных капель при стол-
кновениях 310
- Отрыв частиц воздушными течениями
323
- Падение крупных капель 45, 55
- Перенос
песка ветром 317
частиц воздушными течениями 314
- Плотность частиц-агрегатов 28
экспериментальное определение 65
- Поглощение аэрозолей
пенами 215
при барботаже 210
- Поглощение звука
атмосферными туманами 98
аэрозолями 95
- Пограничный слой
влияние на коэффициент инерцион-
ного осаждения 139, 158
- Подвижность частиц 339
- Поляризация частиц в электрическом по-
ле 216
- Прилипаемость порошков 325
- Принцип подобия в механике аэрозо-
лей 135
- Прямолинейное неравномерное движе-
ние частиц 76
при больших числах Re 82
- Прямолинейное равномерное движение
частиц 81
- Пульсации турбулентные 229
степень увлечения ими частиц 231
- Пыль 8
- Радиометрические силы в аэрозолях 67
- Размер частиц в аэрозолях 9
определение 29, 64
- Распределение
зарядов частиц 113
размеров частиц 12
в коагулирующем аэрозоле 271
логарифмически-нормальное 21
- Распространение аэрозолей в атмосфе-
ре 242
- Распыляемость порошков 332
влияние влажности 331
- Разрыв агрегатов
броуновским вращением 309
в воздушном потоке 151
в ультразвуковом поле 289
- Рассеяние звука аэрозолями 94
- «Расширенное» состояние порошков
327, 329
- Седиментационный (стоксовский) ра-
диус 29, 51
- Силы сцепления в агрегатах 327, 329
- Скорость оседания
водяных капель 55
шарообразных частиц 33, 44
- Сопротивление среды
в переходной области 35
в надстоксовской области 41
движению очень мелких частиц 31
при переменной скорости движения
76
- Спектр турбулентных пульсаций 230
- Среднее броуновское смещение 163
- «Средние» размеры частиц 23
- Стокса формула 33
экспериментальная проверка 40
- Сферичности коэффициент 29
- Счетная концентрация аэрозоля 22
- Тепловая коагуляция аэрозолей 259
высокодисперсных 262
полидисперсных 266
с заряженными частицами 276
с частицами вытянутой формы 272
- Термопреципитация 71

- Термофорез 67
- Траектории частиц, расчет 134
- Туман 8
- Турбулентная диффузия 231, 233
- Турбулентность
в атмосфере 243
влияние дисперсной фазы 233
- Униполярно заряженные аэрозоли 104
209
- Фактор полидисперсности 268
- Фильтры
волокнистые 190
опытные данные 198
роль электрических сил 202
сопротивление 196
теория 192, 195
верные 202
сетчатые и тканевые 189
- Флуидизация порошков 326
- Форма частиц аэрозолей 25
- Фотофорез 71
- Центрифуга аэрозольная 123
- Циклон 126
- Циклон
зависимость сопротивления от
запыленности газа 132, 234
моделирование 141
теория 128, 235
- Щелевые приборы 146
опытные данные 149
сдувание частиц 150
теория 148
- Эйнштейна — Фоккера уравнение 170
- Эквивалентный радиус 29, 53
- Электрическая подвижность частиц
38, 112
- Электростатическое рассеяние аэрозо-
лей 104
- Электрофильтры 122
- Эмпирические формулы распределения
18
- Эффективность
осаждения 11, 130, 145, 148, 194,
200, 205, 208
столкновений
между водяными каплями 310
между частицами 306
между частицами и стенкой 307

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
-----------------------	---

Глава I

Классификация аэрозолей. Размер и форма частиц в аэрозолях

§ 1. Классификация аэрозолей	7
§ 2. Размер частиц в аэрозолях	9
§ 3. Распределение размеров частиц в аэрозолях	12
§ 4. «Средние» размеры частиц аэрозолей	23
§ 5. Форма и строение частиц аэрозолей	25

Глава II

Прямолинейное равномерное движение частиц аэрозоля

§ 6. Сопротивление газобразной среды движению очень мелких частиц	31
§ 7. Формула Стокса	33
§ 8. Сопротивление среды в переходной области	35
§ 9. Экспериментальная проверка формулы Стокса и ее точность	40
§ 10. Сопротивление среды в надстоксовской области	41
§ 11. Общий характер движения нешарообразных частиц	45
§ 12. Сопротивление среды движению нешарообразных частиц	48
§ 13. Оседание облаков	56
§ 14. Движение аэрозолей в ограниченном пространстве	59
§ 15. Методы вертикального и горизонтального электрического поля и их применение	61
§ 16. Радиометрические силы в аэрозолях (термофорез)	67

Глава III

Прямолинейное неравномерное движение частиц аэрозоля

§ 17. Неравномерное движение частиц при малых числах Re	76
§ 18. Неравномерное движение частиц при больших числах Re	82
§ 19. Колебания частиц аэрозоля под действием периодической внешней силы	85
§ 20. Колебания частиц аэрозоля под действием звуковых волн	89
§ 21. Давление звука на частицы аэрозоля	92
§ 22. Рассеяние и поглощение звуковых волн аэрозолями	94
§ 23. Гидродинамическое взаимодействие между частицами аэрозоля	99
§ 24. Электростатическое рассеяние аэрозолей	104

Глава IV

Криволинейное движение частиц аэрозоля

§ 25. Общая теория криволинейного движения частиц. Оседание аэрозолей в переменном горизонтальном электрическом поле	107
§ 26. Оседание аэрозолей из ламинарного потока под действием силы тяжести	110
§ 27. Оседание аэрозолей из ламинарного потока под действием электрического поля	112
§ 28. Оседание аэрозолей в поле центробежной силы. Аэрозольная центрифуга	123
§ 29. Циклон	126
§ 30. Определение траекторий частиц аэрозоля в криволинейном потоке	133
§ 31. Теория подобия в механике аэрозолей	135
§ 32. Теория забора проб аэрозолей	141

§ 33. Щелевые приборы	146
§ 34. Инерционное осаждение аэрозолей на телах простой формы	152

Глава V

Броуновское движение и диффузия в аэрозолях

§ 35. Броуновское движение в аэрозолях	161
§ 36. Экспериментальное изучение броуновского движения в аэрозолях	166
§ 37. Вероятность перехода, вероятность нахождения и вероятность достижения границы частицами	169
§ 38. Диффузионное осаждение аэрозолей в неподвижной среде	175
§ 39. Диффузия аэрозолей в ламинарном потоке	184
§ 40. Тканевые и волокнистые фильтры	189
§ 41. Осаждение аэрозолей в дыхательных путях	203
§ 42. Поглощение аэрозолей при барботаже	210
§ 43. Броуновское вращение. Ориентация частиц аэрозоля в электрическом поле	215

Глава VI

Конвективная и турбулентная диффузия в аэрозолях

§ 44. Осаждение аэрозолей при конвекции и перемешивании	220
§ 45. Движение частиц аэрозоля в турбулентном потоке	229
§ 46. Осаждение аэрозолей в турбулентном потоке	234
§ 47. Распространение аэрозолей в атмосфере	242
§ 48. Осаждение аэрозолей из атмосферы	256

Глава VII

Коагуляция аэрозолей

§ 49. Тепловая (броуновская) коагуляция аэрозолей с шарообразными частицами	259
§ 50. Коагуляция аэрозолей с частицами вытянутой формы	272
§ 51. Тепловая коагуляция аэрозолей с заряженными частицами. Влияние молекулярных сил на скорость коагуляции	276
§ 52. Коагуляция аэрозолей в электрическом поле. «Направленная» коагуляция	281
§ 53. Коагуляция аэрозолей под действием ультразвуковых колебаний	286
§ 54. Кинематическая (гравитационная) коагуляция аэрозолей	290
§ 55. Коагуляция аэрозолей при перемешивании и в турбулентном потоке	301
§ 56. Эффективность столкновений между частицами аэрозоля	306

Глава VIII

Переход порошкообразных тел в аэрозольное состояние

§ 57. Перенос и отрыв частиц воздушными течениями	314
§ 58. Распыление и флуидизация порошков	325

Литература	334
Важнейшие обозначения	345
Предметный указатель	347

Утверждено к печати
Институтом научной информации
Академии наук СССР

Редактор издательства Н. Г. Еворов
Технический редактор Б. А. Соморов

РИСО АН СССР № 1-102В. Сдано в набор 27/IX 1955 г.
Подп. в печать 12/XII 1955 г. Формат бум. 70х108^{1/16}.
Печ. л. 22—30, 14. Уч.-изд. лист. 24, 4. Тираж 3000. Т-10229.
Изд. № 1150. Тип. зак. 1853
Цена 12 р.

Издательство Академии наук СССР
Москва, Б-64. Подсосенский пер., д. 21

2-я типография Издательства Академии наук СССР
Москва, Шубинский пер., д. 10

ОПЕЧАТКИ И ИСПРАВЛЕНИЯ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
80	9 св.	F/m	F'/m
108	ф-ла (25.5)	$= \psi$	$= -\psi$
129	6 св.	$\sqrt{\epsilon_m^3 \rho_0}$	$\sqrt{\epsilon_m^3 \rho_0}$
140	21 св.	$/2R_1$	$/2R$
149	4 св.	U_p	V_p
161	ф-ла (35.1)	$2DT$	$2Dt$
171	ф-ла (37.12)	при $x \neq x_0, y \neq y_0, z \neq z_0$	если точки (x, y, z) и (x_0, y_0, z_0) не совпадают
179	ф-ла (38.17)	$\sqrt{\frac{V_0^2}{4D}}$	$\sqrt{\frac{V_0^2 t}{4D}}$
183	ф-ла (38.30)	$n(R, t) = 0$	$Rn(R, t) = 0$
193	ф-лы (40.15) и (40.16)	$x\delta$	δ
206	1 св.	35%	28%
206	2 св.	63	53
214	5 св.	сек ⁻¹	сек ⁻¹
237	ф-ла (46.16)	$/\delta^3$	$/\delta_L^3$
244	ф-ла (47.1)	\bar{x}^2	\bar{x}^3
254	4 св.	(By^n)	$(-By^n)$
254	ф-ла (47.27)	$2\Phi'$	2Φ
255	ф-ла (47.32)	$2\Phi'$	2Φ
261	ф-ла (49.9)	$) t,$	$) \Delta t,$
277	ф-ла (51.7)	Φ	Φ_0
278	9 св.	χ	λ
299	6 св.	$10^{-3}r$	$10^{-3}R$
320	ф-ла (57.9)	$U_{кр}$	$U_{кр}^*$
333	ф-ла (58.3)	$(1,6 - 2,4)r$	$(1,6 \div 2,4)r$

И. А. Фунс «Механика аэропланов»